

Hinweise zu dieser Formelsammlung:

Bezeichnungen, Gleichungs-Nummern und Tabellen beziehen sich auf das Lehrbuch „Maschinenelemente“ von Roloff/Matek (18. Auflage).

Diese Formelsammlung ist kein Ersatz für die Nutzung des Lehr- und Tabellenbuches Roloff/Matek. Für die Lösung von Klausuraufgaben sind gegebenenfalls auch Formeln notwendig, die hier nicht aufgenommen wurden.

Einige Formeln weichen etwas von der Darstellung in Roloff/Matek ab. Dies liegt an Fehlern, Ungenauigkeiten und „zugeschnittenen Größengleichungen“ in Roloff/Matek.

Bitte informieren Sie mich unter c.friebel@fh-osnabrueck.de, wenn Sie Ergänzungs- oder Korrektur-Vorschläge zu dieser Formelsammlung haben.

Zahnradgetriebe

Geometrie der geradverzahnten Nullräder

Übersetzung:
$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1} \quad (21.9)$$

$\omega_{1,2}$: Winkelgeschwindigkeiten von Ritzel (1) und Rad (2)

$n_{1,2}$: Drehzahlen

$d_{1,2}$: Teilkreisdurchmesser

$z_{1,2}$: Zähnezahlen

Tipp: Für Übersetzung ins Langsame gilt $i > 1$

Teilkreisdurchmesser:
$$d = z \cdot \frac{p}{\pi} = z \cdot m \quad (21.1)$$

z : Zähnezahl

p : Teilung

m : Modul; genormte Werte siehe TB 21-1

Achsabstand:
$$a_d = \frac{d_1 + d_2}{2} = m \cdot \frac{z_1 + z_2}{2} \quad (21.8)$$

Geometrie der schräg verzahnten Nullräder

Normalmodul m_n und Stirnmodul m_t :
$$m_n = m_t \cdot \cos \beta \quad (21.34)$$

 β : Schrägungswinkel

Teilkreisdurchmesser:
$$d = z \cdot m_t = z \cdot \frac{m_n}{\cos \beta} \quad (21.38)$$

z : Zähnezahl (von Ritzel oder Rad)

Achsabstand:
$$a_d = \frac{d_1 + d_2}{2} = m_t \cdot \frac{z_1 + z_2}{2} = \frac{m_n}{\cos \beta} \cdot \frac{z_1 + z_2}{2} \quad (21.42)$$

Modul-Vorwahl bei Zahnrädern

A: Wellendurchmesser der Ritzelwelle d_{sh} ist vorgegeben:

$$\text{Ritzel auf Welle gesetzt:} \quad m_n \approx \frac{1,8 \cdot d_{sh} \cdot \cos \beta}{(z_1 - 2,5)} \quad (21.63)$$

$$\text{Ritzelwelle:} \quad m_n \approx \frac{1,1 \cdot d_{sh} \cdot \cos \beta}{(z_1 - 2,5)} \quad (21.63)$$

d_{sh} : Durchmesser der Ritzelwelle

B: Achsabstand a ist vorgegeben:
$$m_n \approx \frac{2 \cdot a \cdot \cos \beta}{(1+i) \cdot z_1} \quad (21.64)$$

C: Leistungsdaten und Zahnrad-Werkstoffe sind bekannt:

$$\text{Zahnflanken gehärtet:} \quad m_n \approx 1,85 \cdot \sqrt[3]{\frac{T_{1eq} \cdot \cos^2 \beta}{z_1^2 \cdot \psi_d \cdot \sigma_{F \lim 1}}} \quad (21.65)$$

$$\text{ungehärtet / vergütet:} \quad m_n \approx \frac{95 \cdot \cos \beta}{z_1} \cdot \sqrt[3]{\frac{T_{1eq}}{\psi_d \cdot \sigma_{H \lim}} \cdot \frac{u+1}{u}} \quad (21.65)$$

T_{1eq} : vom Radpaar zu übertragendes Moment ($T_{1eq} = K_A \cdot T_{1nenn}$; K_A siehe TB 3-5)

ψ_d : Durchmesser-Breitenverhältnis nach TB 21-14a

$\sigma_{F \lim 1}$: Zahnfußfestigkeit für den Ritzel-Werkstoff (s. TB 20-1 und TB 20-2)

$\sigma_{H \lim}$: Flankenfestigkeit des weicheren Werkstoffes (s. TB 20-1 und TB 20-2)

u : Zähnezah-Verhältnis Rad/Ritzel ($u > 1$)

Kräfte am Geradstirnrad

Tangentialkraft:
$$F_{t1,2} = \frac{2 \cdot T_{1,2}}{d_{w1,2}} \quad (21.67)$$

$d_{w1,2}$: Wälzkreisdurchmesser von Ritzel (1) bzw. Rad (2)

Radialkraft:
$$F_{r1,2} = F_{t1,2} \cdot \tan \alpha_w \quad (21.69)$$

α_w : Betriebseingriffswinkel (bei Nullrädern 20° ; sonst siehe TB 21-3)

Kräfte am Schrägstirnrad

Tangentialkraft:
$$F_{t1,2} = \frac{2 \cdot T_{1,2}}{d_{w1,2}} \quad (21.70)$$

$d_{w1,2}$: Wälzkreisdurchmesser von Ritzel (1) bzw. Rad (2)

Radialkraft:
$$F_{r1,2} = \frac{F_{t1,2} \cdot \tan \alpha_n}{\cos \beta} \quad (21.71)$$

α_n : Eingriffswinkel im Normalschnitt (bei Nullrädern 20°; sonst siehe TB 21-3)

β : Schrägungswinkel

Axialkraft:
$$F_{a1,2} = F_{t1,2} \cdot \tan \beta \quad (21.72)$$

Kupplungen

Reduziertes Massenträgheitsmoment:

$$J_{red} = J_0 + J_1 \cdot \left(\frac{\omega_1}{\omega_0}\right)^2 + J_2 \cdot \left(\frac{\omega_2}{\omega_0}\right)^2 + \dots + m_1 \cdot \left(\frac{v_1}{\omega_0}\right)^2 + m_2 \cdot \left(\frac{v_2}{\omega_0}\right)^2 + \dots \quad (13.4)$$

$J_{0,1,2,\dots}$: Massenträgheitsmomente mit den zugehörigen Winkelgeschwindigkeiten $\omega_{0,1,2,\dots}$

$m_{1,2,\dots}$: Massen mit den zugehörigen Geschwindigkeiten $v_{1,2,\dots}$

Tipp: Der Index 0 steht für die Kupplungswelle

erforderliches schaltbares Drehmoment der Kupplung:

$$T_{Ks} = J_{red} \cdot \frac{\omega_A - \omega_{L0}}{t_R} + T_L \leq T_{KNs} \quad (13.18)$$

J_{red} : reduziertes Massenträgheitsmoment (Gl. (13.4))

ω_A : Winkelgeschwindigkeit der Kupplungswelle auf der Antriebsseite

ω_{L0} : Winkelgeschwindigkeit der Kupplungswelle auf der Lastseite (Abtrieb) zum Kupplungs-Beginn

t_R : Rutschzeit der Kupplung (Beschleunigungszeit)

T_L : Lastdrehmoment bezogen auf die Kupplungswelle

T_{KNs} : schaltbares Nenndrehmoment der (ausgewählten) Kupplung; siehe Herstellerangabe oder TB 13-6 und TB 13-7

Rutschzeit bzw. Beschleunigungszeit:
$$t_R = \frac{J_{red}}{T_{KNs} - T_L} \cdot (\omega_A - \omega_{L0}) \quad (13.19)$$

Bezeichnungen wie bei Gl. (13.18)

Schaltarbeit bzw. Wärme:

$$W = 0,5 \cdot T_{KNs} \cdot (\omega_A - \omega_{L0}) \cdot t_R = 0,5 \cdot J_{red} \cdot (\omega_A - \omega_{L0})^2 \cdot \frac{T_{KNs}}{T_{KNs} - T_L} < W_{zul} \quad (13.20)$$

W_{zul} : zulässige Schaltarbeit der Kupplung (pro Schaltvorgang); siehe Herstellerangabe oder TB 13-6 und TB 13-7

Riementriebe

Reibkraft zw. Riemen u. Scheibe:
$$F_R = F_t \leq \mu \cdot F_N \quad (16.1)$$

F_t : Tangentialkraft bzw. Umfangskraft, die in den Riemen eingeleitet wird

μ : Reibbeiwert (auch Reibungskoeffizient oder Reibungszahl genannt); Werte s. TB 16-1; für Keil- und Keilrippenriemen ist mit $\mu' = \mu / (\sin(\alpha/2))$ zu rechnen; α ist der Flankenwinkel (s. TB 16-13 und 16-14)

F_N : Normalkraft, mit der der Riemen auf die Scheibe gepresst wird

Tipp: In Roloff/Matek (18. Aufl.) steht anstelle von „ \leq “ fälschlicherweise „ $=$ “. Das Zeichen „ $=$ “ gilt aber nur für den Grenzfall des Übergangs von Haftreibung in Gleitreibung.

Tangentialkraft:
$$F_t = F_1 - F_2 = \frac{2 \cdot T_1}{d_1} \quad (16.2)$$

$F_{1,2}$: Kraft im Last- bzw. Leertrum

T_1 : Moment an Scheibe 1 (treibende Scheibe; oft die kleine Scheibe)

d_1 : Durchmesser von Scheibe 1

Seilreibung (nach Euler/Eytelwein):
$$\frac{F_1}{F_2} \leq e^{\mu\beta_1} = m \quad (16.3)$$

$F_{1,2}$: Kraft im Last- bzw. Leertrum

e : Eulersche Zahl ($e = 2,71828\dots$); Basis des natürlichen Logarithmus

μ : Reibbeiwert (s. o.)

β_1 : Umschlingungswinkel der kleinen Scheibe (im Bogenmaß!; 360° entspricht $2 \cdot \pi$)

m : Trumkraft-Verhältnis

Tipp: In Roloff/Matek (18. Aufl.) steht anstelle von „ \leq “ fälschlicherweise „ $=$ “. Richtig z.B. in Wikipedia.

maximale Tangentialkraft:
$$F_t = F_1 - \frac{F_1}{m} = F_1 \cdot \frac{m-1}{m} = F_1 \cdot \kappa \quad (16.4)$$

F_1 : Kraft im Lasttrum

m : Trumkraft-Verhältnis (s. Gl. (16.3))

κ : Ausbeute („Kappa“), abhängig von μ und β_1 ; Werte siehe TB 16-4

Tipp: F_t wird auch „Umfangskraft“ oder „Nutzkraft“ genannt

Fliehkräfte im Riemen; Fliehzug:
$$F_z = A_s \cdot \rho \cdot v^2 \quad (16.5)$$

A_s : Riemenquerschnitt

ρ : (mittlere) Dichte des Riemenwerkstoffes; Werte s. TB 16-1

v : Riemengeschwindigkeit

Tipp: F_z ist sowohl unabhängig vom Durchmesser der Riemenscheibe als auch vom Umschlingungswinkel. F_z wirkt sowohl im Last- als auch im Leertrum.

Wellenbelastung im Betriebszustand: $F_W = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \beta_1}$ (16.6)

$F_{1,2}$: Kraft im Last- bzw. Leertrum

β_1 : Umschlingungswinkel der kleinen Scheibe

Tipp: F_W wirkt nicht exakt in Richtung der Winkelhalbierenden, sondern weicht etwas davon ab

Wellenbelastung im Ruhe- bzw. Montagezustand: $F_{W0} \approx F_W + 2 \cdot F_z \cdot \sin\left(\frac{\beta_1}{2}\right)$ (16.7)

exakt: $F_{W0} = \sqrt{(F_1 + F_z)^2 + (F_2 + F_z)^2 - 2 \cdot (F_1 + F_z) \cdot (F_2 + F_z) \cdot \cos \beta_1}$

F_W : Wellenbelastung im Betriebszustand (s. Gl. (16.6))

F_z : Fliehkraft (s. Gl. (16.5))

β_1 : Umschlingungswinkel der kleinen Scheibe

Tipp: Die in Roloff/Matek (bis 18. Auflage) angegebene Gleichung $F_{W0} = F_W + F_z$ ist falsch!

Schlupf: $\psi = \frac{v_1 - v_2}{v_1}$ (16.8)

$v_{1,2}$: Umfangsgeschwindigkeit der treibenden (1) und der angetriebenen (2) Scheibe

Tipp: In Roloff/Matek wird der Schlupf in % angegeben; daher die etwas anderen Formeln

Übersetzung: $i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2 + t}{d_1 + t} \cdot \frac{1}{1 - \psi}$ (16.9)

$n_{1,2}$: Drehzahl von Scheibe 1 bzw. 2

$d_{1,2}$: Durchmesser von Scheibe 1 bzw. 2

t : Riemendicke

ψ : Schlupf (s. Gl. (16.8))

max. Biegespannung: $\sigma_b = E_b \cdot \varepsilon_b \approx E_b \cdot \frac{t}{d_1}$ (16.12)

E_b : E-Modul des Riemens für Biegung; Werte s. TB 16-1

ε_b : max. Dehnung des Riemens durch Biegung

t : Riemendicke

d_1 : Durchmesser der kleinsten Riemenscheibe

Übertragbare Leistung: $P \approx (\sigma_z - E_b \cdot \frac{t}{d_1} - \rho \cdot v^2) \cdot \kappa \cdot b \cdot t \cdot v$ (16.17)

σ_z : zulässige Zugspannung des Riemens durch Zugbeanspruchung; Werte s. TB 16-1

E_b : E-Modul des Riemens für Biegung; Werte s. TB 16-1

t : Riemendicke

d_1 : Durchmesser der kleinen Riemenscheibe

ρ : (mittlere) Dichte des Riemenwerkstoffes; Werte s. TB 16-1

v : (mittlere) Riemengeschwindigkeit

κ : Ausbeute („Kappa“); siehe Gl. (16.4)

b : Riemenbreite

Tipp: Achten Sie auf die Einheiten!

optimale Riemengeschwindigkeit:
$$v_{opt} = \sqrt{\frac{\sigma_z - \sigma_b}{3 \cdot \rho}}$$
 (16.18)

σ_z : zulässige Spannung des Riemens durch Zugbeanspruchung; Werte s. TB 16-1

σ_b : max. Biegespannung des Riemens; s. Gl. (16.12); zul. Werte s. TB 16-1

ρ : (mittlere) Dichte des Riemenwerkstoffes; Werte s. TB 16-1