

Finite Elemente Methoden – Programmierung und Anwendung

Daniel Mendricks, B.Sc.

Finite Elemente Methode und GlassboxFEM



Was ist die FEM? Mit der Finite Elemente Methode (FEM) lässt sich das Verhalten eines Bauteils mit komplexer Geometrie unter Belastung simulieren, indem es in einfache, berechenbare Teilgebiete – den Elementen – aufgeteilt wird.

Das Lehrprogramm **GlassboxFEM** gibt neben der Vermittlung der Anwendung insbesondere einen Einblick in die innere Funktionsweise der FEM und ist für die Studierendenausbildung von Prof. Dr. Richter und zu großen Teilen in Abschlussarbeiten von Studierenden unter seiner Leitung entwickelt worden.

Ziele der Bachelorarbeit:

- Erweiterung von GlassboxFEM um Modellierungsfeatures.**
- Erstellung didaktischer Lernmodelle.**
- KI als Coding-Unterstützer: Formulieren von Praxis-Tipps.**

Daniel Mendricks

Sept. 2022 Maschinenbau B.Sc.
HS Osnabrück

Aug. 2025 **Bachelorarbeit**
*Finite Elemente Methoden –
Programmierung und Anwendung*
Betreuer: Prof. Dr. C. H. Richter,

Sept. 2025 Maschinenbau M.Sc., Entwicklung
und Produktion, HS Osnabrück



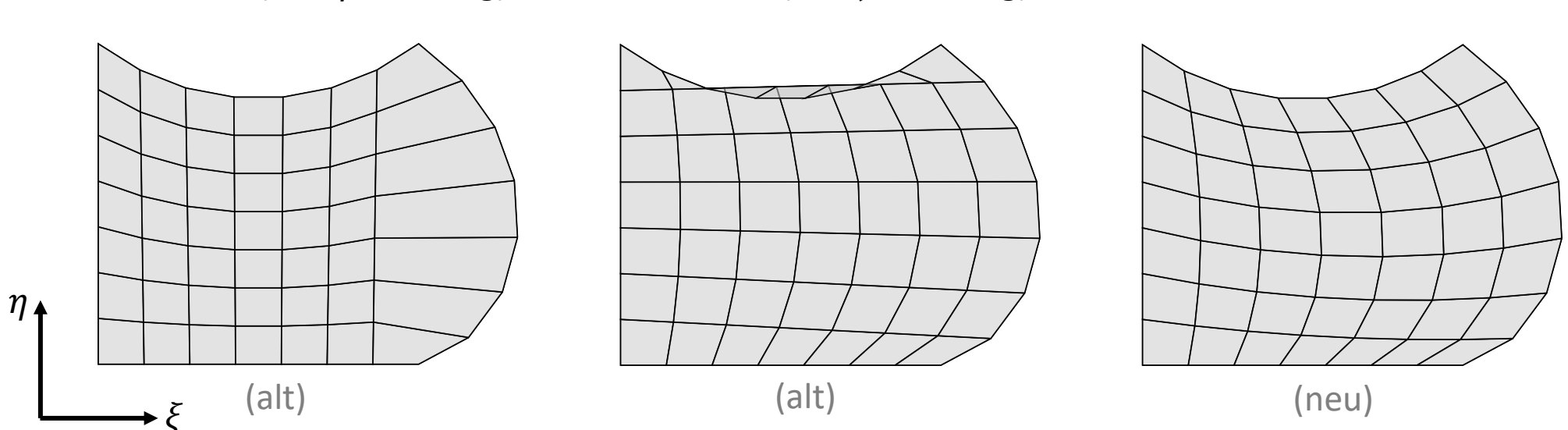
Vernetzungsalgorithmen

Bei der Vernetzung werden die Koordinaten Flächen-innenliegender Knoten vom parametrischen ξ - η -Koordinatensystem eines Einheitsquadrates in das physikalische x - y -Achssystem des Modells transformiert. Der neu implementierte **Coons-Vernetzer** interpoliert dazu **bilinear** in ξ - und η -Richtung und vereint und ersetzt damit die zuvor verwendeten linearen Vernetzer. Diese haben jeweils nur in ξ - bzw. η -Richtung interpoliert, was zu Netzfehlern führen konnte.

Linear-13 (nur η -Richtung)

Linear-24 (nur ξ -Richtung)

Coons (ξ - und η -Richtung)



Lernmodell des Lochstreifens

Als umfangreiches Lernmodell vermittelt der Lochstreifen die Verwendung wichtiger Key-Features von **GlassboxFEM**. Darunter zum Beispiel:

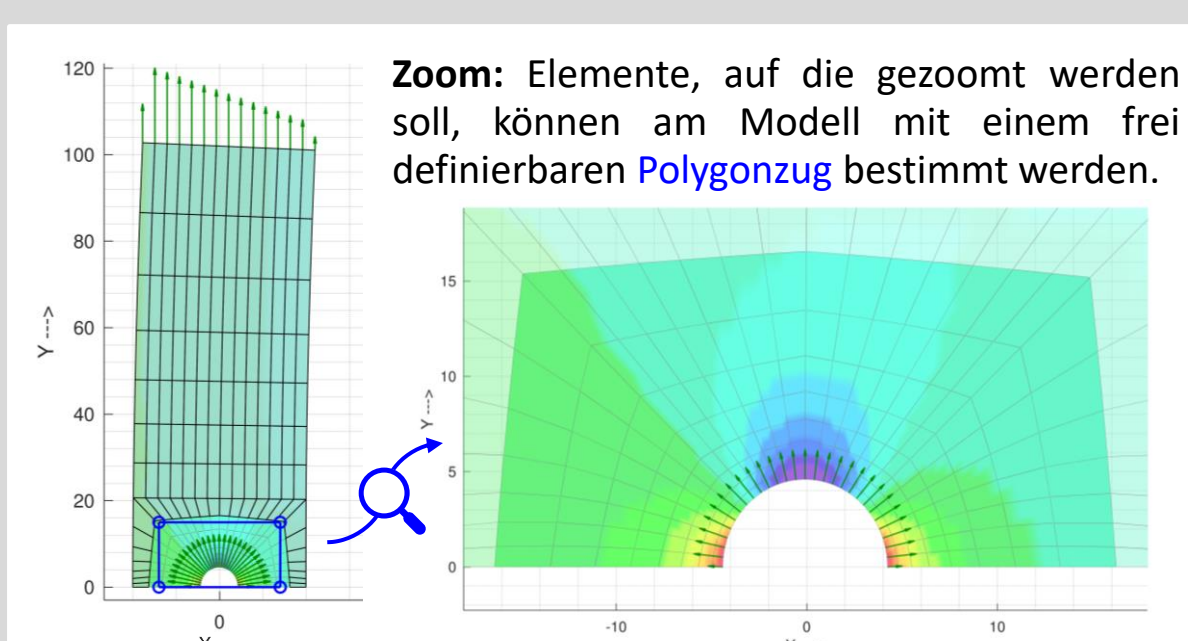
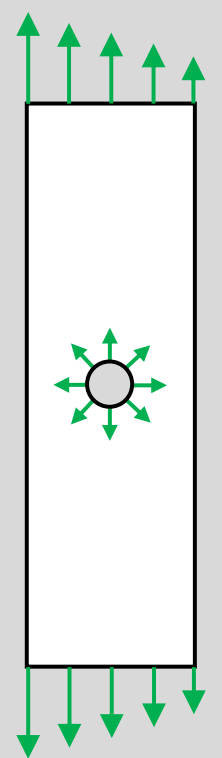
Linienlasten
(überarbeitet)

Zeitfunktionen

Gebogene Linien
(überarbeitet)

Zoom
(neu)

Aufgrund der Symmetrie des Bauteils und der Belastung um die Querachse des Modells, liegt es nahe, nur eine Hälfte zu modellieren. Der Zoom ermöglicht einen Blick auf die lokalen Spannungserhöhungen nahe der Bohrung, die in der Gesamtansicht schwer zu erkennen sind.



Zoom: Elemente, auf die gezoomt werden soll, können am Modell mit einem frei definierbaren **Polygonzug** bestimmt werden.

Belastungszustände:

Über separate Zeitfunktionen werden die Linienlasten am oberen Ende des Lochstreifens und in der Bohrung gesteuert.

Dieses GIF zeigt eine **Animation** der Verformung:



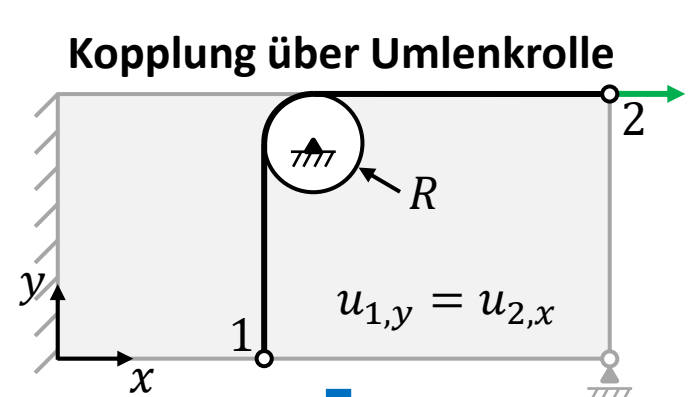
Koppelgleichungen

Um Mechanismen, wie z.B. Umlenkrollen oder Hebel, zu modellieren, können Verschiebungsfreiheitsgrade von Knoten miteinander gekoppelt werden:

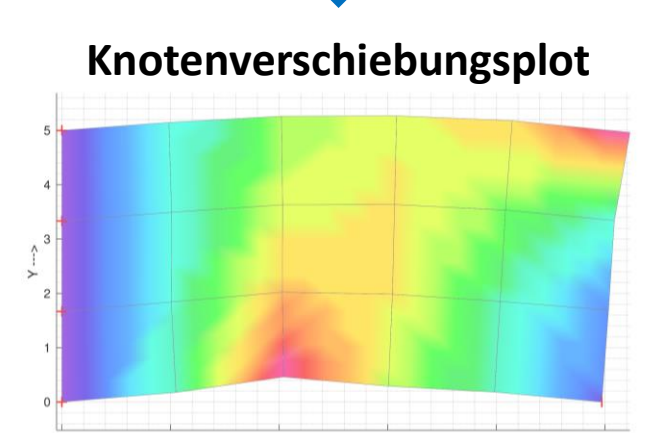
$$u_F = \sum_{k=1}^K \beta_k u_{L,k}$$

u_F : Follower
 $u_{L,k}$: k -ter Leader
 β_k : k -ter Koeffizient

Eine Follower-Verschiebung folgt somit einer Linearkombination aus K Leader-Verschiebungen. Im Main-Prozessor von **GlassboxFEM** werden Koppelgleichungen in der Gleichgewichtsbedingung $\mathbf{Ku} = \mathbf{F}$ durch die Substitution $\mathbf{u} = \mathbf{T} \mathbf{u}_{\text{red}}$ berücksichtigt. Um die Verschiebungen aller Knoten im Vektor $\mathbf{u}$ zu berechnen, ist die Transformationsmatrix $\mathbf{T}$ wie folgt aus den definierten Koppelgleichungen zu bestimmen:



$$\mathbf{u} = \mathbf{T}(\mathbf{T}^T \mathbf{K} \mathbf{T})^{-1} \mathbf{T}^T \mathbf{F}$$



1. Ausgangslage: $\mathbf{u} = \mathbf{T} \mathbf{u}$ mit $\mathbf{T} = \mathbf{I}$ und Koppelgleichungen liegen vor.

$$\begin{aligned} B &= 3A + 2D \\ C &= 5D \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix}$$

2. $\mathbf{T}$ zeilenweise durchlaufen und die Koeffizienten eintragen.

$$\begin{bmatrix} A & B & C & D \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix}$$

3. Follower-korrespondierende Nullspalten aus $\mathbf{T}$ löschen.

$$\begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \\ 0 & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A \\ D \end{bmatrix}$$

Um Follower B und C reduzieren.

Erfahrungen mit KI (ChatGPT)

- ◆ **Skepsis bewahren:** Vieles stellt ChatGPT losgelöst von inhaltlicher Qualität positiv und ohne Quellenbeweise dar. Also: **Mitdenken, kritisch sein** und **nachhaken**.
- ◆ **Perspektivwechsel:** Der Bot kann nur mit dem arbeiten, was vorliegt. Für anderes werden Annahmen getroffen, die falsch sein können. Also: **Kontext liefern**.
- ◆ **Verantwortung:** Diese liegt bei einem selbst – nicht bei ChatGPT. Also:

