

# DEUTSCHER AUSSCHUSS FÜR STAHLBETON

---

Bemessung nach DIN EN 1992 in den  
Grenzzuständen der Tragfähigkeit und  
der Gebrauchstauglichkeit

Herausgeber:

Deutscher Ausschuss für Stahlbeton e.V.  
Budapester Straße 31  
10787 Berlin  
info@dafstb.de

© 2018 **Deutscher Ausschuss für Stahlbeton e.V.**

Budapester Straße 31  
10787 Berlin

Telefon: +49 30 2693-1320  
Telefax: +49 30 2693-1319  
Internet: [www.dafstb.de](http://www.dafstb.de)  
Email: [info@dafstb.de](mailto:info@dafstb.de)

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der Grenzen des Urheberrechts ist ohne schriftliche Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung in elektronischen Systemen.

Die im Werk enthaltenen Inhalte wurden vom Verfasser und Verlag sorgfältig erarbeitet und geprüft. Eine Gewährleistung für die Richtigkeit des Inhalts wird gleichwohl nicht übernommen. Der Verlag haftet nur für Schäden, die auf Vorsatz oder grobe Fahrlässigkeit seitens des Verlages zurückzuführen sind. Im Übrigen ist die Haftung ausgeschlossen.

Druck: medienhaus Plump, Rheinbreitbach

Gedruckt auf säurefreiem, alterungsbeständigem Papier nach DIN EN ISO 9706

ISSN 0171-7197  
ISBN 978-3-410-65788-0

# DEUTSCHER AUSSCHUSS FÜR STAHLBETON

---

Bemessung nach DIN EN 1992 in den  
Grenzzuständen der Tragfähigkeit und  
der Gebrauchstauglichkeit

1. Auflage 2018

Herausgeber:  
Deutscher Ausschuss für Stahlbeton e.V. – DAfStb

---

Beuth Verlag GmbH · Berlin · Wien · Zürich

**(Leerseite)**

## Inhaltsverzeichnis

ZU DIESEM HEFT .....	7
<b>1 BEMESSUNG FÜR BIEGUNG MIT LÄNGSKRAFT IN DEN GRENZZUSTÄNDEN VON TRAGFÄHIGKEIT UND GEBRAUCHSTAUGLICHKEIT .....</b>	<b>9</b>
1.1 Allgemeines .....	9
1.2 Grundlagen der Biegebemessung.....	10
1.3 Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für Beton und Betonstahl .....	10
1.4 Einachsige Biegung mit Normalkraft.....	11
1.4.1 Definition der Schnittgrößen und der Dehnungsverteilung im Querschnitt .....	11
1.4.2 Innere Schnittgrößen am ungerissenen Querschnitt (Zustand I).....	12
1.4.3 Innere Schnittgrößen am gerissenen Querschnitt (Zustand II) .....	13
1.5 Dehnungsbereiche und Versagensformen.....	14
1.6 Schnittgrößen am Rechteckquerschnitt.....	15
1.6.1 Äußere Schnittgrößen .....	15
1.6.2 Innere Schnittgrößen.....	15
1.6.3 Innere Schnittgrößen für eine rechteckige Druckzone.....	16
1.7 Verfahren für die Querschnittsbemessung .....	17
1.7.1 Grundgleichungen und Lösung der Bemessungsaufgabe .....	17
1.7.2 Grundprinzip der Normierung .....	18
1.7.3 Dimensionslose Beiwerte am Rechteckquerschnitt .....	19
1.7.4 Bemessung mit dem Allgemeinen Bemessungsdiagramm (ABD).....	22
1.7.5 Der Plattenbalken.....	24
1.7.6 Beliebige M-N-Kombinationen in Interaktionsdiagrammen .....	27
1.7.7 Numerisch-iterative Bemessung mit Tabellenkalkulationen .....	38
1.8 Spannungsnachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (GZG).....	39
1.9 Literatur.....	42
<b>2 BEMESSUNG FÜR QUERKRAFT UND TORSION .....</b>	<b>44</b>
2.1 Allgemeines .....	44
2.2 Querkraft.....	44
2.2.1 Bauteile ohne rechnerisch erforderliche Querkraftbewehrung.....	44
2.2.2 Bauteile mit rechnerisch erforderlicher Querkraftbewehrung .....	48
2.3 Torsion .....	50
2.3.1 Allgemeines .....	50
2.3.2 Bemessungshilfe .....	50
2.3.3 Interaktion von Querkraft und Torsion.....	51
2.3.4 Torsion mit wechselndem Vorzeichen.....	51
2.4 Anschluss von Zug- oder Druckgurt.....	52
2.5 Querkrafttragfähigkeit von Fugen.....	52
2.5.1 Allgemeines .....	52
2.5.2 Oberflächenbeschaffenheit .....	52
2.5.3 Nachweis der Verbundfuge .....	54
2.5.4 Schubtragfähigkeit in der Verbundfuge.....	55
2.5.5 Interaktion von Querkraftnachweis und Verbundfugennachweis mit Fugenbewehrung.....	56
2.5.6 Ermüdung von Verbundfugen .....	57

2.5.7	Besonderheiten beim Verbund mit Spritzbeton .....	57
2.5.8	Konstruktionsregeln .....	58
2.5.9	Anwendung bei Gitterträgern .....	58
2.6	Literatur .....	59
3	BAUTEILE UNTER NORMALKRAFT NACH THEORIE II. ORDNUNG .....	61
3.1	Grundlagen .....	61
3.2	Imperfektionen .....	61
3.2.1	Schiefstellungen .....	61
3.2.2	Äquivalente Horizontalkräfte bei Einzeldruckgliedern .....	62
3.2.3	Äquivalente Horizontalkräfte am Gesamttragwerk .....	62
3.3	Abgrenzung der Nachweisführung nach Theorie II. Ordnung .....	63
3.3.1	Vereinfachter Nachweis am Gesamttragwerk .....	63
3.3.2	Verschiebbliche Rahmentragwerke .....	65
3.4	Nachweise am Einzeldruckglied .....	66
3.4.1	Vereinfachtes Verfahren mit Nennkrümmung .....	66
3.4.2	Berechnung von Druckgliedern mit nicht-linearen Verfahren .....	71
3.5	Sonderfragen .....	73
3.5.1	Druckglieder mit zweiachsiger Lastausmitte .....	73
3.5.2	Veränderliche Steifigkeiten .....	74
3.5.3	Vom Rechteck und Kreis abweichende Querschnittsformen .....	75
3.5.4	Umschnürte Druckglieder .....	76
3.5.5	Bewehrte Wände .....	77
3.5.6	Unbewehrte oder gering bewehrte Bauteile .....	78
3.6	Knicklänge .....	79
3.6.1	Allgemeines .....	79
3.6.2	Standardfälle .....	80
3.6.3	Sonderfälle .....	80
3.7	Nomogramme zur Ermittlung des Beiwerts $K_r$ .....	83
3.8	Ausgewählte Interaktionsdiagramme nach dem Modellstützenverfahren .....	84
3.9	Literatur .....	86
4	BEGRENZUNG DER RISSBREITEN .....	87
4.1	Allgemeines .....	87
4.2	Theoretische Grundlagen für die direkte Berechnung der Rissbreite .....	87
4.3	Einflussgrößen .....	89
4.3.1	Stahlspannung bei Erstrissbildung $\sigma_{sr}$ .....	89
4.3.2	Wirksame Zugfestigkeit des Betons $f_{ct,eff}$ .....	89
4.3.3	Wirkungsbereich der Bewehrung $A_{c,eff}$ .....	90
4.3.4	Unterschiedliche Stabdurchmesser und Stabbündel .....	90
4.3.5	Spannungsermittlung .....	91
4.4	Vergleich der Rissbreitenberechnung mit Tests .....	92
4.5	Begrenzung der Rissbreite ohne direkte Berechnung .....	92
4.5.1	Tabellen nach DIN EN 1992-1-1/NA .....	92
4.5.2	Weitere Tabellen und Nomogramme für die abgeschlossene Rissbildung .....	94
4.6	Mindestbewehrung für die Begrenzung der Rissbreite .....	95
4.7	Sonderfragen .....	95

4.7.1	Verbundbedingungen.....	95
4.7.2	Spannbewehrung.....	96
4.7.3	Langzeitbeanspruchung .....	96
4.7.4	Zugfestigkeit unter Dauerlast.....	98
4.7.5	Wiederholte Einwirkungen / Beanspruchungen .....	98
4.7.6	Biegebeanspruchte Bauteile.....	98
4.7.7	Andere Querschnittsformen.....	99
4.7.8	Spannungs- und Verformungskonzentrationen (Stabwerkmodelle).....	99
4.7.9	Stark unterschiedliche Durchmesser.....	100
4.7.10	Einfluss einer großen Betondeckung .....	100
4.7.11	Sehr kleine Rissbreiten .....	100
4.7.12	Faserbeton.....	101
4.7.13	Hochfeste und ultrahochfeste Betone .....	101
4.7.14	Schiefwinklige Bewehrung.....	102
4.7.15	Einwirkungskombination im Gebrauchszustand .....	102
4.7.16	Andere Maßnahmen zur Begrenzung der Rissbildung.....	102
4.8	Literatur.....	102
5	BEGRENZUNG DER VERFORMUNG UNTER GEBRAUCHSLAST.....	104
5.1	Übersicht.....	104
5.1.1	Allgemeines .....	104
5.1.2	Einflussfaktoren .....	104
5.1.3	Nachweisverfahren .....	105
5.2	Grenzwerte der rechnerischen Durchbiegung.....	106
5.3	Nachweis der Begrenzung der Verformungen ohne direkte Berechnung.....	107
5.3.1	Nachweis nach DIN EN 1992-1-1 .....	107
5.3.2	Vorbemessung nach DIN EN 1992-1-1/NA .....	110
5.3.3	Verfahren nach Zilch/Donaubauer.....	111
5.3.4	Verfahren nach Krüger/Mertzsch .....	112
5.3.5	Verfahren nach Jeromin.....	113
5.4	Nachweis der Begrenzung der Verformungen mit direkter Berechnung.....	114
5.4.1	Allgemeines .....	114
5.4.2	Vereinfachte Berechnung der Verformung nach DIN EN 1992-1-1 .....	115
5.4.3	Vereinfachte Berechnung der Durchbiegung unter Ansatz einer konstanten Biegesteifigkeit.....	116
5.4.4	Vereinfachte Berechnung der Durchbiegung unter Ansatz einer bereichsweise konstanten Biegesteifigkeit.....	119
5.4.5	Hinweise zur Berechnung der Verformung mit der FEM .....	121
5.5	Besondere Aspekte bei der Berechnung der Verformung.....	121
5.5.1	Verformungen infolge Querkraft.....	121
5.5.2	Verformungen infolge Torsion .....	121
5.5.3	Verformungen infolge Temperatur.....	121
5.5.4	Verformungen infolge Setzungen oder Verformungen angrenzender Bauteile.....	121
5.5.5	Bauteile mit veränderlichem Querschnitt .....	121
5.5.6	Bauteile mit nachträglicher Ergänzung.....	121
5.5.7	Bauteile mit Vorspannung.....	122
5.5.8	Bauteile aus Leichtbeton.....	122
5.5.9	Bauteile aus Stahlfaserbeton.....	122
5.6	Literatur.....	123

6	BEMESSUNG FÜR DEN BRANDFALL .....	124
6.1	Einleitung .....	124
6.2	Nachweise nach den Brandschutzteilen der Eurocodes .....	125
6.2.1	Allgemeines .....	125
6.2.2	Nationale Anhänge (NA) .....	125
6.2.3	Bauaufsichtliche Einführung .....	125
6.2.4	Tabellarische Bemessungsverfahren .....	125
6.2.5	Vereinfachte Rechenverfahren .....	126
6.2.6	Allgemeine Rechenverfahren .....	127
6.2.7	Versagenskriterien .....	128
6.3	Einwirkungen im Brandfall .....	128
6.3.1	Allgemeine Regeln .....	128
6.3.2	Thermische Einwirkungen .....	128
6.3.3	Naturbrandmodelle .....	129
6.3.4	Mechanische Einwirkungen .....	129
6.4	Hochtemperatur-Materialeigenschaften .....	130
6.5	Hochfester Beton .....	131
6.6	Betonabplatzungen .....	132
6.7	Anwendung der Nachweisverfahren .....	133
6.8	Bemessungshilfen .....	135
6.8.1	Temperaturprofile .....	135
6.8.2	Stützen in ausgesteiften Bauwerken .....	140
6.8.3	Stahlbeton-Kragstützen .....	142
6.8.4	Balken und Platten .....	144
6.9	Anwendungsbeispiele .....	147
6.9.1	Spannbetonbinder .....	147
6.9.2	Einfeldbalken – Fertigteil .....	152
6.9.3	Stahlbeton-Innenstütze .....	155
6.9.4	Stahlbeton-Kragstütze: Schnellnachweis .....	159
6.9.5	Stahlbeton-Kragstütze mit kreisförmigem Querschnitt .....	161
6.10	Literatur .....	163



## Zu diesem Heft

Das DAfStb-Heft 630 „Bemessung nach DIN EN 1992 in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit“ entstand zusammen mit dem Heft 631 „Hilfsmittel zur Schnittgrößenermittlung und zu besonderen Detailnachweisen bei Stahlbetontragwerken“ aus der vollständigen Überarbeitung der beiden DAfStb-Hefte 220 und 240.

Die in diesem Heft enthaltenen Hilfsmittel basieren auf den Grundlagen von DIN EN 1992 (Eurocode 2) sowie den Nationalen Anhängen (NA) einschließlich aller Änderungen bis zum Jahr 2016. Aufgrund der geänderten Normengrundlage, wesentlicher neuer Inhalte und mit Blick auf die eindeutige Zitierbarkeit wurden die alten Heftnummern nicht beibehalten. Die neuen Hefte sollen, wie bei den Vorgängerheften, zu einer einheitlichen Verfahrensweise bei der Anwendung der DIN EN 1992 beitragen und den Ingenieuren anerkannte Hilfsmittel zur Verfügung stellen. Zudem werden neue Erkenntnisse möglichst schnell für die praktische Anwendung verfügbar gemacht.

Die beiden Hefte 630 und 631 wurden durch eine DAfStb-Arbeitsgruppe<sup>1)</sup> unter Leitung von Herrn Prof. Fischer (Technische Universität München) in mehrjähriger Arbeit erstellt. Ausgangspunkt waren inhaltlicher Bedarf und Anregungen zu neuen Themen sowohl innerhalb der Arbeitsgruppe als auch ausgewählter Dritter, wie z. B. Koordinierungsausschuss der Prüfeningenieure in Bayern und einige Ingenieurbüros. Zum einen wurden zum Teil bewährte Inhalte der DAfStb-Hefte 220 und 240, deren Aktualität weiterhin gegeben ist, übernommen. Zum anderen wurde der Umfang von Tafeln und Nomogrammen reduziert, wenn umfangreiche Sekundärliteratur vorhanden ist.

Zudem sollten Wiederholungen zur Norm sowie zu bereits bestehenden DAfStb-Heften (z. B. Hefte 599 und 600) weitestgehend vermieden werden.

Als neue Themen sind jetzt Hinweise zur Durchführung und Auswertung von FE-Analysen und zu nicht-linearen numerischen Berechnungen sowie Kapitel zu Rissbreiten und Mindestbewehrung, zum Nachweis von Verbundfugen und zur Brandbemessung enthalten. In einigen Abschnitten sind auch Ergebnisse von Arbeiten im Rahmen der derzeit laufenden Überarbeitung der DIN EN 1992 eingeflossen.

Die wesentlichen Inhalte der einzelnen Kapitel des Heftes 630 wurden durch folgende Bearbeiter erarbeitet und dann innerhalb der DAfStb-Arbeitsgruppe abgestimmt:

- Kapitel 1: Prof. Peter Mark; Dr.-Ing. Peter Heek, Christoph Kämper, M.Sc.; Prof. Manfred Keuser; Dr.-Ing. Eugen Hiller
- Kapitel 2: Prof. Josef Hegger; Prof. Viktor Sigrist; Prof. Oliver Fischer; Björn Schütte, M.Sc.; Dr.-Ing. Martin Herbrand; Katrin Wieneke, M.Sc.; Dr.-Ing. Dominik Kueres, M.Sc.; Dipl.-Ing. (FH) Sebastian Schmidt M.Sc.
- Kapitel 3: Prof. Martin Empelmann; Prof. Oliver Fischer; Jonas Cramer, M.Sc.; Michael Henke, M.Sc.
- Kapitel 4: Prof. Martin Empelmann; Jonas Cramer, M.Sc.
- Kapitel 5: Prof. Martin Empelmann; Dr.-Ing. Vincent Oettel; Jörn Remitz, M.Sc.; Dr.-Ing. Maik Alexander Ahrens; Dipl.-Ing. Reinhard Post
- Kapitel 6: Prof. Jochen Zehfuß; Dr.-Ing. Ekkehard Richter.

<sup>1)</sup> **Arbeitsgruppe DAfStb-Hefte 630/631:**

Dr.-Ing. M. A. Ahrens, Ruhr-Universität Bochum (RUB); J. Cramer, M.Sc., Technische Universität Braunschweig (TUBS); Prof. Dr.-Ing. M. Curbach, Technische Universität Dresden (TUD); Prof. Dr.-Ing. M. Empelmann, TUBS; Prof. Dr.-Ing. O. Fischer, Technische Universität München (TUM); Prof. Dr.-Ing. C.-A. Graubner, Technische Universität Darmstadt (TUDS); Dr.-Ing. habil. M. Hansen, Leibniz Universität Hannover (LUH); Dr.-Ing. P. Heek, RUB; Prof. Dr.-Ing. J. Hegger, RWTH Aachen; M. Henke, M.Sc., TUM; Dr.-Ing. M. Herbrand, RWTH Aachen; Dr.-Ing. E. Hiller, Universität der Bundeswehr München (UniBwM); C. Kämper, M.Sc., RUB; Prof. Dr.-Ing. M. Keuser, UniBwM; Dr.-Ing. D. Kueres, M.Sc., RWTH Aachen; Prof. Dr.-Ing. habil. P. Mark, RUB; Prof. Dr.-Ing. S. Marx, LUH; D. Müller, M.Sc., (TUDS); T. Oberndorfer, M.Sc., TUM; Dr.-Ing. V. Oettel, TUBS; Dipl.-Ing. R. Post, RUB; Dr.-Ing. K. Reißen, RWTH Aachen; J. Remitz, M.Sc., TUBS; Dr.-Ing. E. Richter, TUBS; Prof. Dr.-Ing. G. Rombach, Technische Universität Hamburg-Harburg (TUHH); P. Schmidt, M.Sc., RWTH Aachen; Dipl.-Ing. (FH) S. Schmidt, M.Sc., TUM; Dipl.-Ing. G. Schmidt-Thrö, TUM; B. Schütte, M.Sc., TUHH; Prof. Dr. sc. Techn. V. Sigrist, Hochschule Luzern, früher TUHH; Dr.-Ing. K. Speck, TUD; K. Wieneke, M.Sc., RWTH Aachen; Prof. Dr.-Ing. J. Zehfuß, TUBS; Dipl.-Ing. J. Zeier, TUDS.

Das vorliegende Heft 630 wurde anschließend durch Mitarbeiter<sup>2)</sup> des Technischen Ausschusses „Bemessung und Konstruktion“ des DAfStb, der personengleich mit dem zuständigen Arbeitsausschuss 005-07-01 „Bemessung und Konstruktion“ des Normenausschusses Bauwesen (NABau) im DIN Deutsches Institut für Normung e.V. besetzt ist, geprüft und in einem normenähnlichen Verfahren, d. h. im Konsens zwischen allen beteiligten Gruppen verabschiedet.

Die einzelnen Kapitel wurden schließlich jeweils von anerkannten Prüfsachverständigen für Baustatik<sup>3)</sup> auf Tauglichkeit als Hilfsmittel für die Praxis durchgesehen und die Bemessungstabellen und -diagramme durch unabhängige Vergleichsrechnungen im baustatischen Sinne geprüft und für richtig befunden.

Das Verfahren zur Erarbeitung der Hefte – Beratung in einem normgemäß zusammengesetzten Arbeitsausschuss, unabhängige Prüfung durch Prüfsachverständige für Baustatik – stellt sicher, dass es sich um „anerkannte Berechnungshilfsmittel“ handelt, die keiner weiteren Nachprüfung bedürfen. Die Weiterentwicklung der Methoden soll dadurch nicht unterbunden werden, vielmehr können auch andere Verfahren und Hilfsmittel in Betracht gezogen werden, sofern sie auf den Grundlagen von DIN EN 1992 basieren und durch unabhängige Prüfung festgestellt wird, dass die Prinzipien nach DIN EN 1992 eingehalten sind.

Den Verfassern, Prüfern und allen weiteren Beteiligten sei an dieser Stelle noch einmal ausdrücklich für die aufgewendete Zeit bei der Bearbeitung des Heftes 630 gedankt. Möge das vorliegende Heft zu einer sicheren und wirtschaftlichen Bemessung von Stahlbetontragwerken in der Praxis beitragen. Für eine praxisorientierte Weiterentwicklung der Hilfsmittel sind alle Anregungen zur Verbesserung oder Erweiterung stets willkommen.

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Oliver Fischer  
Leiter der Arbeitsgruppe „DAfStb-Hefte 630/631“

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Josef Hegger  
Obmann Technischer Ausschuss „Bemessung und Konstruktion“

<sup>2)</sup> **Für den Technischen Ausschuss „Bemessung und Konstruktion“:** Prof. Dr.-Ing. F. Dehn, Karlsruher Institut für Technologie - KIT; Prof. Dr.-Ing. F. Fingerloos, Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein e.V.; Dr.-Ing. J. Furche, Filigran Trägersysteme GmbH & Co. KG; Dipl.-Ing. A. Ignatiadis, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton e. V.; Prof. Dr.-Ing. R. Maurer, Technische Universität Dortmund; Prof. Dr.-Ing. H. S. Müller, KIT; Prof. Dr.-Ing. K.-H. Reineck, Universität Stuttgart; Dr.-Ing. T. Sippel, ECS European Engineered Construction Systems Association e. V.; Dipl.-Ing. M. Tillmann, Fachvereinigung Deutscher Betonfertigteilbau e. V.; B. Ziem, Frilo Software GmbH; Prof. Dr.-Ing. K. Zilch, ZM-I - Zilch und Müller Ingenieure GmbH.

<sup>3)</sup> **An der Prüfung beteiligte Prüfsachverständige (DAfStb-Heft 630):** Dr.-Ing. D. Lehnen, ZPP Ingenieure AG; Prof. Dr.-Ing. R. Maurer, Technische Universität Dortmund; Prof. Dr.-Ing. U. Quast, Hamburg; Prof. Dr.-Ing. M. Keuser, Universität der Bundeswehr München; Prof. Dr.-Ing. K. Zilch, ZM-I - Zilch und Müller Ingenieure GmbH, Dr.-Ing. A. Müller, ZM-I.

# 1 Bemessung für Biegung mit Längskraft in den Grenzzuständen von Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit

## 1.1 Allgemeines

Querschnittsberechnungen an Stahlbetonquerschnitten basieren auf wenigen Grundannahmen. Dies gilt unabhängig davon, ob lineare oder nichtlineare Materialgesetze angenommen werden, also der Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (GZG), der Tragfähigkeit (GZT) oder andere Beanspruchungszustände Ziel der Berechnungen sind (Mark (2006)).

Gegeben sind in der Regel die Schnittgrößen der Einwirkungen (Index E), also  $N_E$ ,  $M_{E,y}$  im ebenen Fall bzw.  $N_E$ ,  $M_{E,y}$  und  $M_{E,z}$  bei schiefer Biegung, also räumlicher Beanspruchung.

Zur Lösung stehen zur Verfügung:

- (a) die Gleichgewichtsbeziehungen zwischen den Einwirkungen und den zugehörigen Widerständen (Index R) als Spannungsintegrale mit den Querschnittskordinaten  $z$  (einachsige Biegung) und  $y$  (zweiachsige Biegung) mit einem Bezugspunkt  $z_0$ ,  $y_0$ , sodass allgemein gilt:

$$N_E \stackrel{!}{=} N_R = \int_A \sigma dA = \int_{y=i}^{y=j} \int_{z=k}^{z=l} \sigma dz dy \quad (1.1)$$

$$\begin{aligned} M_{E,y} &\stackrel{!}{=} M_{R,y} = \int_A \sigma (z - z_0) dA \\ &= \int_{y=i}^{y=j} \int_{z=k}^{z=l} \sigma (z - z_0) dz dy \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$\begin{aligned} M_{E,z} &\stackrel{!}{=} M_{R,z} = - \int_A \sigma (y - y_0) dA \\ &= - \int_{y=i}^{y=j} \int_{z=k}^{z=l} \sigma (y - y_0) dz dy \end{aligned} \quad (1.3)$$

mit  $i$ ,  $k$ ,  $j$ ,  $l$  als äußerste Grenzen des Querschnitts.

- (b) die Verteilung der Dehnungen als Ebene (Hypothese vom Ebenbleiben der Querschnitte), also durch zwei Dehnungswerte  $a_1$ ,  $a_2$  (einachsige Biegung) bzw. drei Dehnungswerte  $a_1$  bis  $a_3$  (zweiachsige Biegung) zu beschreiben (vgl. Gleichungen (1.4) und (1.5)). Oft werden Betonrand-

dehnungen  $\varepsilon_c$  und die Dehnung der Stahllage  $\varepsilon_s$  angegeben.

$$\varepsilon(z) = a_1 + a_2 z \quad (1.4)$$

$$\varepsilon(z, y) = a_1 + a_2 z + a_3 y \quad (1.5)$$

- (c) einachsige Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für die Materialien, also für Beton und Betonstahl, die zunächst beliebig linear oder nichtlinear sein können und für die Spannungsermittlung aus den Dehnungen nötig sind.
- (d) eine Verbundbeziehung zwischen den verschiedenen Materialien, wobei hier idealer Verbund, also gleiche Dehnung in gleicher Querschnittslage, angenommen wird.
- (e) im Fall einer Bemessung eine Extremalbeziehung, also die Suche z. B. nach einer minimalen Bewehrungsmenge, einer größtmöglichen Beanspruchung oder einer mindestens erforderlichen Querschnittshöhe.

Die Aufgabe besteht bei der Bemessung in der Regel in der Bewehrungsermittlung bei gegebenen Schnittgrößen und Querschnittsabmessungen. Ermittelt werden als Grundgrößen die Dehnungen aus dem Gleichgewicht und eine minimale Bewehrungsmenge aus der Extremalforderung. Letztere wird für genau die Dehnungslagen bestimmt, bei denen eine Grenzdehnung erreicht wird. Bei bewehrten Normalbetonquerschnitten heißt dies entweder  $\varepsilon_s = 25 \text{ ‰}$  in der gezogenen Stahllage oder  $\varepsilon_c = -3,5 \text{ ‰}$  am Rand der Druckzone. Auf diesem Prinzip basieren die bekannten Bemessungshilfen wie Allgemeines Bemessungsdiagramm,  $\omega$ -Tafeln, Interaktionsdiagramme etc. Grundsätzlich könnte auch eine andere Größe errechnet werden, z. B. eine nötige Betonfestigkeit, ein Querschnittsmaß o. Ä. bei dann vorgegebener Bewehrungsmenge. Allerdings ist es üblich, Querschnitt und Materialien sowie Einwirkungen vorzugeben und (iterativ) Bewehrungen zu errechnen.

Bei alleiniger Spannungsermittlung im GZG, z. B. der Ausweisung einer Betonrandspannung bei gegebener Einwirkung, entfällt die eigentliche Bemessung (Extremalprinzip) und es wird lediglich die eindeutig bestimmte Dehnungs- wie Spannungsverteilung im Querschnitt gesucht. Da Dehnungen die gesuchten Größen sind und nicht etwa passende Einwirkungen zu einem bekannten Querschnitt, ist die Bemessung ohne Hilfsmittel nicht explizit durchführbar, sondern nur iterativ zu erbringen.

## 1.2 Grundlagen der Biegebemessung

Die Bemessung für Biegung, für Biegung mit Längskraft sowie Längskraft beruht auf den in DIN EN 1992-1-1 und im dazugehörigen deutschen Nationalen Anhang (NA) angegebenen Grundlagen. Die im Folgenden vorgestellten Verfahren gelten zunächst für den Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT) unter Berücksichtigung folgender allgemeiner Grundannahmen:

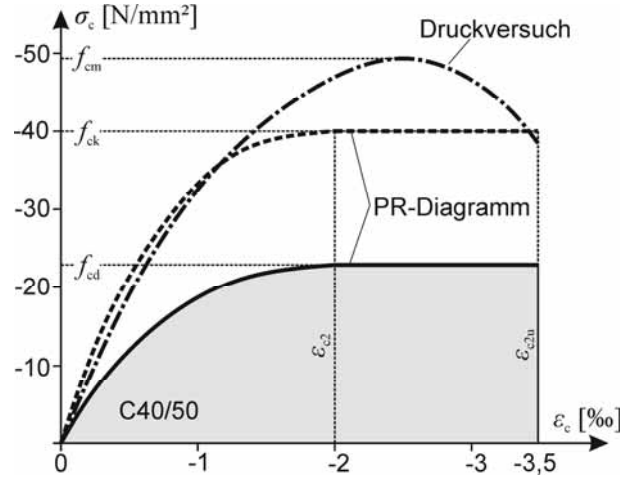
- Ebenbleiben der Querschnitte, also eine lineare Verteilung der Dehnungen innerhalb zulässiger Randdehnungen;
- Betonzugspannungen werden vernachlässigt, Zugkräfte werden ausschließlich durch Bewehrung aufgenommen;
- voller Verbund zwischen Bewehrung und Beton, Fasern mit gleichem Abstand zur Dehnungs-Nulllinie erfahren gleiche Dehnungen;
- Verwendung von Bruttoquerschnittswerten, vgl. *Zilch et al. (2003)*, *DafStb Heft 525, Teil 2* bzw. *Heft 525, 2. Auflage (2010)*.

## 1.3 Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für Beton und Betonstahl

Die rechnerischen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für Beton (Bild 1.1) und Betonstahl (Bild 1.2) liefern die Grenzdehnungen sowie die Grenzwerte der Materialfestigkeiten für die Bemessung im GZT. Diese Beziehungen sind Idealisierungen des tatsächlichen einachsigen Drucktragverhaltens des Betons (Index c) sowie des einachsigen Zug- bzw. Drucktragverhaltens des Betonstahls (Index s). Für den Beton wird ein Parabel-Rechteck-Diagramm (PR) (vgl. Gleichung (1.6)), für den Betonstahl eine bilineare Beziehung zwischen Spannung und Dehnung angenommen. Für das PR gilt:

$$\sigma_c(\varepsilon_c) = -f_{cd} \begin{cases} 1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}}\right)^2 & \text{für } 0 \geq \varepsilon_c \geq \varepsilon_{c2} \\ 1 & \text{für } \varepsilon_{c2} \geq \varepsilon_c \geq \varepsilon_{c2u} \end{cases} \quad (1.6)$$

Die Bemessung erfolgt unter Verwendung von Bemessungswerten für Einwirkungen und Widerstände, die nachfolgend mit dem Index d (d = Design) gekennzeichnet sind.



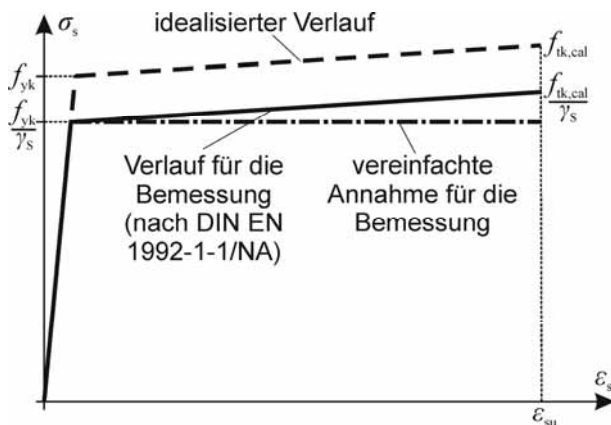
**Bild 1.1:** Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons und Idealisierung mit Hilfe des Parabel-Rechteck-Diagramms, exemplarisch für eine Druckfestigkeitsklasse C40/50

In Tabelle 1.1 sind die Bemessungswerte von verschiedenen Druckfestigkeitsklassen für Normalbetone angegeben unter Verwendung folgender Beziehung:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (1.7)$$

Dabei kennzeichnet  $\alpha_{cc} = 0,85$  den Dauerstandsbeiwert zur Berücksichtigung von Langzeiteinwirkungen auf die Betondruckfestigkeit sowie ungünstigen Auswirkungen durch die Art der Beanspruchung und  $\gamma_c$  den Teilsicherheitsbeiwert für Beton. Letzterer beträgt für ständige und vorübergehende Bemessungssituationen  $\gamma_c = 1,50$ , für außergewöhnliche Bemessungssituationen  $\gamma_c = 1,30$ .

Bei Fertigteilen darf unter Werksbedingungen generell  $\gamma_c = 1,35$  angesetzt werden, wenn die jeweilig benötigte Betondruckfestigkeit an jedem Bauteil explizit sichergestellt wird.



**Bild 1.2:** Idealierte Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betonstahls

Der bilineare Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Linie des Betonstahls sieht in der Bemessung ein Ansteigen von der rechnerischen Fließgrenze  $f_{yd}$  zur Zugfestigkeit  $f_{td}$  vor. Für den Bemessungswert der Druck- und Zugfestigkeit darf vereinfacht auch die Fließgrenze angesetzt werden.

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (1.8)$$

Der Teilsicherheitsbeiwert für Betonstahl beträgt  $\gamma_s = 1,15$  für ständige und vorübergehende Bemessungssituationen,  $\gamma_s = 1,0$  für außergewöhnliche Bemessungssituationen.

Die Grenzdehnungen für die Bemessung von üblichen Normalbetonen und Betonstahl B500 sind in Tabelle 1.1 aufgeführt.

In Tabelle 1.2 sind zusätzlich die Festigkeitskennwerte für hochfeste Betone ab C55/67 bis C100/115 sowie die rechnerischen Grenzstauchungen angegeben. Durch die erhöhte Sprödigkeit und Steifigkeit des hochfesten Betons werden die Grenzstauchungen  $\epsilon_{c2u}$  bis auf -2,6 ‰ reduziert (bzgl. der Absolutwerte), die Stauchungswerte  $\epsilon_{c2}$  zum Erreichen der Festigkeit kontinuierlich auf -2,6 ‰ erhöht.

**Tabelle 1.1:** Festigkeitskennwerte für Normalbetone C12/15 – C50/60 (oben) und Betonstahl B500 (unten) in N/mm<sup>2</sup> für  $\gamma_c = 1,50$  und  $\gamma_s = 1,15$  sowie die rechnerischen Grenzdehnungen,  $\alpha_{cc} = 0,85$

$f_{ck}$	12	16	20	25	30	35	40	45	50
$f_{ck,cube}$	15	20	25	30	37	45	50	55	60
$f_{cd}$	6,8	9,1	11,3	14,2	17	19,8	22,7	25,5	28,3
$\epsilon_{c2}$ [‰]	-2,0								
$\epsilon_{c2u}$ [‰]	-3,5								

$f_{yk}$	500								
$f_{yd}$	435								
$f_{tk,cal}$	525								
$f_{td,cal}$	457								
$\epsilon_{su}$ [‰]	25								
$\epsilon_{yd}$ [‰]	2,174								

**Tabelle 1.2:** Festigkeitskennwerte für hochfeste Betone C55/67 – C100/115 in N/mm<sup>2</sup> für  $\gamma_c = 1,50$  sowie die rechnerischen Grenzstauchungen

$f_{ck}$	55	60	70	80	90	100
$f_{ck,cube}$	67	75	85	95	105	115
$f_{cd}$	31,2	34	39,7	45,3	51	56,7
$\epsilon_{c2}$ [‰]	-2,2	-2,3	-2,4	-2,5	-2,6	-2,6
$\epsilon_{c2u}$ [‰]	-3,1	-2,9	-2,7	-2,6	-2,6	-2,6

## 1.4 Einachsige Biegung mit Normalkraft

### 1.4.1 Definition der Schnittgrößen und der Dehnungsverteilung im Querschnitt

Bei der Bemessung im GZT ist allgemein nachzuweisen, dass die einwirkenden Schnittgrößen kleiner oder gleich den korrespondierenden Widerständen (innere Schnittgrößen) des Querschnitts, unter Berücksichtigung der jeweiligen Bemessungswerte, sind.

Als Grundannahme wird bei balkenartigen Bauteilen der ebene Dehnungszustand vorausgesetzt. Für die Bemessung gegen Biegeversagen unter kombinierter

$M$ - $N$ -Beanspruchung lassen sich daher generell als Bemessungsziel folgende Grenzbedingungen formulieren:

$$N_{Ed} \stackrel{!}{=} N_{Rd} \quad (1.9)$$

$$M_{Ed} \stackrel{!}{=} M_{Rd} \quad (1.10)$$

Dies gilt für die minimal benötigte Bewehrungsmenge, bei vorgegebener Lage und Verteilung im Querschnitt.

Die inneren Schnittgrößen werden durch die Integration der Spannungen im Querschnitt bestimmt. An einem Stahlbetonquerschnitt mit beliebiger, jedoch symmetrischer Geometrie bzgl. der Querrichtung ergeben sich allgemein die Widerstände  $N_{Rd}$  und  $M_{Rd}$  zu:

$$N_{Rd} = \int_A \sigma_d dA \quad (1.11)$$

$$M_{Rd} = \int_A \sigma_d z dA \quad (1.12)$$

Unter Differenzierung zwischen Beton- und Bewehrungsanteilen (Index c, Index s) folgt aus Gleichgewichtsgründen:

$$N_{Rd} = \int_{A_c} \sigma_{cd} dA_c + \int_{A_s} \sigma_{sd} dA_s \quad (1.13)$$

$$\Rightarrow N_{Rd} = F_{cd} + F_{sd} \quad (1.14)$$

$$M_{Rd} = \int_{A_c} \sigma_{cd} z dA_c + \int_{A_s} \sigma_{sd} z dA_s \quad (1.15)$$

$$\Rightarrow M_{Rd} = F_{cd} z_c + F_{sd} z_s \quad (1.16)$$

Dabei kennzeichnen die Kräfte  $F_{cd}$  und  $F_{sd}$  die Bemessungswerte der Resultierenden der Spannungsintegrale von Beton und Betonstahl. Die Hebelarme  $z_c$  und  $z_s$  beschreiben den Abstand der resultierenden Kräfte zur Schwerachse (SA) des Querschnitts. Jedoch ist für die Ermittlung der inneren Schnittgrößen neben den Materialgesetzen auch die Kenntnis des inneren Dehnungszustands nötig. Unter Vernachlässigung von Schubverformungen (Ebenbleiben der Querschnitte sowie Orthogonalität des Querschnitts zur Spannungsnulllinie auch nach der Deformation) treten aus Normalkraft und Biegemoment nur Längsdehnungen  $\varepsilon$  und Verkrümmungen  $\kappa$  auf, die die Dehnungsebene eindeutig festlegen. Die Dehnungen der Fasern des Querschnitts sind somit proportional zu ihrem Abstand von der Dehnungsnulllinie. Folglich kann die Dehnung in einer Faser des Querschnitts (vgl. Gleichung (1.4)) in Abhängigkeit des Abstandes  $z$  von der Schwerachse beschrieben werden mit:

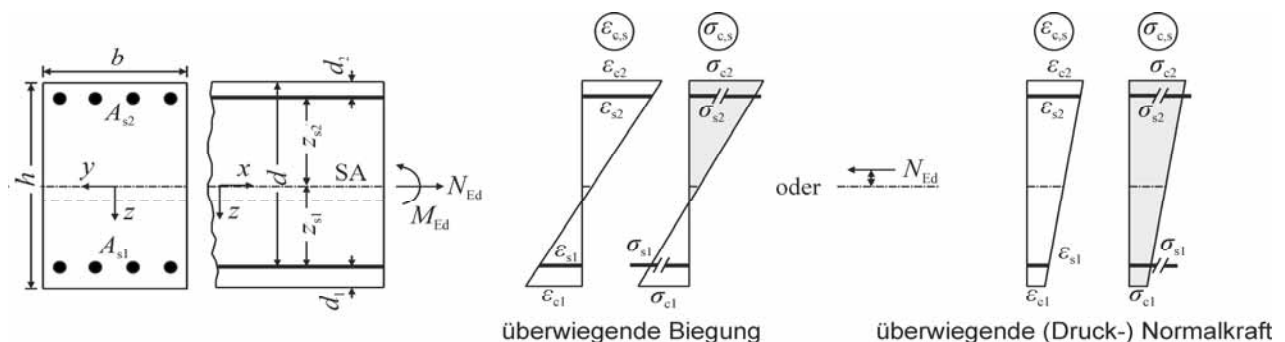
$$\varepsilon_c(z) = \varepsilon_0 + \kappa z \quad (1.17)$$

#### 1.4.2 Innere Schnittgrößen am ungerissenen Querschnitt (Zustand I)

Stahlbetonbauteile, die unterhalb einer vorhandenen Zugfestigkeit des Betons beansprucht werden, bleiben ungerissen und befinden sich somit im Zustand I. Auch am gedrückten Rand müssen bei gewünschter Linearität die Beanspruchungen ausreichend gering ( $\sigma_c \leq \sim 0,4f_c$ ) bleiben.

Für den Beton kann dann näherungsweise linear-elastisches Materialverhalten für Zug- und Druckbeanspruchungen angesetzt werden mit:

$$\sigma_c = E_c \varepsilon_c \quad (1.18)$$



**Bild 1.3:** Verlauf der Spannungen und Dehnungen für überwiegende Biegung und überwiegende (Druck-) Normalkraft am Rechteckquerschnitt im Zustand I

Die inneren Schnittgrößen für einen reinen Betonquerschnitt ergeben sich dann aus der Integration der Spannungen über den Querschnitt zu:

$$N_R = \int_{A_c} \sigma_c dA_c \quad (1.19)$$

$$= E_c \int_{A_c} (\varepsilon_0 + \kappa z) dA_c$$

$$= E_c \varepsilon_0 \int_{A_c} dA_c + E_c \kappa \int_{A_c} z dA_c$$

$$= \varepsilon_0 E_c A_c$$

$$M_R = \int_{A_c} \sigma_c z dA_c \quad (1.20)$$

$$= E_c \varepsilon_0 \int_{A_c} z dA_c + E_c \kappa \int_{A_c} z^2 dA_c$$

$$= \kappa E_c I_c$$

Der Index d wird in diesem sowie im Kapitel 1.4.3 aus Gründen der Vereinfachung nicht explizit angeschrieben. Bei einem bewehrten Stahlbetonquerschnitt können die inneren Schnittgrößen analog mit den ideellen Querschnittswerten (Index i) ermittelt werden, also unter Wichtung der verschiedenen E-Moduln von Beton und Betonstahl. Es folgt:

$$N_R = \varepsilon_0 E_c A_i \quad (1.21)$$

$$M_R = \kappa E_c I_i \quad (1.22)$$

Unter Berücksichtigung von Gleichung (1.17) kann die Dehnungsebene im Querschnitt demnach beschrieben werden mit:

$$\varepsilon(z) = \frac{N_E}{E_c A_i} + \frac{M_{E,y}}{E_c I_i} z \quad (1.23)$$

Nach Biegetheorie bei elastischem Materialverhalten bewirkt somit eine Normalkraft lediglich Längsdehnungen  $\varepsilon_0$  und keine Krümmungen  $\kappa$ . Durch diese Unabhängigkeit der Verformungsgrößen kann die Gesamtdehnung durch Summation der einzelnen Anteile (Superpositionsprinzip) berechnet werden. Die Bewehrung beeinflusst beim ungerissenen Querschnitt die Biegetragfähigkeit nur gering, da sie durch den Verbund nur die geringen Dehnungen des Betons erfährt. Der innere Widerstand gegen Biegeversagen

wird folglich hauptsächlich durch ein Kräftepaar des Betons gebildet, welches sich aus den Resultierenden in der Zugzone und der Druckzone und ihrem Abstand ergibt (mit Ausnahme vom vollständig überdrückten Querschnitt ohne bzw. mit geringer exzentrischer Normalkraft, Bild 1.3). Die Betonspannungen im Querschnitt können dann ebenfalls mit herkömmlichen Gleichungen aus der elastischen Biegetheorie berechnet werden zu:

$$\sigma_c = \frac{N_E}{A_i} + \frac{M_{E,y}}{I_i} z \quad (1.24)$$

### 1.4.3 Innere Schnittgrößen am gerissenen Querschnitt (Zustand II)

Durch Überschreiten der Zugfestigkeit des Betons und der sich einstellenden Rissbildung am Bauteil wird der Querschnitt vom Zustand I, ungerissen, in den Zustand II, gerissen, versetzt. Die durch den Riss freiwerdende Zugkraft ist durch Bewehrung aufzunehmen, sodass in der Zugzone nur noch die Bewehrung wirkt. Betonzugspannungen bleiben rechnerisch unberücksichtigt. Die Dehnungsnulllinie verschiebt sich zum gedrückten Rand, dabei vergrößert sich der Hebelarm der inneren Kräfte  $z$ . Auch am gerissenen Stahlbetonquerschnitt bleibt die Annahme vom Ebenbleiben der Querschnitte sowie der Orthogonalität des Querschnitts zur Spannungsnulllinie gerechtfertigt, sodass die Dehnungen weiterhin mit einer linearen Funktion (vgl. Gleichung (1.23)) beschrieben werden können. Eine lineare Spannungsverteilung in der Druckzone des Querschnitts ist allerdings nur noch für geringe Biegebeanspruchungen zulässig. Bei höherer Beanspruchung ist für den Beton sowie für den Betonstahl nichtlineares Spannungs-Dehnungs-Verhalten anzunehmen (vgl. Bilder 1.1, 1.2). Eine einfache Überlagerung von Spannungen aus  $N$  und  $M$  nach dem Superpositionsprinzip (vgl. Gleichungen (1.19) und (1.20)) ist aufgrund der Nichtlinearität durch die Rissbildung nicht mehr möglich. Das Gleichgewicht kann jedoch weiterhin über die allgemeingültigen Integralausdrücke aus den Gleichungen (1.13) und (1.15) beschrieben werden. Mit der Idealisierung der Bewehrung als  $n$  diskrete Punkte oder Linien im Querschnitt können die Integrale modifiziert werden zu:

$$N_R \cong \int_{A_c} \sigma_c(\varepsilon) dA_c + \sum_{i=1}^n A_{si} \sigma_{si}(\varepsilon) \quad (1.25)$$

$$M_R \cong \int_{A_c} \sigma_c(\varepsilon) z dA_c + \sum_{i=1}^n A_{si} \sigma_{si}(\varepsilon) z_i \quad (1.26)$$

Die resultierenden inneren Kräfte ergeben sich aus der Integration der nichtlinearen Spannungsverteilung in der Druckzone und den diskreten Stahlzugkräften  $F_{si}$ , definiert durch das Produkt der Bewehrungsmengen  $A_{si}$  mit der zur lokalen Dehnung passenden Stahlspannung  $\sigma_{si}$  (vgl. Gleichung (1.29)). Bei einfacher Zugbewehrungslage kann zwischen den auf die Schwerachse des Querschnitts bezogenen inneren und äußeren Schnittgrößen das Gleichgewicht formuliert werden. Es gilt dabei die Vorzeichendefinition nach Bild 1.5.

$$N_E = N_R = F_{s1} - F_c \quad (1.27)$$

$$M_E = M_R = F_{s1} z_{s1} + F_c (d - z_{s1} - a) \quad (1.28)$$

In Gleichung (1.28) beschreiben  $a$  den Abstand der Resultierenden  $F_c$  vom gedrückten Rand und  $d$  die statische Nutzhöhe als den Abstand von der Zugbewehrung zum gedrückten Rand. Die Bemessungsaufgabe besteht darin, mit Hilfe einer geeigneten Dehnungsverteilung die Größe und Lage der Betondruckkraft  $F_c$  sowie den korrespondierenden Bewehrungsquerschnitt unter Erfüllung der Gleichgewichtsbedingungen iterativ zu ermitteln. Der erforderliche Bewehrungsquerschnitt an einer Stelle  $i$  für  $A_{s,i}$  ist allgemein zu berechnen mit:

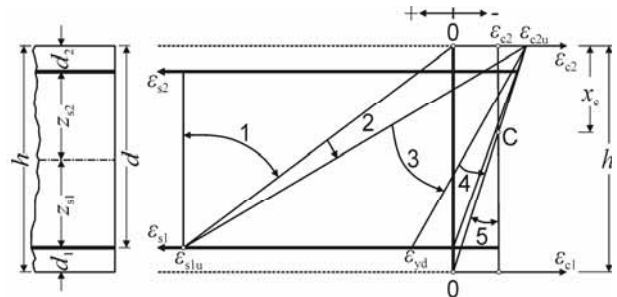
$$A_{s,i} = \frac{F_{s,i}}{\sigma_{s,i}} \quad (1.29)$$

Bereiche des Querschnitts unter Zugbeanspruchungen werden im Folgenden mit dem Index 1, Bereiche unter Druckbeanspruchungen mit dem Index 2 gekennzeichnet (vgl. Bilder 1.4 und 1.5).

## 1.5 Dehnungsbereiche und Versagensformen

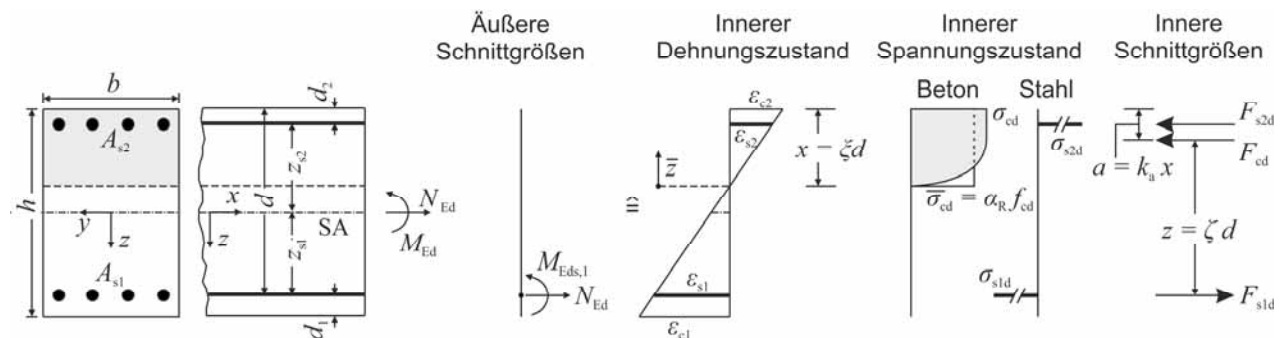
Nachfolgend angegebene Größen beziehen sich auf den Grenzzustand der Tragfähigkeit und werden mit entsprechender Indizierung „d“ bezeichnet. Für durch Biegung mit Längskraft beanspruchte Bauteile aus Stahlbeton wird zwischen fünf Dehnungsbereichen unterschieden (vgl. Bild 1.4). Dabei wird der Querschnitt in den Dehnungsbereichen 1 und 5 überwiegend auf Normalkraft, in den Dehnungsbereichen 2, 3, 4 überwiegend auf Biegung beansprucht. Die Grenzdehnungen beziehen sich auf Normalbetone der Druckfestigkeitsklassen C12/15 bis C50/60 und einen Betonstahl B500. Für andere Betonfestigkeitsklassen gelten die Grenzdehnungen nach Tabelle 1.2.

Dehnungsbereich 1 charakterisiert einen Querschnitt unter Zugbeanspruchung mit geringer Lastausmitte  $e = M_{Ed}/N_{Ed} \leq z_{s1}$ . Zugbeanspruchungen werden rechnerisch nur von der Bewehrung aufgenommen, sodass die Bemessung über Hebelgesetze erfolgen kann. Ein Querschnittsversagen tritt durch das Versagen des Betonstahls ein.



**Bild 1.4:** Dehnungsbereiche 1 bis 5

Im Dehnungsbereich 2 erreicht der Betonstahl seine rechnerische Grenzdehnung von  $\varepsilon_{s1u} = 25 \text{ ‰}$  und ist somit vollständig ausgenutzt. Der Beton ist entweder nicht, nicht vollständig oder nur am Rand gerade vollständig ausgenutzt ( $0 \geq \varepsilon_{c2} \geq -3,5 \text{ ‰}$ ).



**Bild 1.5:** Äußere und innere Schnittgrößen am Rechteckquerschnitt mit beidseitiger Bewehrung im Zustand II



Als Folge versagt bei weiterer Laststeigerung der Betonstahl aufgrund von einem zu geringen Bewehrungsquerschnitt (duktilen Versagen).

Für den Dehnungsbereich 3 ist der Beton am Rand vollständig ausgenutzt mit  $\varepsilon_{c2} = -3,5 \text{ ‰}$ , der Betonstahl fließt plastisch oberhalb der rechnerischen Fließdehnung von  $\varepsilon_{s1} \geq f_{yk} / (E_s \gamma_s) = 2,174 \text{ ‰}$  (ständige und vorübergehende Bemessungssituation) und kann eine rechnerische Dehnung bis maximal  $\varepsilon_{s1u} \leq 25 \text{ ‰}$  annehmen. Je geringer die Stahldehnung allerdings ausfällt, desto spröder entwickelt sich das Bauteilverhalten.

Dehnungsbereich 4 kennzeichnet einen vollständig ausgenutzten Beton mit Stahldehnungen im linearen Bereich ( $\varepsilon_s < \varepsilon_{yd}$ ). Als Resultat tritt Betonversagen ohne Vorankündigung auf. Um ein duktilen Querschnittsversagen sicherzustellen, sollte die Druckzone durch Druckbewehrung, erhöhte Betonfestigkeit oder Querschnittsanpassung verstärkt werden, sodass die Stahldehnungen wieder den Fließbereich erreichen. Zusätzlich ist ausreichendes Rotationsvermögen des Querschnitts nachzuweisen.

Im Dehnungsbereich 5 befindet sich der Querschnitt ausschließlich unter Druckbeanspruchung, auch bei einer geringen Ausmitte  $e$  der Resultierenden im Querschnitt. Generell darf im Punkt C mit  $x_c = \frac{\varepsilon_{c2u} - \varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{c2u}} h$  (vgl. Bild 1.4) eine maximale Stauchung von  $\varepsilon_c = -2,0 \text{ ‰}$  nicht überschritten werden (vgl. mittig gedrücktes Bauteil), allerdings kann bei einer geringen Ausmitte  $e/h \leq 0,1$  mit  $e = M_{Ed}/N_{Ed}$  eine maximale Stauchung von  $\varepsilon_c = -2,2 \text{ ‰}$  angenommen werden, um rechnerisches Fließen der gedrückten Betonstahlbewehrung zu sichern.

## 1.6 Schnittgrößen am Rechteckquerschnitt

### 1.6.1 Äußere Schnittgrößen

Die äußeren Schnittgrößen  $M_{Ed}$  und  $N_{Ed}$  (vgl. Bild 1.5) aus Einwirkungen beziehen sich zunächst auf die Schwerachse des Bruttoquerschnitts (ungerissen) und werden nachfolgend ausschließlich als Bemessungsschnittgrößen angegeben.

Bei Biegung mit zusätzlicher Normalkraft bietet es sich zunächst an, die Schnittgrößen auf die gezogene Stahllage zu beziehen. Druckkräfte erhöhen, Zugkräfte vermindern das so erzeugte Moment  $M_{Eds,1}$ .

Die Transformation der äußeren Schnittgrößen von der Schwerachse auf die Lage der Biegebewehrung

eliminiert den inneren Widerstand  $F_{s1d}$  als Unbekannte aus dem Gleichungssystem und reduziert somit die Anzahl der zu berechnenden Unbekannten. Dabei erhält die Normalkraft ein Versatzmoment mit dem Hebelarm  $z_{s1}$  bzw.  $z_{s2}$ , welches durch den Abstand der Schwerachse des Bruttoquerschnitts und der Schwerachse von Zug- bzw. Druckbewehrung definiert ist. Das äußere Moment  $M_{Eds,1}$  auf Höhe der Zugbewehrung nach Bild 1.5 ergibt sich demnach zu:

$$M_{Eds,1} = M_{Ed} - N_{Ed} z_{s1} \quad (1.30)$$

Das äußere Moment bezogen auf die Schwerachse der Druckbewehrung definiert Gleichung (1.31):

$$M_{Eds,2} = M_{Ed} + N_{Ed} z_{s2} \quad (1.31)$$

Als Druckkraft ist  $N_{Ed}$  mit negativem Vorzeichen einzusetzen.

### 1.6.2 Innere Schnittgrößen

Bild 1.5 zeigt neben den äußeren Schnittgrößen auch den inneren Dehnungszustand sowie die daraus resultierenden inneren Schnittgrößen für einen Rechteckquerschnitt. Die inneren Schnittgrößen werden am gerissenen Querschnitt betrachtet. Über die lineare Dehnungsverteilung teilt sich der Querschnitt bei überwiegender Biegebeanspruchung (Nulllinie im Querschnitt) in eine Zugzone und eine Druckzone auf. Der Abstand zwischen der äußersten gedrückten Faser des Querschnitts und dem Nulldurchgang der Dehnungsverteilung definiert die Druckzonenhöhe  $x$ . Mit der Grenzstauchung des Betons von  $\varepsilon_{cu} = -3,5 \text{ ‰}$  und der Grenzdehnung des Betonstahls von  $\varepsilon_{s1u} = 25 \text{ ‰}$  sind die Randwerte für eine geeignete Dehnungsebene festgelegt. Als unterer Grenzwert für den Betonstahl gilt aus wirtschaftlichen Überlegungen in der Regel zusätzlich der Bemessungswert der Fließdehnung  $\varepsilon_{yd}$  mit  $\varepsilon_{yd} = 2,174 \text{ ‰}$  bei üblichen Bemessungsszenarien.

Unter Berücksichtigung der zugehörigen Spannungsverteilung innerhalb der Druckzone (z. B. PR-Diagramm) kann die Spannungsresultierende  $F_{cd}$  ermittelt werden. Allgemein wird bei einer dreiecksförmigen Dehnungsverteilung in den Dehnungsbereichen 2, 3, 4 die resultierende Betondruckkraft  $F_{cd}$  definiert als integraler Ausdruck der Betonspannungen  $\sigma_c(\bar{z})$  multipliziert mit der Breite  $b(\bar{z})$  des Querschnitts in Abhängigkeit von der Lage  $\bar{z}$  innerhalb der Druckzone  $x$  (vgl. Gleichung (1.32)).

$$F_{cd} = \int_{\bar{z}=0}^{\bar{z}=x} \sigma_c(\bar{z}) b(\bar{z}) d\bar{z} \quad (1.32)$$

$F_{cd}$  greift beim Rechteckquerschnitt im Schwerpunkt der zur Grundachse einbeschriebenen Fläche der Spannungs-Dehnungs-Beziehung an. Der Abstand zum gedrückten Rand ist dabei allgemein definiert durch den Parameter  $a$  mit:

$$a = x - \frac{1}{F_{cd}} \int_{\bar{z}=0}^{\bar{z}=x} \sigma_c(\bar{z}) b(\bar{z}) \bar{z} d\bar{z} \quad (1.33)$$

Falls der Widerstand des Betons nicht ausreicht, das äußere Moment  $M_{Eds}$  aufzunehmen, kann zusätzlich Bewehrung in der Druckzone angeordnet werden. Bezogen auf die Schwerachse der Biegezugbewehrung setzt sich das innere Widerstandsmoment  $M_{Rd}$  somit aus der Betondruckkraft  $F_{cd}$  und der Stahldruckkraft  $F_{s2d}$  zusammen (vgl. Gleichung (1.34)).

$$M_{Rd} = F_{cd}z + F_{s2d}(d - d_2) \quad (1.34)$$

$z$  beschreibt hier den Hebelarm der inneren Kräfte als Abstand zwischen Betondruckkraft  $F_{cd}$  und Stahlzugkraft  $F_{s1d}$  und nicht den resultierenden Abstand  $z_{res}$  infolge der zusätzlichen Kraftwirkung  $F_{s2d}$  einer möglichen Druckbewehrung. Meist ist der Unterschied zwischen  $z$  und  $z_{res}$  aufgrund der gewünscht dominanten Betontragwirkung gering. Der Hebelarm der Stahldruckkraft  $F_{s2d}$  zur Schwerachse der Biegezugbewehrung ist dabei rein geometrisch definiert über die Lage der Druckbewehrung mit  $d_2$  zum Querschnittsrand. Der Hebelarm der inneren Kräfte  $z$  der Betondruckkraft  $F_{cd}$  zur Schwerachse der Biegezugbewehrung kann durch die vorher ermittelte Dehnungsverteilung sowie durch Lösung des Integrals aus Gleichung (1.33) bestimmt werden.

### 1.6.3 Innere Schnittgrößen für eine rechteckige Druckzone

Für eine rechteckige Druckzone mit  $b(\bar{z}) = b = \text{konst.}$  wird die Fläche des PR-Diagramms durch eine äquivalente rechteckige Fläche ersetzt, wobei der Völligkeitsbeiwert  $\alpha_R$  die Flächengleichheit zwischen PR-Diagramm und Rechteckfläche und der Höhenbeiwert  $k_a$  eine Korrektur des Schwerpunkts vom gedrückten Rand beschreibt. Es gilt:

$$\alpha_R = \frac{1}{x f_{cd}} \int_{\bar{z}=0}^{\bar{z}=x} \sigma_c(\bar{z}) d\bar{z} \quad (1.35)$$

$$k_a = \frac{a}{x} = 1 - \frac{b}{x F_{cd}} \int_{\bar{z}=0}^{\bar{z}=x} \sigma_c(\bar{z}) \bar{z} d\bar{z} \quad (1.36)$$

Die Gleichungen (1.37) bis (1.40) zeigen die expliziten Lösungen dazu, separat für die Parabel und das

Rechteck vom PR-Diagramm für einen Querschnitt mit dreiecksförmiger Dehnungsverteilung.

Für  $0 \geq \varepsilon_{c2} \geq -2,0 \text{ ‰}$  (Parabel) gilt:

$$\alpha_R = -\frac{1}{2} \left( \varepsilon_{c2} + \frac{\varepsilon_{c2}^2}{6} \right) \quad (1.37)$$

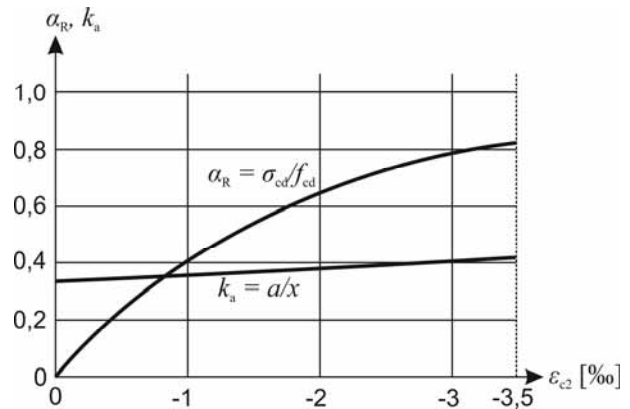
$$k_a = \frac{8 + \varepsilon_{c2}}{4(6 + \varepsilon_{c2})} \quad (1.38)$$

Für  $-2,0 \text{ ‰} \geq \varepsilon_{c2} \geq -3,5 \text{ ‰}$  (Rechteck) gilt:

$$\alpha_R = \frac{3\varepsilon_{c2} + 2}{3\varepsilon_{c2}} \quad (1.39)$$

$$k_a = \frac{\varepsilon_{c2}(3\varepsilon_{c2} + 4) + 2}{2\varepsilon_{c2}(3\varepsilon_{c2} + 2)} \quad (1.40)$$

Die graphischen Verläufe von  $\alpha_R$  und  $k_a$  in Abhängigkeit der Betonstauchung  $\varepsilon_{c2}$  für  $b(\bar{z}) = \text{konst.}$  zeigt Bild 1.6. Stauchungswerte  $\varepsilon_{c2}$  sind in [‰] einzusetzen.



**Bild 1.6:** Völligkeitsbeiwert  $\alpha_R$  und Höhenbeiwert  $k_a$  für eine rechteckige Druckzone, Normalbeton

Zilch/Zehetmaier (2010) geben die Hilfsbeiwerte auch für eine bilineare Spannungs-Dehnungs-Beziehung sowie für den Spannungsblock an. Die Hilfsbeiwerte  $\alpha_R$  und  $k_a$  können auch für eine trapezförmige Dehnungsverteilung bzw. eine dreiecksförmige Druckzone ermittelt und somit generell geschlossene Lösungen für regelmäßig geformte Querschnitte erarbeitet werden (vgl. Linse et al. (1972), Leonhardt/Möning (1984)). Bei frei geformter Druckzone ist die Herleitung von analytischen Lösungen nur bedingt zu empfehlen. Es bieten sich vielmehr numerische Ansätze an (Mark (2003), vgl. Abschnitt 1.7.7).

Durch Lösen der Integrale aus den Gleichungen (1.32), (1.35) und (1.36) ergeben sich die resultierende Betondruckkraft  $F_{cd}$ , der Hebelarm der inneren

Kräfte  $z$  und der Abstand  $a$  der Betondruckkraft zur äußersten gedrückten Faser zu:

$$F_{cd} = bx\alpha_R f_{cd} \quad (1.41)$$

$$z = d - a \quad (1.42)$$

$$a = k_a x \quad (1.43)$$

## 1.7 Verfahren für die Querschnittsbemessung

### 1.7.1 Grundgleichungen und Lösung der Bemessungsaufgabe

Durch das Gleichgewicht am Querschnitt müssen bei gegebener Einwirkung und Querschnittsabmessungen allgemein nachfolgende 6 Parameter innerhalb der Bemessung bestimmt werden:

$$M_{Rd}, N_{Rd}, A_{s1}, A_{s2}, \varepsilon_{c2}, \varepsilon_{s1}.$$

Angenommen wird hier ein Querschnitt mit einfacher Biegung und Normalkraft mit zwei Stahllagen 1 und 2, z. B. ein Rechteckquerschnitt mit Zug- und möglicher Druckbewehrung. Dabei werden die geometrischen (Querschnittsbreite und -höhe) sowie mechanischen (Druckfestigkeit des Betons, Fließspannung des Betonstahls) Größen bereits als bekannt vorausgesetzt. Bei einem Querschnitt ohne Druckbewehrung reduziert sich die Anzahl an Unbekannten auf 5. Die zur Verfügung stehenden zwei Gleichungen zur Bestimmung der 5 Unbekannten ergeben sich zunächst wie folgt:

$$M_{Eds} - M_{Rd} = 0 \quad (1.44)$$

$$\Rightarrow M_{Eds} - F_{cd}z = 0 \quad (1.45)$$

und

$$N_{Ed} - N_{Rd} = 0 \quad (1.46)$$

$$\Rightarrow N_{Ed} - F_{s1d} + F_{cd} = 0 \quad (1.47)$$

Durch Vorgabe einer Dehnungsebene innerhalb der Dehnungsgrenzen der Werkstoffe ist der Widerstand  $M_{Rd} = F_{cd}z$  bezüglich der Lage im Querschnitt und Größe der Resultierenden  $F_{cd}$  sowie des Hebelarms der inneren Kräfte  $z$  eindeutig definiert (vgl. Gleichung (1.41)) und kann somit iterativ angepasst werden, bis Gleichung (1.45) erfüllt ist. Zu jeder vorgegebenen Dehnungsebene wird folglich eine eindeutige Lösung für  $M_{Rd}$  und  $N_{Rd}$  erzeugt. Die noch

fehlende Unbekannte  $A_{s1}$  ergibt sich durch Lösen der 2. Gleichgewichtsbedingung zu:

$$A_{s1} = \frac{1}{\sigma_{s1d}} (F_{cd} + N_{Ed}) \quad (1.48)$$

Bei Druckbewehrung werden die Gleichungen (1.45) und (1.47) durch einen weiteren Widerstand mit  $F_{s2d}$  erweitert zu:

$$M_{Eds} - F_{cd}z - F_{s2d}(d - d_2) = 0 \quad (1.49)$$

$$N_{Ed} - F_{s1d} + F_{cd} + F_{s2d} = 0 \quad (1.50)$$

Das Gleichungssystem kann nun ohne Zusatzannahme nicht mehr eindeutig gelöst werden, da  $F_{s2d}$  als zusätzliche Unbekannte hinzukommt. Für eine wirtschaftliche Bemessung mit Druckbewehrung gilt allerdings als Voraussetzung, dass die Höhe der Druckzone  $x$  sowie die Größe der Betondruckkraft  $F_{cd}$  maximiert werden sollte unter Begrenzung der Dehnung des Betonstahls in der Zugzone auf  $\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{yd} = 2,174 \text{ ‰}$  zur Sicherstellung eines duktilen Biegeversagens und gewünscht „voller“ Nutzung des Stahls im Fließbereich. Der Dehnungszustand wird also auf eine gewünschte Konstellation vorab festgelegt. Es ergeben sich dann bekannte Grenzwerte (Index  $\lim$ ) wie die bezogene Druckzonenhöhe  $\xi_{\lim} = x/d = \varepsilon_{c2u}/(\varepsilon_{c2u} - \varepsilon_{yd}) = 0,617$ . Das zugehörige Grenzmoment  $M_{Eds,\lim}$ , welches durch den Widerstand des Querschnitts ohne Druckbewehrung bestimmt ist (vgl. Gleichung (1.45)), bestimmt sich aus eben dieser Druckzonenhöhe. Am gedrückten Rand ist folglich die Stauchung mit  $\varepsilon_{c2u} = -3,5 \text{ ‰}$  anzusetzen. Dadurch sind nicht nur die Dehnungsebene, sondern auch die Betondruckkraft  $F_{cd}$  sowie der Hebelarm der inneren Kräfte  $z$  fest definiert. Grundsätzlich lassen sich auch beliebig andere Dehnungsverteilungen „fest“ einstellen. Hier wird die typische Situation mit  $\varepsilon_{c2u}/\varepsilon_{yd} = -3,5/2,174 \text{ [‰]}$  betrachtet.

Die Größe von  $F_{s2d}$  hängt auch von der vertikalen Lage bzw. des Abstandes  $d_2$  der Druckbewehrung zum gedrückten Rand ab, wobei für die Druckbewehrung  $\varepsilon_{s2} \leq -2,174 \text{ ‰}$  zur plastischen Nutzung des Betonstahls eingehalten sein sollte, was bei üblichen praktischen Anwendungen in der Regel der Fall ist. Der durch Druckbewehrung zusätzlich aufzunehmende Anteil  $\Delta M_{Eds}$  am einwirkenden Moment  $M_{Eds}$  muss dann additiv auch auf den Bewehrungsquerschnitt in der Zugzone angerechnet werden, damit das Gleichgewicht nach Gleichung (1.49) erfüllt ist.

Unter Berücksichtigung von:

$$M_{\text{Eds,lim}} = F_{\text{cd,lim}} z \quad (1.51)$$

und

$$\Delta M_{\text{Eds}} = M_{\text{Eds}} - M_{\text{Eds,lim}} \quad (1.52)$$

ergeben sich mit  $F_{\text{cd,lim}}$  nach Gleichung (1.41) für  $x = x_{\text{lim}} = \xi_{\text{lim}} d$  die erforderlichen Bewehrungsmengen für die Zug- und Druckzone zu:

$$A_{s1} = \frac{1}{\sigma_{s1d}} \left( \frac{M_{\text{Eds,lim}}}{z} + \frac{\Delta M_{\text{Eds}}}{d - d_2} + N_{\text{Ed}} \right) \quad (1.53)$$

$$A_{s2} = \frac{1}{|\sigma_{s2d}|} \frac{\Delta M_{\text{Eds}}}{d - d_2} \quad (1.54)$$

### 1.7.2 Grundprinzip der Normierung

Die klassische Normierung umfasst Geometrie- und Materialkenngrößen. Das bedeutet, dass Querschnitte einer Form, z. B. Rechtecke oder Kreise, und beliebige Materialkenngrößen, z. B. Festigkeiten von Betonstählen bzw. Betonen, gleichbehandelt werden, solange die Spannungs-Dehnungs-Beziehungen proportional zu Festigkeitswerten bleiben. Grundlage ist wiederum die Dehnungsebene, die am realen Querschnitt und am normierten Querschnitt (z. B. ein auf die Abmessung „1“ x „1“ reduziertes Rechteck) proportional sind. Das grundlegende Konzept der klassischen Bemessungshilfen für Biegung mit Normalkraft sieht eine Transformation (Normierung) auf einen grundlegenden Einheitsquerschnitt vor, die Bestimmung der Dehnungsebene für eine minimale Bewehrungsmenge (Extremalprinzip) im normierten Zustand (Hilfsmittel) und die Rücktransformation auf den Realquerschnitt durch Einrechnen von tatsächlichen Geometrie- und Materialgrößen. Am Beispiel von Rechteckquerschnitten werden im Folgenden die Grundzusammenhänge zwischen dimensionslosen Normierungsgrößen, z. B.  $\xi$ ,  $\zeta$  für die Geometrie, und den realen Querschnittsgrößen gezeigt. Grundlegend hat sich bei einer Normierung bewährt, Kräfte auf Flächen sowie Spannungen und Momente zusätzlich auf ein zum Hebelarm korrespondierendes Querschnittsmaß wie die Querschnittshöhe  $h$  bzw. die statische Nutzhöhe  $d$  zu beziehen. Beide Bezüge, also  $h$  oder  $d$ , sind alternativ möglich und werden nachfolgend auch genutzt.

Allgemein lauten die Gleichungen für dimensionslose Kräfte:

$$f_{i,j} = \frac{F_{i,j}}{A_{i,\text{tot}} \sigma_{id}} \quad (1.55)$$

und für dimensionslose Momente:

$$\mu_{i,j} = \frac{M_{i,j}}{A_{i,\text{tot}} h \sigma_{id}} \quad (1.56)$$

mit den üblichen Indizes  $i = c$  für Beton,  $i = s$  für Betonstahl,  $j = 1$  für den Anteil in der Zugzone und  $j = 2$  für den Anteil in der Druckzone. Neben der dimensionslosen Definition von Kräften und Momenten werden auch geometrische und mechanische Größen durch relative Parameter ersetzt. Aus geometrischer Sicht wird somit ein Einheitsquerschnitt betrachtet.

Für einen Rechteckquerschnitt ohne Druckbewehrung ergeben sich bei geometrischem Bezug auf die Höhe  $h$  für den Hebelarm der inneren Kräfte  $z$ , die Druckzonenhöhe  $x$ , die statische Nutzhöhe  $d$  sowie für den mechanischen Längsbewehrungsgrad  $\omega$ :

$$\frac{z}{h} = \zeta(\varepsilon, \omega_{\text{tot}}, d_1/h) \quad (1.57)$$

$$\frac{d}{h} = \delta(\varepsilon, \omega_{\text{tot}}, d_1/h) \quad (1.58)$$

$$\frac{x}{h} = \xi(\varepsilon, \omega_{\text{tot}}, d_1/h) \quad (1.59)$$

$$\omega_{\text{tot}} = \sum_{k=1}^n \omega_k \quad \text{mit} \quad \omega_k = \frac{A_{s,k} f_{yd}}{A_c f_{cd}} \quad (1.60)$$

Unter Verwendung bezogener Größen  $\mu_{\text{Ed}}$  und  $\nu_{\text{Ed}}$  auch für die Einwirkungen folgt das Momenten- und Kräftegleichgewicht (nach Bild 1.5) in dimensionsloser Form zu:

$$\nu_{\text{Ed}} \stackrel{!}{=} \nu_{\text{Rd}}(\varepsilon, \omega_{\text{tot}}) \quad (1.61)$$

$$\mu_{\text{Ed}} \stackrel{!}{=} \mu_{\text{Rd}}(\varepsilon, \omega_{\text{tot}}, d_1/h) \quad (1.62)$$

mit:

$$\nu_{\text{Rd}} = f_{c,2} + \omega_{\text{tot}} f_{s,1} \quad (1.61a)$$

$$\mu_{\text{Rd}} = \mu_{c,2} + \omega_{\text{tot}} \mu_{s,1} \quad (1.62a)$$

### 1.7.3 Dimensionslose Beiwerte am Rechteckquerschnitt

#### 1.7.3.1 Ohne Druckbewehrung

Für die Bemessung ist es zweckmäßig, die erforderliche Bewehrungsmenge unabhängig von absoluten Materialfestigkeiten und Querschnittsabmessungen zu ermitteln. Mit der statischen Nutzhöhe  $d$  als geometrische Bezugsgröße für Querschnittsabstände gilt für die bezogenen geometrischen und mechanischen Größen  $\xi$ ,  $\zeta$ ,  $\rho$  und  $\omega$ :

$$\xi = \frac{x}{d} = \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{c2} - \varepsilon_{s1}} \quad (1.63)$$

$$\zeta = \frac{z}{d} \quad (1.64)$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} \quad (1.65)$$

$$\omega = \rho \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \quad (1.66)$$

Der geometrische Bewehrungsgrad  $\rho$  vergleicht allein Stahlflächen zu Betonflächen, der mechanische Bewehrungsgrad  $\omega$  hingegen Stahlkräfte zu Betonkräften. Letzterer liefert also eine mechanische Bewertung der Flächengrößen. Zur Herleitung der minimal erforderlichen Bewehrungsmenge wird das Gleichgewicht zwischen inneren und äußeren Schnittgrößen am Querschnitt betrachtet. Der Drehpunkt für das Momentengleichgewicht  $\sum M = 0$  befindet sich dabei in der Schwerachse der Zugbewehrung. Mit der Voraussetzung

$$M_{Eds} \stackrel{!}{=} M_{Rd} \quad (1.67)$$

gilt:

$$M_{Eds} = F_{cd} z \quad (1.68)$$

$$M_{Eds} = b x \alpha_R f_{cd} z \quad (1.69)$$

Unter Berücksichtigung der dimensionsfreien geometrischen und mechanischen Parameter ergibt sich:

$$M_{Eds} = b \xi d \alpha_R f_{cd} \zeta d \quad (1.70)$$

Mit:

$$\mu_{Eds} = \alpha_R \xi \zeta \quad (1.71)$$

gilt:

$$\mu_{Eds} = \frac{M_{Eds}}{b d^2 f_{cd}} \quad (1.72)$$

$\mu_{Eds}$  ist als klassische bezogene Eingangsgröße mit Stahllagenbezug in Bemessungshilfsmitteln bekannt. Die bezogenen Parameter  $\alpha_R$ ,  $\xi$ ,  $\zeta$  werden über die Dehnungsverteilung bestimmt und ergeben somit das dimensionslose Moment  $\mu_{Eds}$ . Mit Hilfe der zweiten Gleichgewichtsbedingung  $\sum N = 0$  folgt:

$$N_{Ed} \stackrel{!}{=} N_{Rd} \quad (1.73)$$

$$N_{Ed} = F_{s1d} - F_{cd} \quad (1.74)$$

Unter Berücksichtigung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betonstahls nach Bild 1.2 für  $F_{s1d} = \sigma_{s1d} A_{s1}$  gilt:

$$A_{s1} = \frac{1}{\sigma_{s1d}} (F_{cd} + N_{Ed}) \quad (1.75)$$

Für die Ermittlung der erforderlichen Biegezugbewehrung  $A_{s1}$  unter Berücksichtigung dimensionsloser Beiwerte wird Gleichung (1.68) zunächst umgeformt zu:

$$F_{cd} = \frac{M_{Eds}}{z} = \frac{\mu_{Eds} b d^2 f_{cd}}{z} \quad (1.76)$$

Mit Gleichung (1.64) ergibt sich:

$$F_{cd} = \frac{\mu_{Eds} b d^2 f_{cd}}{\zeta d} = \frac{\mu_{Eds}}{\zeta} b d f_{cd} \quad (1.77)$$

Unter Berücksichtigung von Gleichung (1.71) folgt:

$$\mu_{Eds} = \alpha_R \xi (1 - k_a \xi) \quad (1.78)$$

$$\frac{\mu_{Eds}}{\zeta} = \frac{\alpha_R \xi (1 - k_a \xi)}{1 - k_a \xi} = \alpha_R \xi \quad (1.79)$$

$$= \frac{F_{cd}}{b x f_{cd}} \frac{x}{d} \quad (1.80)$$

Für reine Biegung mit  $N_{Ed} = 0$  entspricht  $\mu_{Eds} / \zeta$  dem mechanischen Bewehrungsgrad  $\omega$ . Dann gilt:

$$|F_{cd}| = F_{sd} \quad (1.81)$$

und es ergibt sich:

$$\frac{\mu_{Eds}}{\zeta} = \frac{F_{sd}}{bd f_{cd}} \quad (1.82)$$

$$= \frac{A_s f_{yd}}{bd f_{cd}} = \rho \frac{f_{yd}}{f_{cd}} = \omega \quad (1.83)$$

Somit kann der mechanische Bewehrungsgrad ( $\omega$ ) durch den geometrischen ( $\rho$ ) ausgedrückt werden. Die erforderliche Biegezugbewehrung  $A_{s1}$  ergibt sich allgemein zu:

$$A_{s1} = \frac{1}{\sigma_{s1d}} (\omega b d f_{cd} + N_{Ed}) \quad (1.84)$$

### 1.7.3.2 Mit Druckbewehrung

Das Kräfte- und Momentengleichgewicht bezogen auf die Schwerachse der Zugbewehrung ergibt sich nun mit Zusatzanteilen der Druckbewehrungskräfte  $F_{s2d}$  (vgl. Bild 1.5):

$$N_{Ed} = N_{Rd} = F_{s1d} - F_{cd} - F_{s2d} \quad (1.85)$$

$$M_{Eds} = M_{Rd} = F_{cd} z + F_{s2d} (d - d_2) \quad (1.86)$$

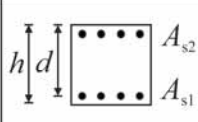
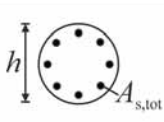
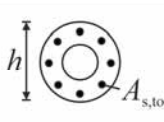
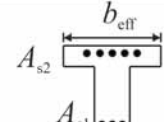
Die Lage der Druckbewehrung ist darin geometrisch definiert über den Abstand  $d_2$  zum gedrückten Rand.

Für die Bemessung mit Druckbewehrung gilt zunächst, dass die bezogene Druckzonenhöhe  $\zeta$  durch die Grenzstauchung des Betons  $\varepsilon_{cu}$  und die Fließdehnung des Betonstahls  $\varepsilon_{yd}$  begrenzt mit  $\zeta_{lim} = -3,5 / (-3,5 - 2,174) = 0,617$  angenommen wird. Dadurch wird ein duktiles Versagen des Querschnitts nach wie vor sichergestellt und der Stahl im Fließbereich genutzt.

Bei dieser Konfiguration der Dehnungsebene ist die Betondruckkraft  $F_{cd}$  fast maximal, das korrespondierende dimensionslose Moment beträgt  $\mu_{Eds,lim} = 0,371$ . Bei Überschreitung von  $\mu_{Eds,lim}$  ist somit Druckbewehrung sinnvoll. Die Differenz zwischen einwirkendem Moment  $\mu_{Eds}$  und Grenzmoment  $\mu_{Eds,lim}$  mit

$$\Delta\mu_{Eds} = \mu_{Eds} - \mu_{Eds,lim} \quad (1.87)$$

muss zusätzlich durch beidseitige Bewehrung aufgenommen werden, damit das Gleichgewicht nach Gleichung (1.86) im Querschnitt erfüllt ist. Dies geschieht durch ein zweites Kräftepaar, welches sich aus der

					
$\mu$	ohne Druckbew.	$\mu_{Eds} = \frac{M_{Eds}}{bd^2 f_{cd}}$	$\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{A_c h f_{cd}}$	$\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{A_c h f_{cd}}$	$\mu_{Eds} = \frac{M_{Eds}}{b_{eff} d^2 f_{cd}}$
	mit Druckbew.	$\mu_{Eds} = \frac{M_{Eds}}{bd^2 f_{cd}}$ $\Delta\mu_{Eds} = \mu_{Eds} - \mu_{Eds,lim}$			$\mu_{Eds} = \frac{M_{Eds}}{b_{eff} d^2 f_{cd}}$ $\Delta\mu = \mu_{Eds} - \mu_{Eds,lim}$
$\omega$	ohne Druckbew.	$\omega = \frac{A_s}{bd} \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$	$\omega_{tot} = \frac{A_{s,tot}}{A_c} \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$	$\omega_{tot} = \frac{A_{s,tot}}{A_c} \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$	$\omega_1(h_f/d; b_f/b_w)$
	mit Druckbew.	$\Delta\omega_1 = \frac{\Delta\mu_{Eds}}{1 - \frac{d_2}{d}}$ $\omega_1 = \omega_{1,\mu,lim} + \Delta\omega_1$ $\omega_2 = \Delta\omega_1 \frac{f_{yd}}{ \sigma_{s2,lim} }$			$\Delta\omega_1 = \frac{\Delta\mu}{1 - \frac{d_2}{d}}$ $\omega_1 = \omega_{1,\mu,lim} + \Delta\omega_1$ $\omega_2 = \Delta\omega_1 \frac{f_{yd}}{ \sigma_{s2,lim} }$

**Bild 1.7:** Übersicht über normierte Beiwerte für verschiedene Querschnittsformen

Stahldruckkraft  $F_{s2d}$  und der zusätzlichen Kraft in der Zugbewehrung aus  $\Delta\mu_{Eds}$  ergibt. Unter Berücksichtigung von Gleichung (1.87) wird der zusätzliche Bewehrungsparameter  $\Delta\omega_1$  definiert als:

$$\Delta\omega_1 = \frac{\Delta\mu_{Eds}}{1 - d_2/d} \quad (1.88)$$

Der bezogene Hebelarm im Nenner definiert nun nicht mehr den Abstand zwischen Betondruckkraft  $F_{cd}$  und Stahlzugkraft  $F_{s1d}$ , sondern beschreibt in bezogener Form den sich rein geometrisch ergebenden Abstand  $d-d_2$  der Stahldruckkraft  $F_{s2d}$  zur Stahlzugkraft  $F_{s1d}$ . Daraus folgt:

$$\Delta\omega_1 = \frac{\Delta\mu_{Eds}}{(z_{s1} + z_{s2})/d} \quad (1.89)$$

mit  $z_{s1} + z_{s2} = d - d_2$  und somit

$$\Delta\omega_1 = \frac{\Delta\mu_{Eds}}{1 - d_2/d} \quad (1.90)$$

Der insgesamt erforderliche Bewehrungsgrad  $\omega_1$  in der Zugzone ergibt sich durch Summation des Zuwachses  $\Delta\omega_1$  und des Grundwertes  $\omega_{1,\mu_{Eds},lim}$  aus dem Grenzmoment  $\mu_{Eds,lim}$  als:

$$\omega_1 = \Delta\omega_1 + \omega_{1,\mu_{Eds},lim} \quad (1.91)$$

Der Bewehrungsgrad  $\omega_2$  in der Druckzone entspricht allein dem Zuwachs  $\Delta\omega_1$

$$\omega_2 = \Delta\omega_1 \quad (1.92)$$

Die Druckbewehrung sollte jenseits der Fließgrenze genutzt sein, also

$$|\varepsilon_{s2}| \geq \varepsilon_{yd} \quad (1.93)$$

wodurch der Abstand  $d_2$  – also die Abnahme der Druckstauchung vom Druckrand mit  $\varepsilon_{cu} = -3,5\text{‰}$  – limitiert ist. Die Bewehrungsmengen errechnen sich dann unter Vernachlässigung des ansteigenden Astes der Spannungs-Dehnungs-Linie des Betonstahles zu:

$$\text{erf } A_{s1} = \frac{1}{f_{yd}} (\omega_1 b d f_{cd} + N_{Ed}) \quad (1.94)$$

$$\text{erf } A_{s2} = \frac{1}{f_{yd}} (\omega_2 b d f_{cd}) \quad (1.95)$$

### 1.7.3.3 Übertragung auf andere Querschnitte

Dieses am Beispiel des Rechteckquerschnitts mit einer bzw. einer zweiten (Druck-) Bewehrungslage vorgestellte Normierungsprinzip lässt sich analog auch auf andere Querschnitte und auf die zweiachsige („schiefe“) Biegung mit Normalkraft übertragen (*Lauer (1983), Werner (1974), Mark (2006)*). Für die einfache Biegung mit Normalkraft ist dies beispielhaft im Bild 1.7 gezeigt. Dargestellt sind die normierten Basisgrößen für Rechteck-, Kreis-, Kreisring- und Plattenbalkenquerschnitte.

#### 1.7.4 Bemessung mit dem Allgemeinen Bemessungsdiagramm (ABD)

Das Diagramm in Bild 1.8 gilt für alle Festigkeitsklassen von Betonstahl sowie für Normalbetone bis zur Festigkeitsklasse C50/60. Es enthält die Kennwerte der Biegedruckzone und die Stahldehnungen für die Dehnungsbereiche 2 bis 5 nach Bild 1.4. Der Bereich negativer Stahldehnungen ist dabei nur der Vollständigkeit halber dargestellt, sodass das Diagramm für die Dehnungsbereiche 2 bis 4 sinnvoll anwendbar ist. Zur Bemessung überdrückter Querschnitte (Dehnungsbereich 5) bieten sich Interaktionsdiagramme an. Auf der Abszissenachse ist das bezogene Bemessungsmoment  $\mu_{\text{Eds}}$  nach Gleichung (1.72) mit Stahllagenbezug aufgetragen. Es kennzeichnet den Ausnutzungsgrad des Querschnittes. Auf der Ordinatenachse finden sich die diesem Wert  $\mu_{\text{Eds}}$  zugeordneten Hilfsgrößen  $\xi$ ,  $\zeta$ ,  $\nu_{\text{cd}}$  sowie  $\varepsilon_{\text{s1}}$  und  $\varepsilon_{\text{s2}}$ . Zur Bemessung reicht in der Regel das Ablesen der Hilfswerte  $\zeta$  und  $\varepsilon_{\text{s2}}$ , um mit  $\zeta$  den Hebelarm der inneren Kräfte  $z$  (vgl. Gleichung (1.64)) und mit  $\varepsilon_{\text{s1}}$  unter Benutzung von Bild 1.2 die Stahlspannung  $\sigma_{\text{sd}}$  zu bestimmen. Die erforderliche Bewehrung ergibt sich dann aus folgender Beziehung:

$$A_{\text{s1}} = \frac{1}{\sigma_{\text{s1d}}} \left( \frac{M_{\text{Eds}}}{z} + N_{\text{Ed}} \right) \quad (1.96)$$

Bei normaler Querschnittsausnutzung wird in der Regel die rechnerische Streckgrenze des Betonstahls erreicht bzw. überschritten bis zur rechnerischen Zugfestigkeit.

Das Allgemeine Bemessungsdiagramm kann auch zur Ermittlung einer zusätzlichen Druckbewehrung verwendet werden. Hierzu wird das Gesamtmoment  $M_{\text{Eds}}$  in zwei Anteile aufgespalten:

$$M_{\text{Eds}} = M_{\text{Eds,lim}} + \Delta M_{\text{Eds}} \quad (1.97)$$

Dabei ist:

- $M_{\text{Eds,lim}}$  Momentenanteil der unbewehrten Betondruckzone
- $\Delta M_{\text{Eds}}$  Momentenanteil einer zusätzlichen Druck- und Zugbewehrung

Zug- und Druckbewehrungen bestimmen sich dann aus folgenden Beziehungen (vgl. Abschnitt 1.7.3):

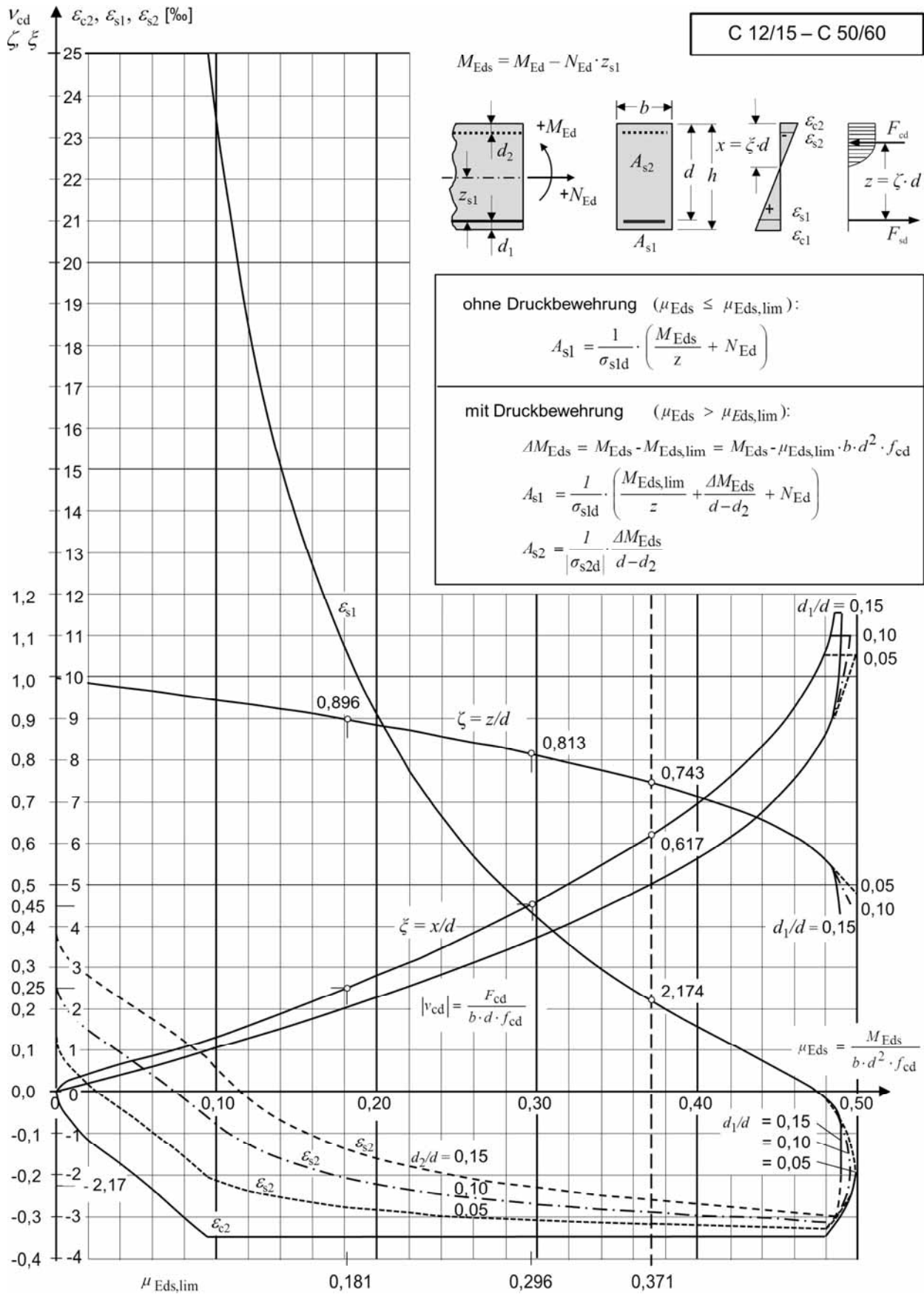
$$A_{\text{s1}} = \frac{1}{\sigma_{\text{s1d}}} \left( \frac{M_{\text{Eds,lim}}}{z} + \frac{\Delta M_{\text{Eds}}}{d - d_2} + N_{\text{Ed}} \right) \quad (1.98)$$

$$A_{\text{s2}} = \frac{1}{|\sigma_{\text{s2d}}|} \left( \frac{\Delta M_{\text{Eds}}}{d - d_2} \right) \quad (1.99)$$

Die Stahlspannungen  $\sigma_{\text{s1d}}$  der Zugbewehrung und  $\sigma_{\text{s2d}}$  der Druckbewehrung ergeben sich aus der Spannungs-Dehnungs-Linie der verwendeten Betonstähle für die Dehnungen  $\varepsilon_{\text{s1}}$  bzw.  $\varepsilon_{\text{s2}}$ , die aus dem Diagramm beim fixierten Dehnungszustand mit  $\mu_{\text{Eds,lim}}$  zu entnehmen sind. Um den Querschnitt möglichst wirtschaftlich zu bemessen, ist es im Allgemeinen vorteilhaft, den Momentenanteil  $M_{\text{Eds,lim}}$  so zu wählen, dass die Zugbewehrung mindestens die Streckgrenze erreicht, d. h.:

$$\varepsilon_{\text{s1}} \geq \frac{f_{\text{yd}}}{E_s} \geq 2,174 \text{ ‰} \quad (1.100)$$





**Bild 1.8:** Allgemeines Bemessungsdiagramm mit und ohne Druckbewehrung für den Rechteckquerschnitt, Normalbetone  $\leq C50/60$

### 1.7.5 Der Plattenbalken

#### 1.7.5.1 Mitwirkende Plattenbreite

Bei der Bemessung von Plattenbalken im Grenzzustand der Tragfähigkeit dürfen für die mitwirkende Plattenbreite die gleichen Werte wie bei der Berechnung der Schnittgrößen angenommen werden. Die Schnittgrößen dürfen näherungsweise unter der Annahme feldweise konstanter mitwirkender Plattenbreiten berechnet werden. Nach DIN EN 1992-1-1, 5.3.2.1 und DIN EN 1992-1-1/NA ist die mitwirkende Plattenbreite auf der Grundlage der Elastizitätstheorie zu bestimmen.

Vereinfachend und auf der sicheren Seite liegend darf die mitwirkende Breite  $b_{\text{eff}}$  von Plattenbalken zu

$$b_{\text{eff}} = \sum b_{\text{eff},i} + b_w \leq b \quad (1.101a)$$

angenommen werden.

Dabei ist:

$$b_{\text{eff},i} = 0,2b_i + 0,1l_0 \leq 0,2l_0 \quad (1.101b)$$

$$b_{\text{eff},i} \leq b_i$$

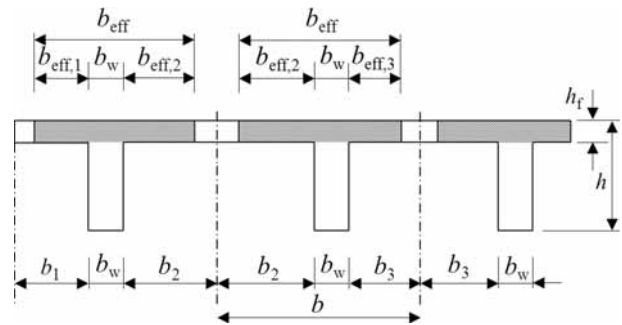
Zutreffendere Werte der mitwirkenden Plattenbreite  $b_{\text{eff}}$  können unter Berücksichtigung der Flanschdicke  $h_f$  mit Tabelle 1.3 und den folgenden Beziehungen ermittelt werden, sofern keine genauere Rechnung durchgeführt wird.

Die mitwirkende Plattenbreite beträgt (vgl. Bild 1.9):

$$b_{\text{eff}} = b_w + b_{\text{eff},1} + b_{\text{eff},2} \quad (1.101c)$$

Ergeben sich durch die Ermittlung der mitwirkenden Plattenbreite nach den Gleichungen (1.101a) und (1.101c) stark unsymmetrische Querschnitte, so muss eine Bemessung für schiefe Biegung durchgeführt

werden, wenn der Querschnitt nicht gegen Verdrehen gesichert und außerdem hoch ausgenutzt ist.



**Bild 1.9:** Bezeichnungen zur Bestimmung der mitwirkenden Breite

Die Werte  $b_{\text{eff},1}/b_1$ ,  $b_{\text{eff},2}/b_2$  bzw.  $b_{\text{eff},3}/b_3$  sind der Tabelle 1.3 zu entnehmen. Zwischen den verschiedenen bezogenen Einflussgrößen darf geradlinig interpoliert werden. Bei Durchlaufträgern tritt an die Stelle der Spannweite  $l$  in Tabelle 1.3 der Abstand  $l_0$  der Momentennullpunkte. Zur Vereinfachung darf  $l_0$  unabhängig vom Lastfall und vom Verhältnis benachbarter Spannweiten wie folgt angenommen werden:

- in Endfeldern von durchlaufenden Trägern

$$l_0 = 0,85l \quad (1.102a)$$

- in Mittelfeldern von durchlaufenden Trägern

$$l_0 = 0,7l \quad (1.102b)$$

- Bei Kragträgern tritt an die Stelle der Kragarmlänge  $l_k$  ein Wert nach folgender Gleichung:

$$l_0 = 0,15l_i + l_k \quad (1.102c)$$

Dabei ist:

$l_i$  die an die Kragarmlänge anschließende benachbarte Feldlänge

**Tabelle 1.3:** Bezogene mitwirkende Plattenbreite  $b_{\text{eff},1}/b_1$  bzw.  $b_{\text{eff},2}/b_2$  bzw.  $b_{\text{eff},3}/b_3$  von Plattenbalken

$h_f/h$	$b_1/l = \text{bzw. } b_2/l = \text{bzw. } b_3/l =$														
	1,00	0,90	0,80	0,70	0,60	0,50	0,45	0,40	0,35	0,30	0,25	0,20	0,15	0,10	
0,10	0,18	0,20	0,23	0,26	0,31	0,38	0,43	0,48	0,55	0,62	0,71	0,82	0,92	1,00	$b_{\text{eff},1}/b_1$ bzw. $b_{\text{eff},2}/b_2$ bzw. $b_{\text{eff},3}/b_3$
0,15	0,20	0,22	0,25	0,28	0,33	0,40	0,45	0,50	0,57	0,64	0,72	0,82	0,92	1,00	
0,20	0,23	0,26	0,29	0,33	0,38	0,45	0,50	0,55	0,61	0,68	0,76	0,85	0,93	1,00	
0,30	0,32	0,36	0,40	0,44	0,50	0,56	0,59	0,63	0,68	0,74	0,80	0,87	0,94	1,00	

- über Auflagern von durchlaufenden Trägern

$$l_0 = 0,15(l_i + l_j) \quad (1.102d)$$

Dabei sind:

$l_i, l_j$  die am Auflager benachbarten Feldlängen

Die mitwirkende Breite erfährt unter konzentrierten Einzellasten eine Einschnürung. Bei der Bemessung von Plattenbalkenquerschnitten im Bereich der Mittelstützen von Durchlaufträgern mit untenliegender durch Stützmomente auf Druck beanspruchter Platte kann diese Einschnürung näherungsweise dadurch berücksichtigt werden, dass die nach Tabelle 1.3 in Verbindung mit Gleichung (1.102b) für das Mittelfeld von Durchlaufträgern ermittelten Werte der mitwirkenden Breite um 30 % vermindert werden.

In gleicher Weise muss die unter Verwendung von Gleichung (1.102c) ermittelte mitwirkende Breite an den Einspannstellen von Kragträgern um 40 % vermindert werden.

Die für den Bereich der Innenstützen von Durchlaufträgern und der Einspannstelle von Kragträgern so ermittelten Werte der mitwirkenden Breite liegen wegen der gewählten Näherungslösung (Abzugswert) für kleine Werte  $b_i/l_0$  ( $i = 1, 2, 3$ ) stark auf der sicheren Seite. Im Bereich  $b_i/l_0 < 0,05$  darf deshalb die volle Plattenbreite in Rechnung gestellt werden ( $b_{\text{eff},i}/b_i = 1,0$ ). Die durch diese Regelung bei  $b_i/l_0 = 0,05$  entstehende sprunghafte Änderung der mitwirkenden Plattenbreite kann bei Bedarf dadurch vermieden werden, dass im Bereich  $0,05 < b_i/l_0 < 0,10$  der Abzugswert zwischen 40 % (bei  $b_i/l_0 = 0,10$ ) und 0 % (bei  $b_i/l_0 = 0,05$ ) linear interpoliert wird.

Bei sehr großen vorhandenen Plattenbreiten  $b_i \geq l$  ( $i = 1, 2, 3$ ) darf näherungsweise der dem Verhältnis  $b_i/l = 1,0$  zugeordnete Wert  $b_{\text{eff},i}/b_i$  verwendet werden. Zur Berechnung der mitwirkenden Breite  $b_{\text{mi}}$  ist die vorhandene Plattenbreite  $b_i$  rechnerisch dabei auf  $b_i = 1,0 l$  zu begrenzen.

### 1.7.5.2 Bemessung von Plattenbalkenquerschnitten

#### 1.7.5.2.1 Allgemeines

Soweit es sich um schlanke Plattenbalkenquerschnitte handelt ( $b_{\text{eff}} > 5 b_w$ ), kann die Bemessung auf sehr einfache Weise geführt werden, weil der Hebelarm der inneren Kräfte als bekannt vorausgesetzt werden

kann (Abschnitt 1.7.5.2.2). Für gedrungene Querschnittsformen ( $b_{\text{eff}} < 5 b_w$ ) kann die Bemessung durchgeführt werden, indem man die Druckzone mit Hilfe eines Beiwertes  $\lambda_v$  in ein Ersatzrechteck verwandelt (Abschnitt 1.7.5.2.3). Für die Breite der Druckplatte  $b$  ist dabei die nach Abschnitt 1.7.5.1 bestimmte mitwirkende Breite  $b_{\text{eff}}$  des Plattenbalkens einzusetzen. Zusätzlich ist eine Grenzstauchung von -2,2 ‰ ( $e_d/h \leq 0,1$ ) in Plattenmitte einzuhalten (mittig gedrücktes Bauteil unter Berücksichtigung der günstigen Kriechwirkungen).

Plattenbalkenquerschnitte können schließlich auch mit dimensionslosen Beiwerten bemessen werden, welche alle praktisch vorkommenden Beanspruchungen und Querschnittsabmessungen erfassen.

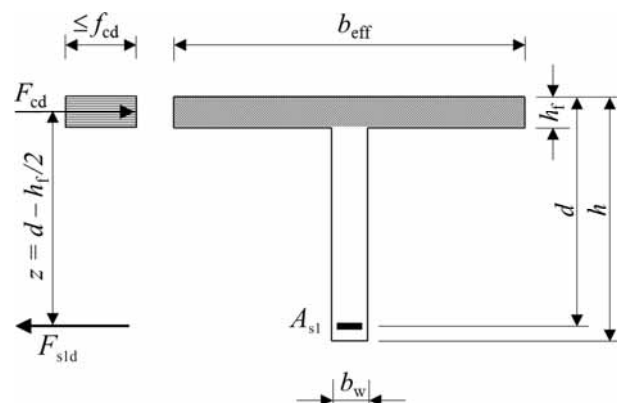
#### 1.7.5.2.2 Ansatz für schlanke Querschnitte ( $b_{\text{eff}} > 5 b_w$ )

In solchen Querschnitten können die Betondruckspannungen im Steg vernachlässigt werden. Die Resultierende der Betondruckspannungen wird dabei im Abstand  $h_f/2$  vom oberen Querschnittsrand angenommen (vgl. Bild 1.10). Die erforderliche Bewehrung ergibt sich damit aus folgender Beziehung:

$$A_{s1} = \frac{1}{\sigma_{s1d}} \left( \frac{M_{\text{Eds}}}{d - \frac{h_f}{2}} + N_{\text{Ed}} \right) \quad (1.103)$$

$N_{\text{Ed}}$  ist als Druckkraft mit negativem Vorzeichen einzusetzen.

Hierbei wird in der Regel die Streckgrenze des Betonstahls ausgenutzt.



**Bild 1.10:** Bezeichnungen und rechnerischer innerer Spannungszustand eines schlanken Plattenbalkens

Der Nachweis, dass die Tragfähigkeit der Betondruckzone nicht überschritten wird, kann mit folgender Beziehung erbracht werden:

$$\sigma_{cd} = \frac{F_{cd}}{b_{eff}h_f} = \frac{M_{Eds}}{\left(d - \frac{h_f}{2}\right)b_{eff}h_f} \leq f_{cd} \quad (1.104)$$

Dabei wird davon ausgegangen, dass die Druckspannungen über die Plattendicke konstant verteilt sind. Dies ist entsprechend Bild 1.10 bei üblichen Plattenbalkenquerschnitten der Fall.

#### 1.7.5.2.3 Ansatz für gedrungene Querschnitte ( $b_{eff} < 5 b_w$ )

Hier kann die Mitwirkung des Plattenbalkensteges an der Aufnahme der Betondruckkraft im Gegensatz zum schlanken Plattenbalken nicht vernachlässigt werden. Zur Bemessung wird der oberhalb der Nulllinie liegende Querschnitt der Druckzone in ein Rechteck mit der Ersatzbreite

$$b_f = \lambda_v b_{eff} \quad (1.105)$$

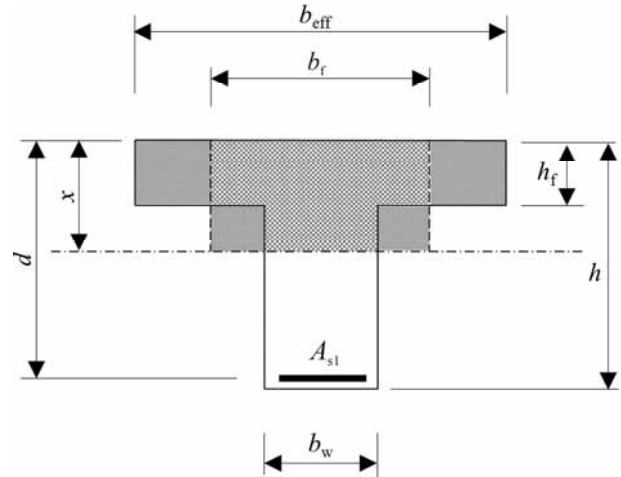
umgewandelt, welches die gleiche Druckkraft aufnimmt. Der Hebelarm der inneren Kräfte wird hierbei geringfügig zu klein eingeschätzt. Man bleibt deshalb auf der sicheren Seite (vgl. Bild 1.11).

Der Beiwert  $\lambda_v$  ist abhängig von der Form des Plattenbalkenquerschnittes ( $b_{eff}/b_w$ ,  $h_f/d$ ) und der Lage der Nulllinie ( $\xi = x/d$ ); er kann Tabelle 1.4 entnommen werden. Die eigentliche Bemessung erfolgt wie bei einem Rechteckquerschnitt. Im Einzelnen wird wie folgt vorgegangen:

Schätzung der relativen Druckzonenhöhe  $\xi$  und Ableiten des Faktors  $\lambda_v$  aus Tabelle 1.4 für die Verhältnisse  $h_f/d$  und  $b_{eff}/b_w$ , womit die Ersatzbreite nach Gleichung (1.105) ermittelt wird. Im Allgemeinen Bemessungsdiagramm in Bild 1.8 wird nun der Wert  $\mu_{Eds}$  ermittelt.

$$\mu_{Eds} = \frac{M_{Eds}}{b_f d^2 f_{cd}} \quad (1.106)$$

Hierfür kann in Bild 1.8 der zugehörige Wert  $\xi$  abgelesen und mit dem geschätzten verglichen werden. Ist der anfangs geschätzte Wert kleiner als der, der sich aus Bild 1.8 ergibt, ist die Berechnung nicht konservativ und mit einem neuen  $\xi$ -Wert zu wiederholen.



**Bild 1.11:** Bezeichnungen für die Bestimmung der Ersatzbreite  $b_f$  einer rechteckigen Druckzone zur Bemessung eines gedrungenen Plattenbalkens

Mit dem durch diese Iteration gefundenen  $\xi$ -Wert wird dann die Bemessung durchgeführt. Die Iteration kann vermieden werden, wenn man den zum größten  $\xi$ -Wert gehörenden Beiwert  $\lambda_v$  wählt. Der Nachweis, dass die Festigkeit der Biegedruckzone nicht überschritten wird, ist erbracht, wenn  $\xi$  größer als der unterste Tabellenwert bleibt.

#### 1.7.5.2.4 Bemessungstabelle mit dimensionslosen Beiwerten

Mit Hilfe von Tabelle 1.5 können Plattenbalkenquerschnitte direkt bemessen werden. Hierfür muss zunächst das auf den Schwerpunkt der Zugbewehrung bezogene Moment  $\mu_{Eds}$  ermittelt werden:

$$\mu_{Eds} = \frac{M_{Eds}}{b_f d^2 f_{cd}} \quad (1.107)$$

Damit kann in Abhängigkeit von den die Querschnittsform charakterisierenden Parametern  $h_f/d$  und  $b_{eff}/b_w$  der mechanische Bewehrungsgrad  $\omega_1$  abgelesen werden. Zwischenwerte dürfen linear interpoliert werden. Die erforderliche Zugbewehrung  $A_{s1}$  ergibt sich aus:

$$A_{s1} = \frac{1}{\sigma_{s1d}} (\omega_1 b_f d f_{cd} + N_{Ed}) \quad (1.108)$$

$M_{Eds}$  und  $N_{Ed}$  sind dabei Schnittgrößen des Grenzzustandes der Tragfähigkeit. Für die verschiedenen Größen müssen einander entsprechende Einheiten verwendet werden.

**Tabelle 1.4:** Beiwerte zur Bestimmung der Ersatzbreite einer rechteckigen Druckzone für die Bemessung von gedungenen Plattenbalkenquerschnitten

$h_w/d$										$b_{eff}/b_w$						
0,50	0,45	0,40	0,35	0,30	0,25	0,20	0,15	0,10	0,05	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	5,0
$\xi = x/d$										$\lambda_v$						
0,50	0,45	0,40	0,35	0,30	0,25	0,20	0,15	0,10	0,05	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	0,50	0,44	0,39	0,33	0,28	0,22	0,17	0,11	0,06	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,98
		0,50	0,44	0,38	0,31	0,25	0,19	0,13	0,06	0,97	0,96	0,95	0,95	0,95	0,94	0,94
			0,50	0,43	0,36	0,29	0,21	0,14	0,07	0,95	0,92	0,90	0,89	0,89	0,88	0,87
				0,50	0,42	0,33	0,25	0,17	0,08	0,91	0,87	0,84	0,82	0,81	0,80	0,79
					0,50	0,40	0,30	0,20	0,10	0,87	0,81	0,77	0,75	0,73	0,71	0,70
						0,50	0,38	0,25	0,13	0,83	0,75	0,70	0,66	0,64	0,62	0,60
							0,50	0,33	0,17	0,79	0,69	0,62	0,58	0,55	0,53	0,50
								0,50	0,25	0,75	0,62	0,55	0,50	0,46	0,44	0,40
									0,50	0,71	0,56	0,47	0,42	0,37	0,34	0,30

Die Bemessung entspricht der Bemessung von Rechteckquerschnitten nach Abschnitt 1.6 und schließt den Nachweis der Tragfähigkeit der Druckzone von selbst ein. Eine Verstärkung der Biegedruckzone durch Druckbewehrung ist nicht erforderlich, solange  $\mu_{Eds} \leq \mu_{Eds,lim}$  bleibt. Wie bei Rechteckquerschnitten ist auch hier der Dehnungszustand unter rechnerischer Bruchlast für  $\mu_{Eds,lim}$  durch  $\varepsilon_{c2}/\varepsilon_{s1} = -3,5/2,174$  [‰] gekennzeichnet.

### 1.7.6 Beliebige M-N-Kombinationen in Interaktionsdiagrammen

Für die Bemessung bei  $M$ - $N$ -Interaktionsbeanspruchungen und vorgegebener Bewehrungsverteilung über den Querschnitt bieten sich Interaktionsdiagramme an. Sie decken alle Dehnungsbereiche 1 bis 5 ab und werden gerade bei Stützenbemessungen häufig eingesetzt.

Grundvoraussetzung für die Erstellung von Interaktionsdiagrammen ist zunächst die Vorgabe der Querschnittsform sowie der relativen Bewehrungsanordnung und -verteilung im Querschnitt. Dabei ist bei einachsiger Biegung die Bewehrung einfach achsensymmetrisch zur Vertikalen im Querschnitt anzuordnen, sodass z. B. beim Rechteckquerschnitt möglich ist:

- gleichmäßige, linienartige Verteilung des Bewehrungsquerschnitts an der oberen wie unteren Querschnittsseite ( $A_{s1} = A_{s2}$ ) oder
- punkartige Verteilung des Bewehrungsquerschnitts an vier Ecken, wobei die obere Bewehrung ungleich der unteren sein kann, z. B. mit Verhältnissen 1/3 zu 2/3 o. Ä. ( $A_{so} \neq A_{su}$ ).

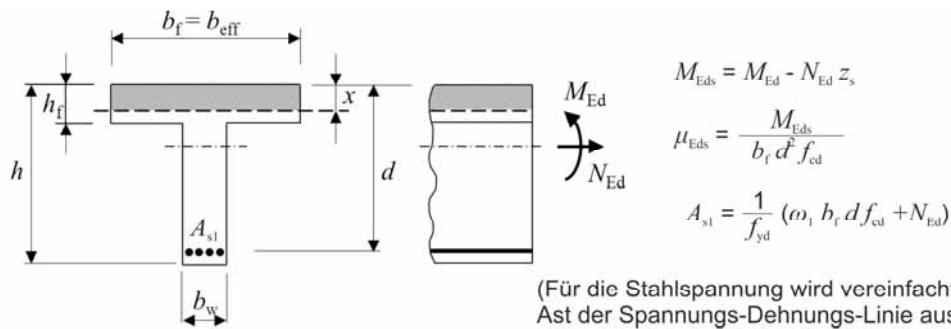
Der gesamte Bewehrungsquerschnitt  $A_{s,tot}$  ergibt sich dann aus der Summe der einzelnen Bewehrungsmengen  $A_{s,i}$ , sodass allgemein gilt:

$$A_{s,tot} = \sum_{i=1}^n A_{s,i} \quad (1.109)$$

In Interaktionsdiagrammen wird üblicherweise der gesamte mechanische Bewehrungsgrad  $\omega_{tot}$  vorgegeben, der beschrieben wird mit:

$$\omega_{tot} = \frac{A_{s,tot} f_{yd}}{bh f_{cd}} \quad (1.110)$$

Für jeden Dehnungsbereich 1 bis 5 werden nun die zulässigen Dehnungsebenen innerhalb der jeweiligen Dehnungsgrenzen für ein vorgegebenes  $\omega_{tot}$  durchlaufen und unter Berücksichtigung der Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für Betonstahl und Beton die inneren Schnittgrößen  $F_{s1d}$ ,  $F_{s2d}$  sowie  $F_{cd}$  für alle zulässigen Dehnungsebenen ermittelt.

**Tabelle 1.5:** Bemessungstabelle mit dimensionslosen Beiwerten für den Plattenbalkenquerschnitt ohne Druckbewehrung für Biegung mit Längskraft (B500 mit  $\gamma_s = 1,15$ , Normalbeton  $\leq C50/60$ )

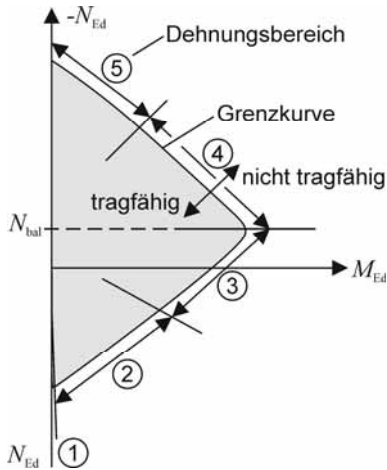
$\mu_{Eds}$	$h_f/d = 0,05$					$h_f/d = 0,10$					$h_f/d = 0,15$				
	$\omega_1$ - Werte für $b_f/b_w =$					$\omega_1$ - Werte für $b_f/b_w =$					$\omega_1$ - Werte für $b_f/b_w =$				
	1	2	3	5	= 10	1	2	3	5	= 10	1	2	3	5	= 10
0,01	0,0101	0,0101	0,0101	0,0101	0,0101	0,0101	0,0101	0,0101	0,0101	0,0101	0,0101	0,0101	0,0101	0,0101	0,0101
0,02	0,0203	0,0203	0,0203	0,0203	0,0203	0,0203	0,0203	0,0203	0,0203	0,0203	0,0203	0,0203	0,0203	0,0203	0,0203
0,03	0,0306	0,0306	0,0306	0,0306	0,0306	0,0306	0,0306	0,0306	0,0306	0,0306	0,0306	0,0306	0,0306	0,0306	0,0306
0,04	0,0410	0,0410	0,0410	0,0409	0,0409	0,0410	0,0410	0,0410	0,0410	0,0410	0,0410	0,0410	0,0410	0,0410	0,0410
0,05	0,0515	0,0514	0,0514	0,0514	0,0514	0,0515	0,0515	0,0515	0,0515	0,0515	0,0515	0,0515	0,0515	0,0515	0,0515
0,06	0,0621	0,0621	0,0622	0,0624	0,0629	0,0621	0,0621	0,0621	0,0621	0,0621	0,0621	0,0621	0,0621	0,0621	0,0621
0,07	0,0728	0,0731	0,0735	0,0742	0,0767	0,0728	0,0728	0,0728	0,0728	0,0728	0,0728	0,0728	0,0728	0,0728	0,0728
0,08	0,0836	0,0844	0,0852	0,0871		0,0836	0,0836	0,0836	0,0836	0,0836	0,0836	0,0836	0,0836	0,0836	0,0836
0,09	0,0946	0,0961	0,0976	0,1014		0,0946	0,0946	0,0946	0,0946	0,0945	0,0946	0,0946	0,0946	0,0946	0,0946
0,10	0,1057	0,1082	0,1107			0,1057	0,1058	0,1058	0,1059	0,1060	0,1057	0,1057	0,1057	0,1057	0,1057
0,11	0,1170	0,1206	0,1246			0,1170	0,1173	0,1175	0,1179	0,1192	0,1170	0,1170	0,1170	0,1170	0,1170
0,12	0,1285	0,1336	0,1396			0,1285	0,1292	0,1298	0,1311		0,1285	0,1285	0,1285	0,1285	0,1285
0,13	0,1401	0,1470				0,1401	0,1415	0,1427	0,1459		0,1401	0,1400	0,1400	0,1400	0,1400
0,14	0,1519	0,1611				0,1518	0,1542	0,1565			0,1518	0,1519	0,1519	0,1519	0,1518
0,15	0,1638	0,1757				0,1638	0,1674	0,1712			0,1638	0,1641	0,1642	0,1644	0,1652
0,16	0,1759	0,1912				0,1759	0,1812				0,1759	0,1766	0,1771	0,1783	
0,17	0,1882					0,1882	0,1955				0,1882	0,1897	0,1909		
0,18	0,2007					0,2007	0,2106				0,2007	0,2032	0,2056		
0,19	0,2134					0,2134	0,2266				0,2134	0,2174	0,2215		
0,20	0,2263					0,2263					0,2263	0,2323			
0,21	0,2395					0,2395					0,2395	0,2479			
0,22	0,2529					0,2529					0,2529				
0,23	0,2665					0,2665					0,2665				
0,24	0,2804					0,2804					0,2804				
0,25	0,2946					0,2946					0,2946				
0,26	0,3091	unterhalb der durchgehenden Linie gilt: $\xi = x/d > 0,45$				0,3091	oberhalb der gestrichelten Linie liegt die Nulllinie in der Platte				0,3091	unterhalb der durchgehenden Linie gilt: $\xi = x/d > 0,45$			
0,27	0,3240					0,3240					0,3240				
0,28	0,3391					0,3391					0,3391				
0,29	0,3546					0,3546					0,3546				
0,30	0,3706					0,3706					0,3706				
0,31	0,3870					0,3870					0,3870				
0,32	0,4038					0,4038					0,4038				
0,33	0,4212					0,4212					0,4212				
0,34	0,4391					0,4391					0,4391				
0,35	0,4577					0,4577					0,4577				
0,36	0,4769					0,4769					0,4769				
0,37	0,4969					0,4969					0,4969				

**Fortsetzung Tabelle 1.5:** Bemessungstabelle mit dimensionslosen Beiwerten für den Plattenbalkenquerschnitt ohne Druckbewehrung für Biegung mit Längskraft (B500 mit  $\gamma_s = 1,15$ , Normalbeton  $\leq C50/60$ )

$\mu_{Eds}$	$h_f/d = 0,20$					$h_f/d = 0,30$					$h_f/d = 0,40$				
	$\omega_1$ - Werte für $b_f/b_w =$					$\omega_1$ - Werte für $b_f/b_w =$					$\omega_1$ - Werte für $b_f/b_w =$				
	1	2	3	5	= 10	1	2	3	5	= 10	1	2	3	5	= 10
0,01	0,0101	0,0101	0,0101	0,0101	0,0101	0,0101	0,0101	0,0101	0,0101	0,0101	0,0101	0,0101	0,0101	0,0101	0,0101
0,02	0,0203	0,0203	0,0203	0,0203	0,0203	0,0203	0,0203	0,0203	0,0203	0,0203	0,0203	0,0203	0,0203	0,0203	0,0203
0,03	0,0306	0,0306	0,0306	0,0306	0,0306	0,0306	0,0306	0,0306	0,0306	0,0306	0,0306	0,0306	0,0306	0,0306	0,0306
0,04	0,0410	0,0410	0,0410	0,0410	0,0410	0,0410	0,0410	0,0410	0,0410	0,0410	0,0410	0,0410	0,0410	0,0410	0,0410
0,05	0,0515	0,0515	0,0515	0,0515	0,0515	0,0515	0,0515	0,0515	0,0515	0,0515	0,0515	0,0515	0,0515	0,0515	0,0515
0,06	0,0621	0,0621	0,0621	0,0621	0,0621	0,0621	0,0621	0,0621	0,0621	0,0621	0,0621	0,0621	0,0621	0,0621	0,0621
0,07	0,0728	0,0728	0,0728	0,0728	0,0728	0,0728	0,0728	0,0728	0,0728	0,0728	0,0728	0,0728	0,0728	0,0728	0,0728
0,08	0,0836	0,0836	0,0836	0,0836	0,0836	0,0836	0,0836	0,0836	0,0836	0,0836	0,0836	0,0836	0,0836	0,0836	0,0836
0,09	0,0946	0,0946	0,0946	0,0946	0,0946	0,0946	0,0946	0,0946	0,0946	0,0946	0,0946	0,0946	0,0946	0,0946	0,0946
0,10	0,1057	0,1057	0,1057	0,1057	0,1057	0,1057	0,1057	0,1057	0,1057	0,1057	0,1057	0,1057	0,1057	0,1057	0,1057
0,11	0,1170	0,1170	0,1170	0,1170	0,1170	0,1170	0,1170	0,1170	0,1170	0,1170	0,1170	0,1170	0,1170	0,1170	0,1170
0,12	0,1285	0,1285	0,1285	0,1285	0,1285	0,1285	0,1285	0,1285	0,1285	0,1285	0,1285	0,1285	0,1285	0,1285	0,1285
0,13	0,1401	0,1401	0,1401	0,1401	0,1401	0,1401	0,1401	0,1401	0,1401	0,1401	0,1401	0,1401	0,1401	0,1401	0,1401
0,14	0,1519	0,1519	0,1519	0,1519	0,1519	0,1519	0,1519	0,1519	0,1519	0,1519	0,1518	0,1518	0,1518	0,1518	0,1518
0,15	0,1638	0,1638	0,1638	0,1638	0,1638	0,1638	0,1638	0,1638	0,1638	0,1638	0,1638	0,1638	0,1638	0,1638	0,1638
0,16	0,1759	0,1759	0,1758	0,1758	0,1758	0,1759	0,1759	0,1759	0,1759	0,1759	0,1759	0,1759	0,1759	0,1759	0,1759
0,17	0,1882	0,1881	0,1881	0,1880	0,1880	0,1882	0,1882	0,1882	0,1882	0,1882	0,1882	0,1882	0,1882	0,1882	0,1882
0,18	0,2007	0,2007	0,2007	0,2006	0,2006	0,2007	0,2007	0,2007	0,2007	0,2007	0,2007	0,2007	0,2007	0,2007	0,2007
0,19	0,2134	0,2137	0,2139	0,2141	0,2149	0,2134	0,2134	0,2134	0,2134	0,2134	0,2134	0,2134	0,2134	0,2134	0,2134
0,20	0,2263	0,2272	0,2278	0,2290		0,2263	0,2263	0,2263	0,2263	0,2263	0,2263	0,2263	0,2263	0,2263	0,2263
0,21	0,2395	0,2413	0,2427			0,2395	0,2395	0,2395	0,2395	0,2395	0,2395	0,2395	0,2395	0,2395	0,2395
0,22	0,2529	0,2560	0,2589			0,2529	0,2528	0,2528	0,2528	0,2528	0,2529	0,2529	0,2529	0,2529	0,2529
0,23	0,2665	0,2715				0,2665	0,2664	0,2663	0,2663	0,2662	0,2665	0,2665	0,2665	0,2665	0,2665
0,24	0,2804	0,2879				0,2804	0,2802	0,2801	0,2800	0,2798	0,2805	0,2805	0,2805	0,2805	0,2805
0,25	0,2946					0,2946	0,2945	0,2944	0,2942	0,2940	0,2946	0,2946	0,2946	0,2946	0,2946
0,26	0,3091					0,3091	0,3095	0,3095	0,3095		0,3093	0,3093	0,3093	0,3093	0,3093
0,27	0,3240					0,3239	0,3251	0,3256			0,3239	0,3239	0,3239	0,3239	0,3239
0,28	0,3391					0,3391	0,3416				0,3391	0,3390	0,3390	0,3390	0,3389
0,29	0,3546					0,3546					0,3546	0,3544	0,3543	0,3542	0,3541
0,30	0,3706					0,3706					0,3706	0,3701	0,3699	0,3697	0,3695
0,31	0,3870					0,3870	oberhalb der gestrichelten Linie liegt die Nulllinie in der Platte				0,3870	0,3867	0,3864	0,3861	0,3856
0,32	0,4038					0,4038					0,4038	0,4041	0,4039		
0,33	0,4212					0,4212					0,4212				
0,34	0,4391					0,4391					0,4391				
0,35	0,4577					0,4577					0,4577				
0,36	0,4769					0,4769					0,4769				
0,37	0,4969					0,4969					0,4969				

Die nach Extremalprinzip vorgegebenen Dehnungsebenen sind dabei immer durch Erreichen einer Grenzdehnung gekennzeichnet, also -3,5 ‰ (für Normalbeton) oder  $\varepsilon_{su} = 25$  ‰ in der Betonstahllage. Bei der Betondruckkraft  $F_{cd}$  ist darauf zu achten, dass sich je nach Dehnungsbereich der Völligkeitsbeiwert  $\alpha_R$  sowie der Höhenbeiwert  $k_a$  ändern.

Die Ermittlung der inneren Widerstände  $M_{Rd}$  und  $N_{Rd}$  erfolgt durch die Formulierung des Gleichgewichts um die Schwerachse des Querschnitts separat für jeden Dehnungsbereich. Daher ist die vorherige Vorgabe der relativen Verteilung und Anordnung in Bezug auf die Querschnittsabmessungen nötig. Aus der Menge aller Dehnungsebenen in den Dehnungsbereichen ergibt sich für je einen Wert von  $\omega_{tot}$  eine Grenzkurve, auf der der Grenzzustand der Tragfähigkeit erreicht ist (vgl. Bild 1.12).



**Bild 1.12:** Schematische Darstellung zum Aufbau eines klassischen Interaktionsdiagramms

Für jeden Punkt auf der Grenzkurve ergibt sich demnach genau ein Kombinationspaar  $M_{Ed}$  und  $N_{Ed}$ , welches rechnerisch gerade noch durch den Querschnitt aufgenommen werden kann. Die Einwirkungen und Widerstandskenngrößen der Bewehrung werden in bekannter Weise als dimensionslose Parameter

$\nu_{Ed}(N_{Ed})$  und  $\mu_{Ed}(M_{Ed})$  sowie  $\omega_1(A_{s1})$  und  $\omega_2(A_{s2})$  formuliert, sodass die Diagramme für beliebige bezogene Geometrien und Materialfestigkeiten verwendet werden können, solange eine sinnvolle Normierfähigkeit durch Symmetrie und eine relative Bewehrungslage möglich ist.

Zur Ermittlung der Teil-Grenzkurven z. B. im Dehnungsbereich 5, vollständig überdrückter Querschnitt mit geringer Ausmitte  $e$ , ergeben sich die Gleichgewichtsbedingungen bezogen auf die Schwerachse des Querschnitts nach Bild 1.13 unter Berücksichtigung von Abschnitt 1.6 zu:

$$\sum M \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow M_{Ed} \stackrel{!}{=} M_{Rd}$$

$$M_{Rd} = F_{s1d} \left( \frac{h}{2} - d_1 \right) - F_{s2d} \left( \frac{h}{2} - d_2 \right) - F_{cd} \left( \frac{h}{2} - k_a h \right) \quad (1.111)$$

$$\sum N \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow N_{Ed} \stackrel{!}{=} N_{Rd}$$

$$N_{Rd} = F_{s1d} + F_{s2d} + F_{cd} \quad (1.112)$$

Unter Verwendung der dimensionslosen Beiwerte

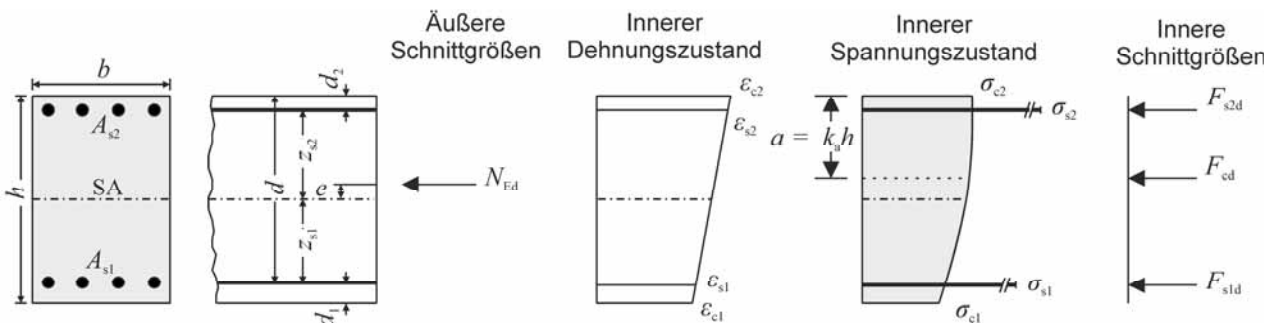
$$\nu_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{bh f_{cd}}$$

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{bh^2 f_{cd}} \quad (1.113)$$

$$\omega_1 = \frac{A_{s1} f_{yd}}{bh f_{cd}}$$

$$\omega_2 = \frac{A_{s2} f_{yd}}{bh f_{cd}} \quad (1.114)$$

$$\omega_{tot} = \omega_1 + \omega_2 \quad (1.115)$$



**Bild 1.13:** Äußere und innere Schnittgrößen für den Dehnungsbereich 5



mit  $F_{sd,i}$  für  $i = 1, 2$  und  $x = h$  für Dehnungsbereich 5 folgt:

$$F_{sd,i} = A_{s,i} f_{yd} \frac{\sigma_{sd,i}}{f_{yd}} = \omega_i b h f_{cd} \frac{\sigma_{sd,i}}{f_{yd}} \quad (1.116)$$

$$F_{cd} = \alpha_R b h f_{cd} \quad (1.117)$$

sodass sich  $v_{Ed}$  und  $\mu_{Ed}$  ergeben zu:

$$v_{Ed} = \omega_1 \frac{|\sigma_{s1d}|}{f_{yd}} + \omega_2 \frac{|\sigma_{s2d}|}{f_{yd}} + \alpha_R \quad (1.118)$$

$$\mu_{Ed} = \omega_1 \frac{|\sigma_{s1d}|}{f_{yd}} \left( \frac{1}{2} - \frac{d_1}{h} \right) - \omega_2 \frac{|\sigma_{s2d}|}{f_{yd}} \left( \frac{1}{2} - \frac{d_2}{h} \right) - \alpha_R \left( \frac{1}{2} - k_a \right) \quad (1.119)$$

Durch Anpassen der Gleichgewichtsbedingungen in den Gleichungen (1.111) und (1.112) können nun für jeden Dehnungsbereich die dimensionslosen Einwirkungen  $v_{Ed}$  und  $\mu_{Ed}$  bestimmt werden.

Bei Kreis- bzw. Kreisringquerschnitten ist die analytische Herleitung der Gleichungen für die inneren Schnittgrößen aufgrund der geometrischen Ränder sehr aufwendig, vgl. *Grasser (1969), Tombert (1971), Siemer/Kröger (1981), Weber/Ernst (1989), Schindler et al. (2007)*, sodass sich numerisch-iterative Lösungen mit z. B. Tabellenkalkulationen anbieten (vgl. Abschnitt 1.7.7).

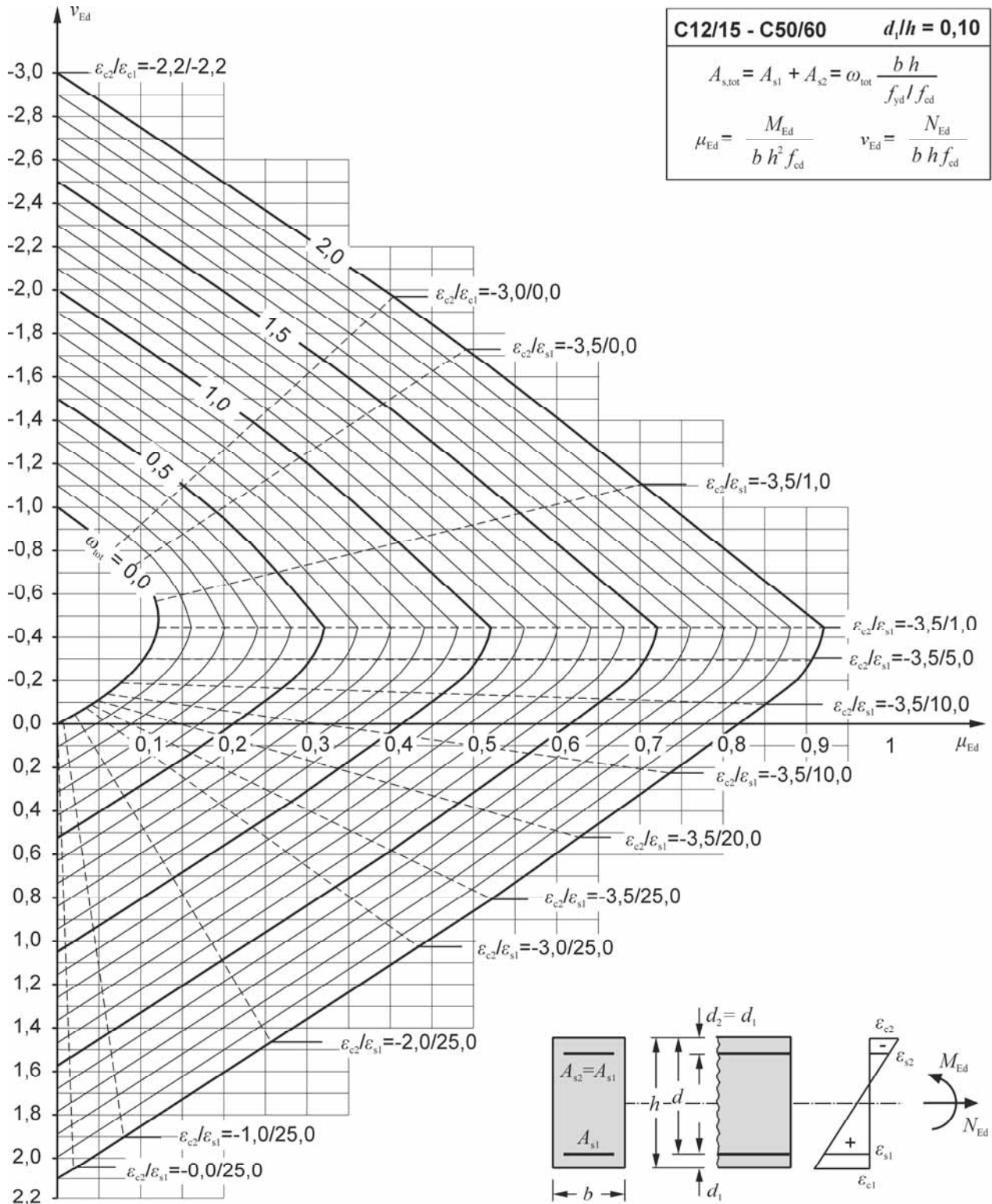
In Tabellenwerken von z. B. *Holschemacher et al. (2012)* oder *Goris/Schmitz (2014)* sind für eine Vielzahl von Querschnittsformen Interaktionsdiagramme für verschiedene Lagen und Anordnungen der Bewehrung im Querschnitt zusammengefasst. Die Bilder 1.14 bis 1.16 zeigen exemplarisch  $M-N$ -Interaktionsdiagramme für symmetrisch bewehrte Rechteckquerschnitte sowie für konzentrisch bewehrte Kreis- und Kreisringquerschnitte, jeweils gültig für die Betonfestigkeitsklassen C12/15 - C50/60. Für den Betonstahl wird eine bilineare Spannungs-Dehnungs-Beziehung mit ansteigendem plastischem Ast verwendet, für die Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons die klassische Parabel-Rechteck-Formulierung.

Eine Erweiterung der klassischen  $M-N$ -Interaktionsdiagramme findet sich in den Bildern 1.17 – 1.19, in denen der Hebelarm der inneren Kräfte  $z$  als Normierungsgröße mit  $\zeta = z/d$  bzw.  $\zeta = z/h$  in einem Zusatzdiagramm mitabgebildet wird. Die Ermittlung von  $z$  ist gerade bei kreisförmigen Querschnitten von

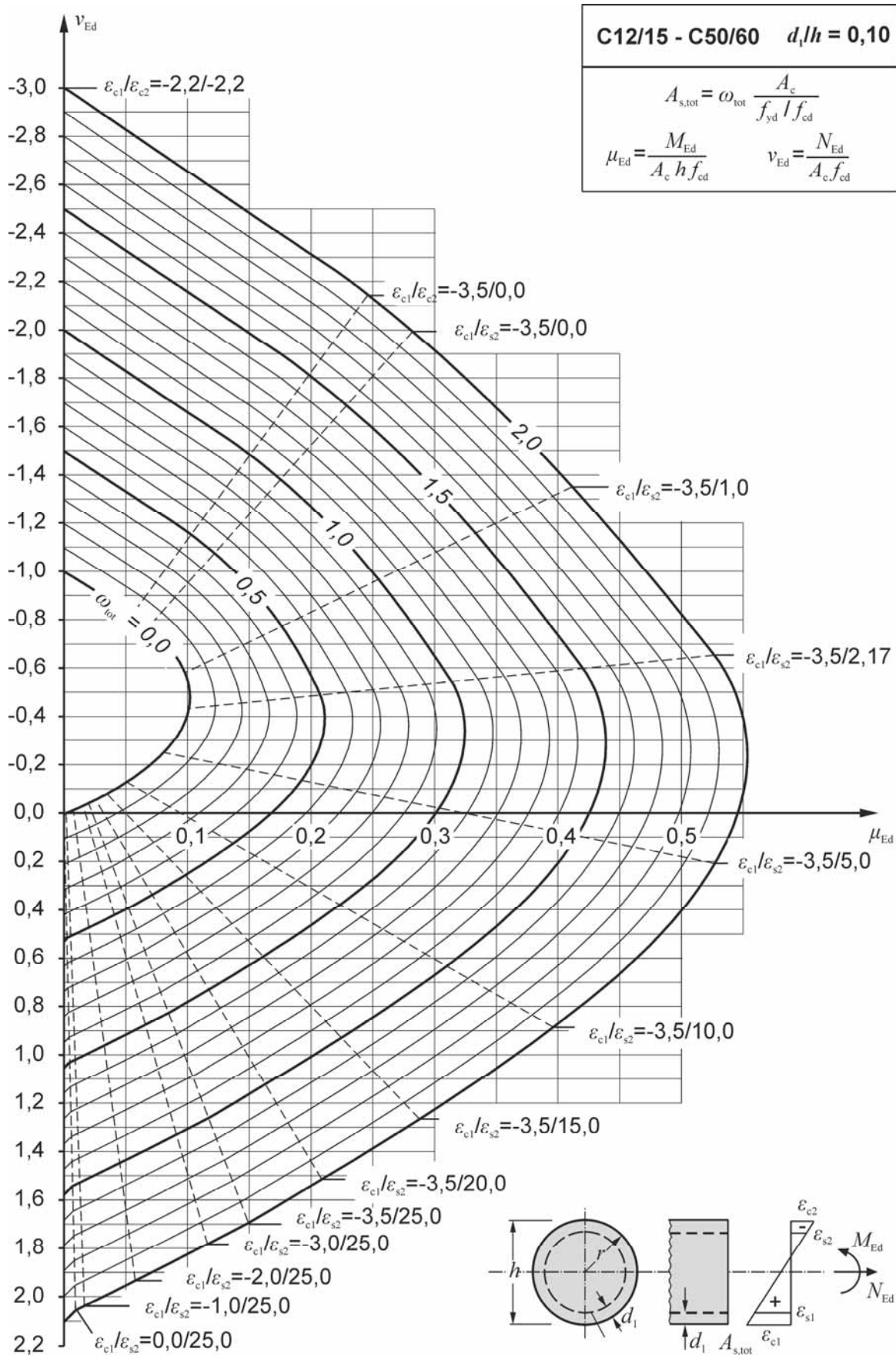
Interesse, allerdings rechnerisch sehr aufwendig zu erbringen.

Die Kopplung zwischen den Diagrammen geschieht über die Dehnungsverteilung, gekennzeichnet durch eine zusätzlich implementierte Ausgleichskurve (gestrichelte Linie). Zur Nutzung des Zusatzdiagramms ist der jeweiligen Dehnungsverteilung aus der Bemessung als nach außen gerichteter Geradenstrahl bis zur gestrichelten Ausgleichskurve zu folgen. Vom Schnittpunkt aus ist senkrecht nach unten zum zweiten Diagramm zu verbinden und an dieser Stelle sind die passenden Werte abzulesen. Zwischenwerte der Dehnungsverteilungen können vereinfachend linear interpoliert werden, um eine entsprechende Gerade zur gestrichelten Ausgleichskurve zu konstruieren. Bild 1.17 zeigt ein Ablesebeispiel in Form von gestrichelten Pfeilen.

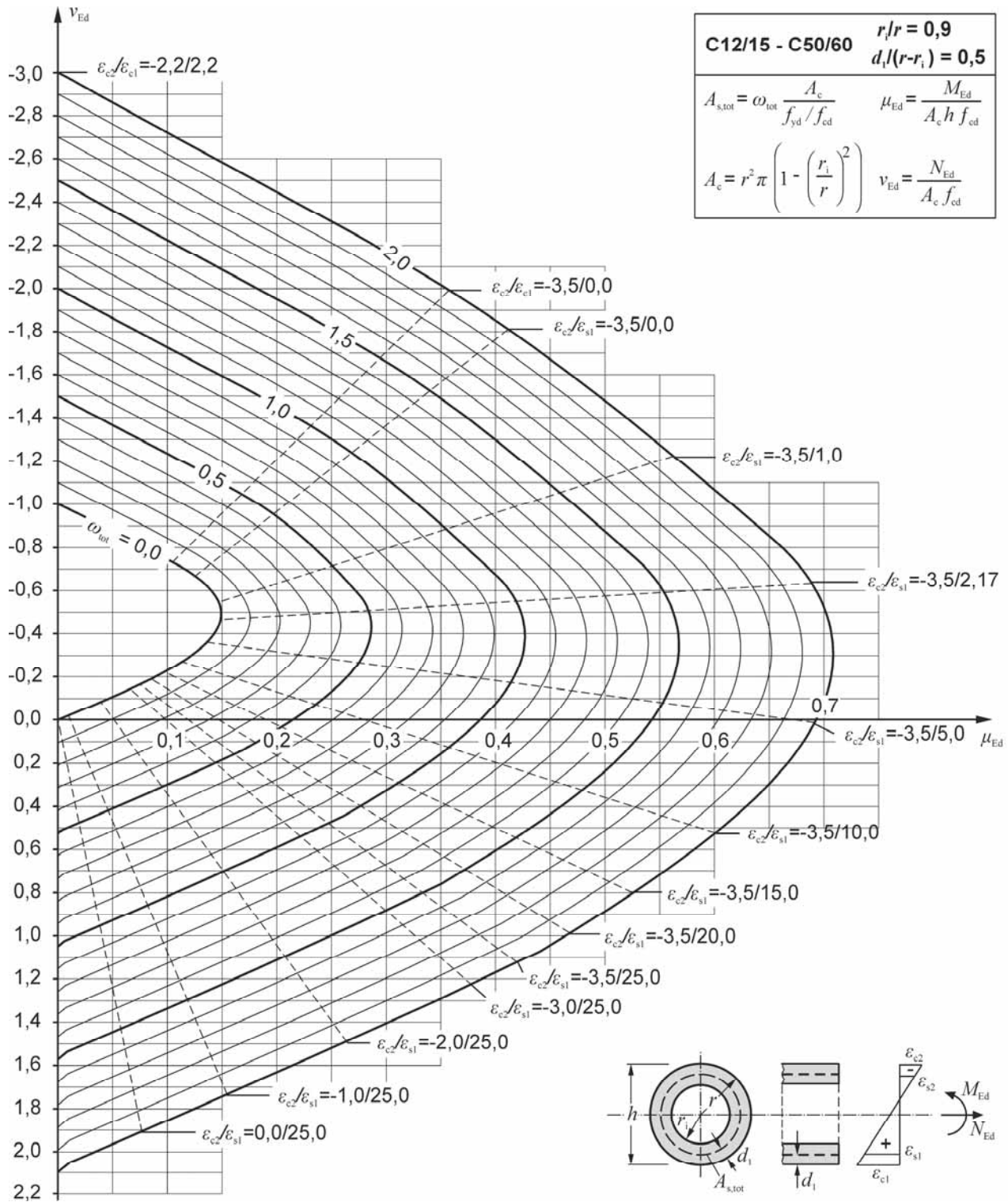
Zu beachten ist, dass die erweiterten Interaktionsdiagramme einen horizontalen plastischen Ast für die Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betonstahls verwenden und somit bei großen Stahldehnungen geringfügig größere Bewehrungsmengen ermittelt werden. Sowohl für die klassischen als auch für die erweiterten  $M-N$ -Interaktionsdiagramme berechnet sich die resultierende Betondruckkraft unter Berücksichtigung der Bruttoquerschnittsfläche. Details sind *Zilch/Zehetmaier (2010)* und *Schindler et al. (2007)* zu entnehmen. Für hochfeste Betone ab einer Druckfestigkeitsklasse C55/67 sowie für symmetrisch bewehrte Querschnitte mit überwiegender Biegebeanspruchung und geometrischen Bewehrungsgraden ab ca. 5 % kann der Ansatz von Bruttoquerschnittswerten bis zu 10 % auf der unsicheren Seite liegen (*Zilch et al. (2003)*). Hier sollten Nettoquerschnittswerte angenommen werden.



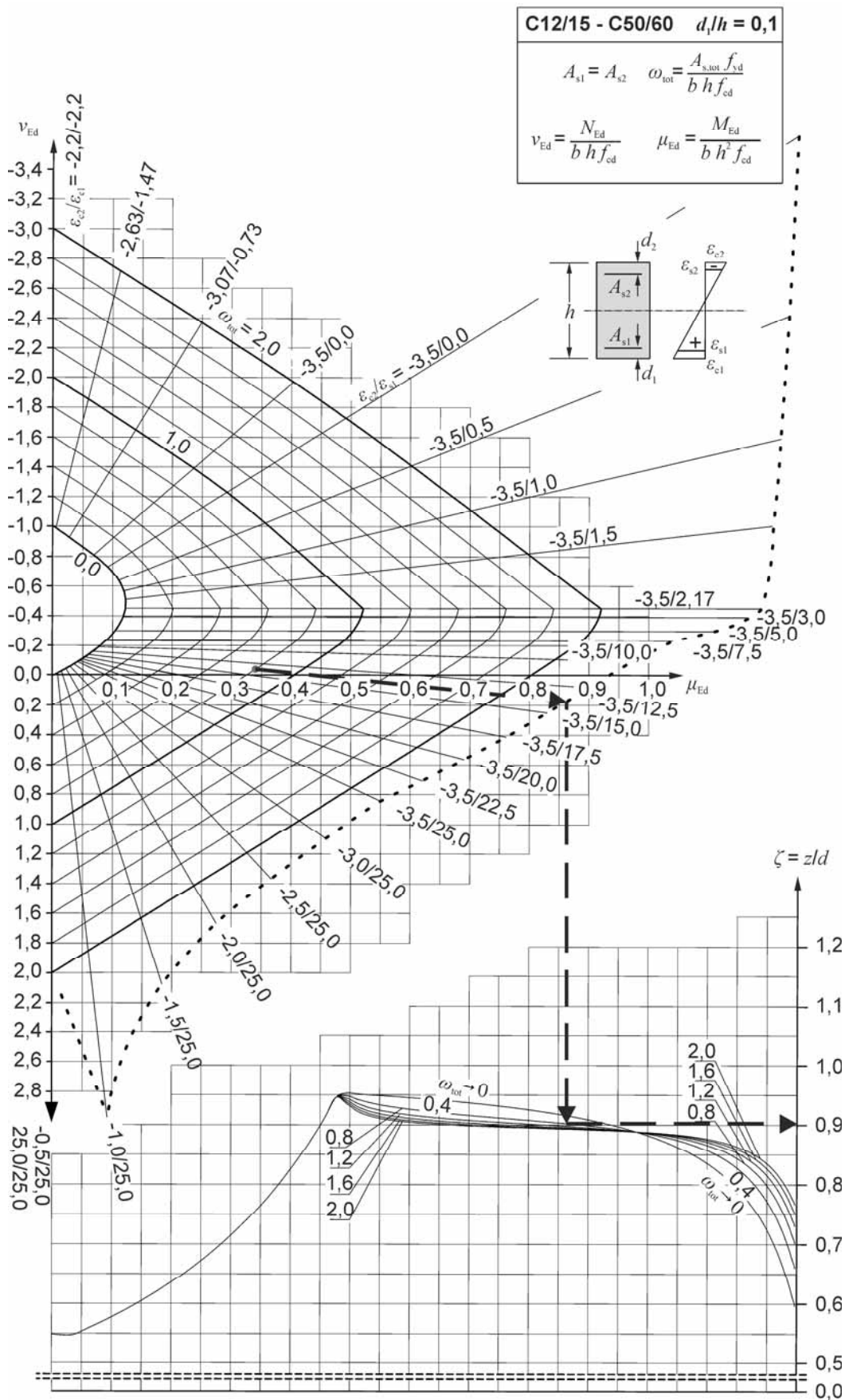
**Bild 1.14:** Interaktionsdiagramm für den symmetrisch bewehrten Rechteckquerschnitt (C12/15 bis C50/60;  $d_1/h = 0,10$ ; B500;  $\gamma_s = 1,15$ ) nach Zilch/Zehetmaier (2010)



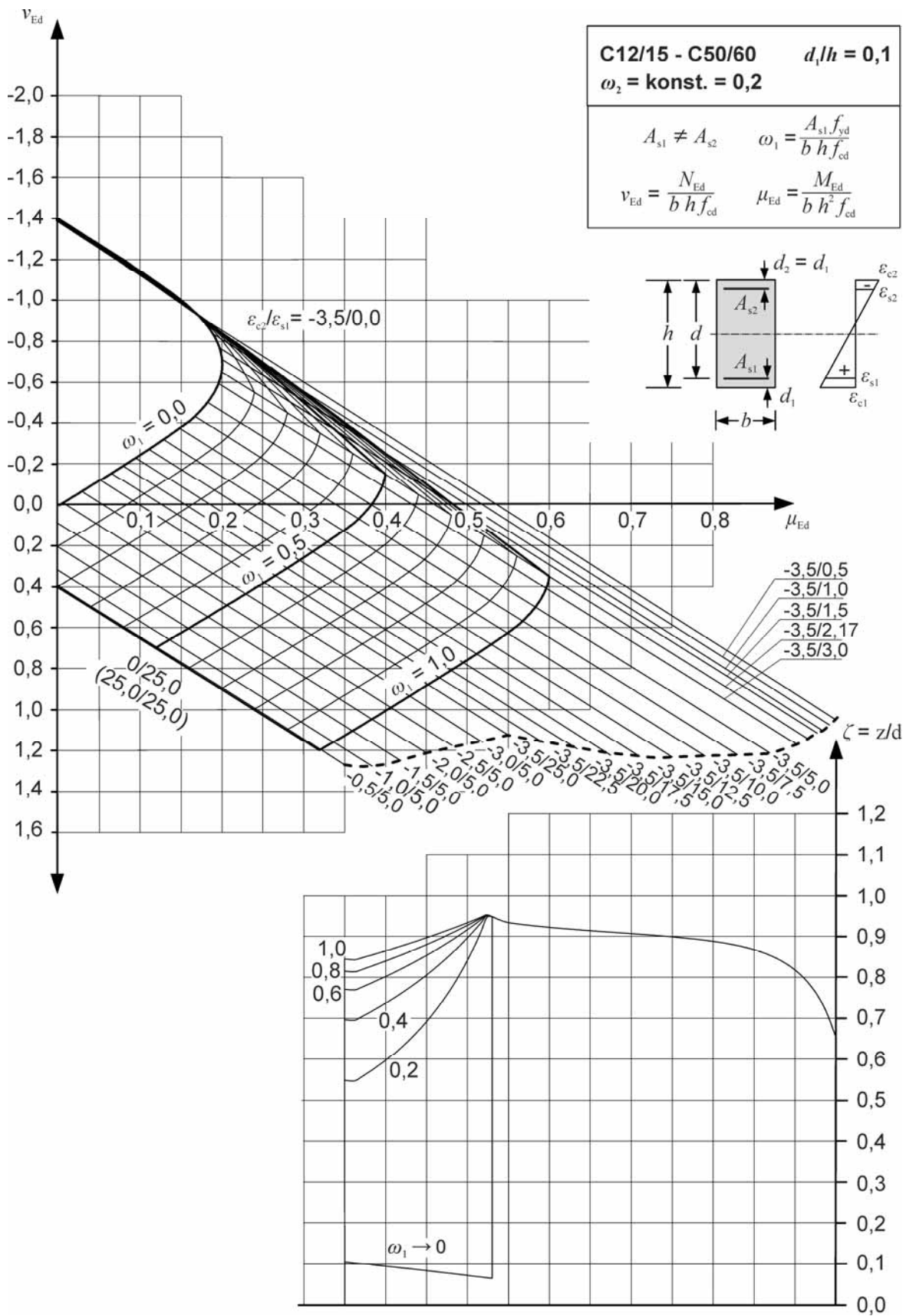
**Bild 1.15:** Interaktionsdiagramm für den konzentrisch bewehrten Kreisquerschnitt (C12/15 bis C50/60;  $d_1/h = 0,10$ ; B500;  $\gamma_s = 1,15$ ) nach Zilch/Zehetmaier (2010)



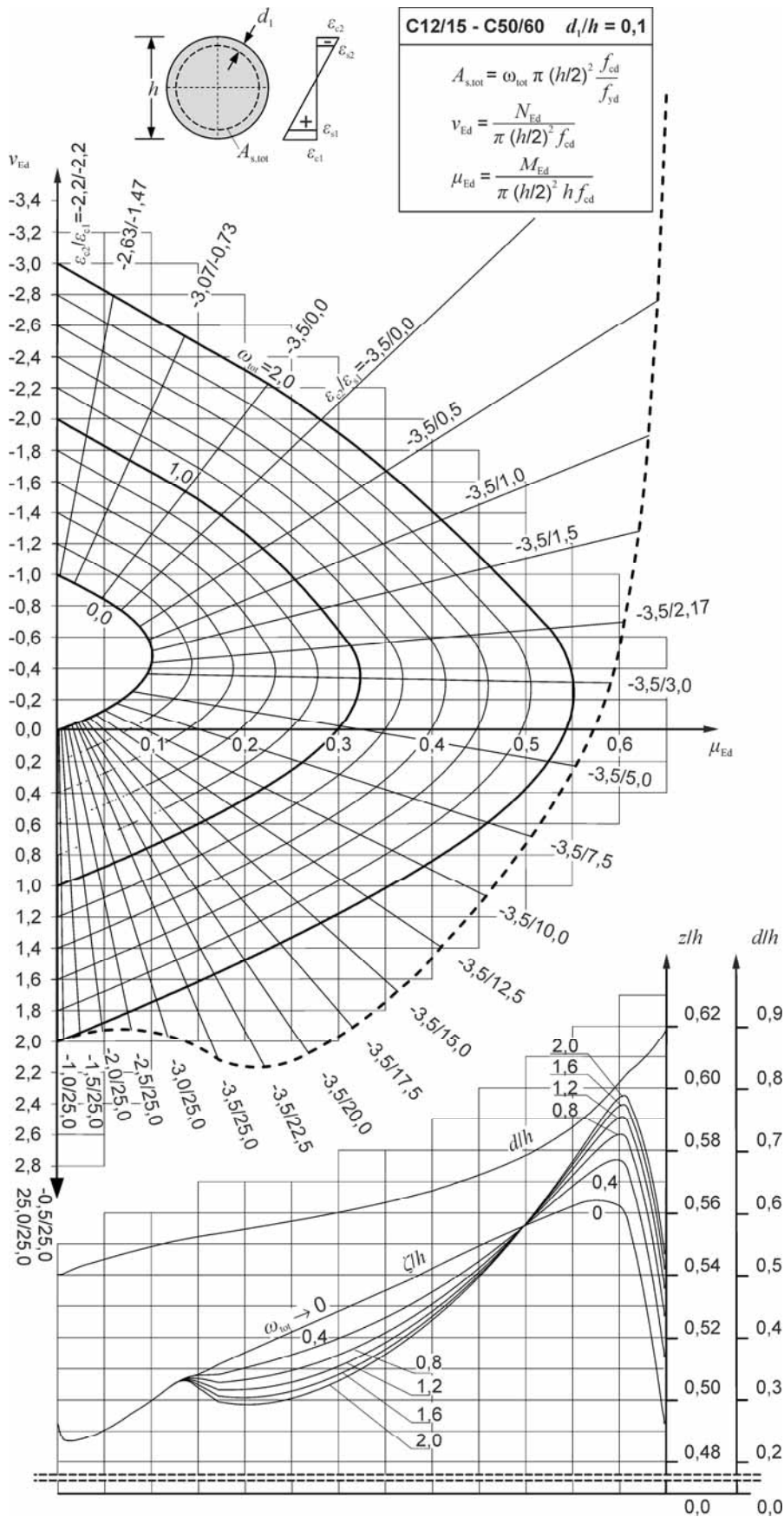
**Bild 1.16:** Interaktionsdiagramm für den konzentrisch bewehrten Kreisringquerschnitt (C12/15 bis C50/60;  $r_i/r = 0,90$ ;  $d_1/(r-r_i) = 0,5$ ; B500;  $\gamma_s = 1,15$ ) nach Zilch/Zehetmaier (2010)



**Bild 1.17:** Erweitertes Interaktionsdiagramm für den symmetrisch bewehrten Rechteckquerschnitt (C12/15 bis C50/60;  $d_1/h = 0,10$ ; B500;  $\gamma_s = 1,15$ ) nach Schindler et al. (2007)



**Bild 1.18:** Erweitertes Interaktionsdiagramm für den unsymmetrisch bewehrten Rechteckquerschnitt ( $\omega_2 = \text{konst.} = 0,2$ ; C12/15 bis C50/60;  $d_1/h = 0,10$ ; B500;  $\gamma_s = 1,15$ ) nach Schindler et al. (2007)



**Bild 1.19:** Erweitertes Interaktionsdiagramm für den konzentrisch bewehrten Kreisquerschnitt (C12/15 bis C50/60;  $d_1/h = 0,10$ ; B500;  $\gamma_s = 1,15$ ) nach Schindler et al. (2007)



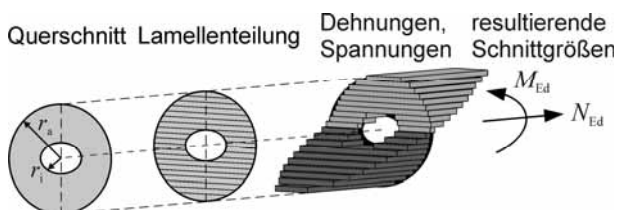
### 1.7.7 Numerisch-iterative Bemessung mit Tabellenkalkulationen

#### 1.7.7.1 Grundlagen

Zur iterativen Bemessung von beliebigen Stahlbetonquerschnitten unter Momenten-Normalkraft-Interaktionsbeanspruchung haben sich Fasermodelle, die mit Hilfe gängiger Tabellenkalkulationsprogramme effizient und graphisch anschaulich umgesetzt werden können, als vorteilhaft erwiesen (*Mark (2003)*).

Der Querschnitt wird dabei in Betonlamellen (einachsige Biegung) bzw. Betonfasern (zweiachsige Biegung) ähnlich einer Diskretisierung unterteilt und die Bewehrungslagen zu Bewehrungslinien (einachsige Biegung) oder Bewehrungspunkten (zweiachsige Biegung) zusammengefasst (vgl. Bild 1.20, Gleichungen (1.25) und (1.26)).

Insbesondere der Verzicht auf eine analytische Integration der Betondruckspannungen bietet bei komplexen, polygonal berandeten Querschnitten und den nichtlinearen Materialgleichungen erhebliche Rechenvorteile gegenüber analytischen Lösungen. Bei der Querschnittsbemessung mit Fasermodellen wird dabei die Gültigkeit der üblichen Annahmen der Biegebemessung (Abschnitt 1.1) vorausgesetzt.



**Bild 1.20:** Schema der Unterteilung in Lamellen

Zunächst ist es sinnvoll, den Querschnitt geometrisch zu vereinfachen, wobei im Fall einachsiger Beanspruchung und einachsig symmetrischer Querschnitte eine Unterteilung des Querschnitts in einzelne Lamellen konstanter Dicke günstig ist. Je Lamelle werden die im jeweiligen Flächenschwerpunkt berechneten Dehnungen bzw. Spannungen als repräsentativ für die gesamte Lamelle angesehen, sodass sich für jeden Teilquerschnitt resultierende Kräfte und Momente ergeben (vgl. Bild 1.20).

Natürlich können auch höherwertigere Interpolationen angesetzt werden, die aber bei heutigen Computerleistungen im Gegensatz zu einer feineren Elementwahl keinen nennenswerten Vorteil bringen.

Durch gewichtete Integrationen der Lamellenspannungen über die gesamte Querschnittsfläche berech-

nen sich für die zu Grunde liegende Dehnungsebene die Bauteilwiderstände mit den Gleichungen (1.25) und (1.26). Die Variation der Dehnungsebenen innerhalb zulässiger Randdehnungen erfolgt schließlich so lange, bis ein Gleichgewichtszustand zwischen äußeren Schnittgrößen und inneren Spannungintegralen gefunden ist.

Je feiner die Diskretisierung gewählt wird, desto besser gelingt die Approximation der Dehnungsebene sowie der Spannungsverteilung in der Druckzone. Die Lösung der Gleichungen für die Ermittlung der Dehnungsebene kann unter Anwendung z. B. des Newton-Raphson Verfahrens oder durch die Minimierung von Fehlersummen (*Mark (2003)*) erfolgen. Zudem können bei einer Umsetzung in einer Tabellenkalkulation beliebige Materialgesetze und Grenzwerte sowie Querschnittsformen implementiert werden.

#### 1.7.7.2 Lösung als Optimierungsaufgabe

Zur iterativen Lösung bieten sich Optimierungsverfahren an, wie sie in gängigen Tabellenkalkulationsprogrammen standardmäßig enthalten sind, z. B. in MS-Excel® der sogenannte „Solver“, siehe dazu *Fylstra et al. (1998)*, *Mark (2003, 2006)*. Im Prinzip ergeben sich zwei Arten der Aufgabe:

1. Die klassische Bemessung: gesucht ist also eine minimale Bewehrungsmenge bei gegebenem Querschnitt, Einwirkungen, Spannungs-Dehnungs-Beziehungen und einzuhaltenden Dehnungsgrenzen (Restriktionen). Die Bewehrungsmenge  $A_{s1}$  oder auch mehrere sind bei Einhaltung des Gleichgewichts zu minimieren.
2. Die alleinige Ermittlung eines Spannungszustands, z. B. zur Ermittlung von Randspannungen im GZG, bei gegebenen Einwirkungen und gegebenem Querschnitt und Bewehrungsmengen. Dies ist lediglich eine iterative Bestimmung einer eindeutig bestimmten Dehnungsebene bzw. Spannungsverteilung.

In der allgemeinen Form einer Optimierung ist eine skalarwertige Zielfunktion  $f$  zu minimieren, hier z. B. die nötige Bewehrungsmenge  $A_s$ . Dabei sind Restriktionen der Gleichheit und der Ungleichheit zu erfüllen, hier klassischerweise die Gleichgewichtsbedingungen der inneren und äußeren Momente und Normalkräfte sowie Dehnungsgrenzen (z. B.  $\varepsilon_s \leq 25 \text{ ‰}$ ) bzw. Mindestbewehrungsmengen ( $A_s \geq A_{s,min}$ ) oder maximale Mengen, die noch im Querschnitt unter-



zubringen sind. Eine mögliche Formulierung zur Bemessung bei Normalbetonen kann daher lauten:

$$f(x) = A_s \rightarrow \min$$

$$x = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{s1} \\ \varepsilon_{c2} \\ A_s \end{Bmatrix}$$

$$M_{Ed} - M_{Rd} = 0$$

$$N_{Ed} - N_{Rd} = 0$$

$$\varepsilon_{c2} \geq -3,5 \text{ ‰}$$

$$\varepsilon_{s1} \leq 25 \text{ ‰}$$

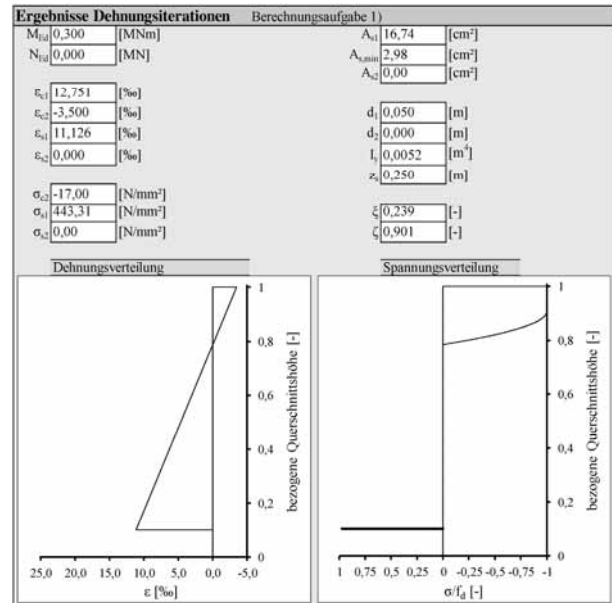
$$A_{s,\min} \leq A_s \leq A_{s,\max}$$

Dabei stellen die Parameter  $\varepsilon_{s1}$ ,  $\varepsilon_{c2}$  und  $A_s$  die veränderlichen Optimierungsvariablen dar; das Momenten- und Kräftegleichgewicht wird durch zwei Gleichheitsrestriktionen beschrieben. Die Begrenzung der Dehnungsebene mit der Definition einer Ober- und Untergrenze muss schließlich in weitere Ungleichheitsrestriktionen überführt werden, um eine eindeutige Lösung zu erhalten.

Die Verwendung von Fasernmodellen zur numerisch-iterativen Ermittlung des Gleichgewichts hat zusätzlich den Vorteil verschiedene Optimierungsziele formulieren zu können. Dabei können z. B. das maximal aufnehmbare Moment  $M_{Rd}$  eines Querschnitts oder die minimal erforderliche Druckzonenhöhe  $x$  andere Zielfunktionen  $f(x)$  sein, die mit Hilfe von Fasernmodellen leicht umgesetzt werden können. Ein solches Hilfsmittel für Berechnungen im GZT und GZG ist in *Heek et al. (2018)* erarbeitet worden. Implementiert sind Rechteck-, Trapez-, Plattenbalken-, Kreis- und Kreisringquerschnitte mit und ohne Anordnung von Druckbewehrung. Folgende drei alternative Berechnungsziele sind möglich:

- Berechnung der minimal erforderlichen Bewehrung  $A_s$  bei vorgegebenen Einwirkungen im GZT,
- die Ermittlung des aufnehmbaren Biegemoments  $M_{Ed}$  bei gegebenem Bewehrungsquerschnitt  $A_s$  und gegebener Normalkraft  $N_{Ed}$ ,
- die Ermittlung der Dehnungsverteilung im GZG bei gegebenem  $M_{Ed}$ ,  $N_{Ed}$  und  $A_{s1}$ .

Die Berechnung nutzt grundsätzlich Bruttoquerschnittswerte (vgl. Abschnitt 1.2).



**Bild 1.21:** Ergebnismaske des Bemessungsprogramms nach *Heek et al. (2018)*

Eine Übersicht gibt Bild 1.21. Das Programm steht zum kostenlosen Download unter [www.kib1.ruhr-uni-bochum.de](http://www.kib1.ruhr-uni-bochum.de) zur Verfügung. Trotz sorgfältiger Prüfung und Vergleichsrechnungen kann für die Nutzung allerdings keine Gewähr oder Haftung übernommen werden.

## 1.8 Spannungsnachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (GZG)

Im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit sind die Spannungen von Beton und Betonstahl zu begrenzen, um übermäßige Rissbildungen und Kriechverformungen sowie plastische Dehnungen zu vermeiden und die Dauerhaftigkeit des Bauteils zu gewährleisten. In DIN EN 1992-1-1/NA sind die Grenzen der Betonspannungen für die quasi-ständige und die seltene Kombination, sowie der Betonstahlspannungen für die seltene Kombination angegeben. Es gilt für Beton für die Expositionsklassen XD, XF, XS allgemein:

$$\sigma_c \leq 0,6f_{ck} \quad (1.120)$$

bzw. aus kriecherzeugender Dauerbeanspruchung:

$$\sigma_c \leq 0,45f_{ck} \quad (1.121)$$

Für Betonstahl ist einzuhalten:

bei direkter Beanspruchung:

$$\sigma_s \leq 0,8f_{yk} \quad (1.122)$$

bzw. bei überwiegend indirekter Beanspruchung aus Zwang:

$$\sigma_s \leq 1,0f_{yk} \quad (1.123)$$

Bei Überschreitung der Spannungsgrenzen nach Gleichung (1.120) besteht die Gefahr der vermehrten Rissbildung parallel zur Hauptdruckrichtung, sodass ein erhöhtes Korrosionsrisiko der Bewehrung durch eine flächigere Angriffszone entsteht (Expositionsklassen XD, XF, XS), was allerdings durch eine Umschnürung der Druckzone mit enger Verbügelung vermieden werden kann. Breitere Risse entstehen dann erst bei einem merklich höheren Lastniveau. Beim Betonstahl sorgt die Spannungsbegrenzung für eine Vermeidung von großen bzw. irreversiblen (plastischen) Verformungen, die in der Regel Rissbreiten  $> 0,5$  mm nach sich ziehen.

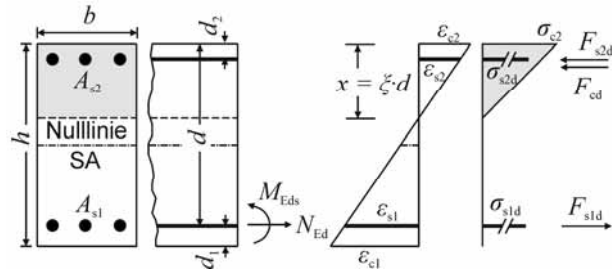
Auf einen Spannungsnachweis bei nicht vorgespannten Bauteilen kann nach DIN EN 1992-1-1/NA verzichtet werden, wenn:

- Die Bemessung im GZT nach DIN EN 1992-1-1/NA, Kap. 6 erfolgt,
- die nach der Elastizitätstheorie ermittelten Schnittgrößen zur Bemessung im GZT um nicht mehr als 15 % umgelagert werden,
- die bauliche Durchbildung nach DIN EN 1992-1-1/NA erfolgt und
- die Mindestbewehrungsmengen eingehalten sind.

Dann sind die Spannungsgrenzen im GZG automatisch erfüllt.

Falls ein Spannungsnachweis abweichend davon erforderlich ist, können für die Ermittlung der Spannungen folgende Annahmen getroffen werden:

- Linear-elastisches Materialverhalten von Beton und Betonstahl;
- Ebenbleiben der Querschnitte, lineare Dehnungsverteilung über den Querschnitt;
- Betonzugspannungen werden vernachlässigt;
- voller, schlupffreier Verbund zwischen Beton und Betonstahl



**Bild 1.22:** Äußere und innere Schnittgrößen am Rechteckquerschnitt im GZG

Für die Berechnung der Spannungen am gedrückten Rand muss zunächst die Druckzonenhöhe  $x$  ermittelt werden. Im GZG ist die Lage der Betondruckkraft  $F_{cd}$  eines Rechteckquerschnitts bereits über die lineare Spannungsverteilung in der Druckzone klar definiert mit  $z = d - x/3$ , sodass über das Gleichgewicht am Querschnitt bei bekanntem Bewehrungsquerschnitt geschlossene Lösungen für die Druckzonenhöhe  $x$  angegeben werden können (vgl. Bild 1.22).

Bei reiner Biegebeanspruchung folgt für einen Rechteckquerschnitt mit Druckbewehrung für die bezogene Druckzonenhöhe  $\xi$  ein quadratisches Polynom (Zilch/Zehetmaier (2010)):

$$\xi^2 + 2\alpha_s(\rho_{s1} + \rho_{s2})\xi - 2\alpha_s\left(\rho_{s1} + \rho_{s2}\frac{d_2}{d}\right) = 0 \quad (1.124)$$

mit:

$$\alpha_s = \frac{E_s}{E_c} \quad (1.125)$$

Die Druckzonenhöhe ergibt sich dann zu:

$$\xi = -\alpha_s(\rho_{s1} + \rho_{s2}) + \sqrt{\alpha_s^2(\rho_{s1} + \rho_{s2})^2 + 2\alpha_s(\rho_{s1} + \rho_{s2})\frac{d_2}{d}} \quad (1.126)$$

Für einen Rechteckquerschnitt ohne Druckbewehrung ist jeweils der Term für den Bewehrungsgrad der Druckbewehrung  $\rho_{s2} = 0$  zu setzen.

Bei einem Rechteckquerschnitt mit Druckbewehrung unter kombinierter  $M$ - $N$ -Beanspruchung muss folgendes kubische Polynom gelöst werden:

$$a_3 \xi^3 + a_2 \xi^2 + a_1 \xi + a_0 = 0 \quad (1.127)$$

Darin bezeichnen  $a_0, a_1, a_2, a_3$  folgende Koeffizienten:

$$a_0 = \tilde{n}_{Ed} \alpha_s \rho_{s2} \frac{d_2}{d} \left(1 - \frac{d_2}{d}\right) - \tilde{m}_{Eds} \alpha_s \left(\rho_{s1} + \rho_{s2} \frac{d_2}{d}\right) \quad (1.128)$$

$$a_1 = \tilde{n}_{Ed} \alpha_s \rho_{s2} \left(1 - \frac{d_2}{d}\right) + \tilde{m}_{Eds} \alpha_s (\rho_{s1} + \rho_{s2}) \quad (1.129)$$

$$a_2 = \frac{\tilde{n}_{Ed}}{2} + \frac{\tilde{m}_{Eds}}{2} \quad (1.130)$$

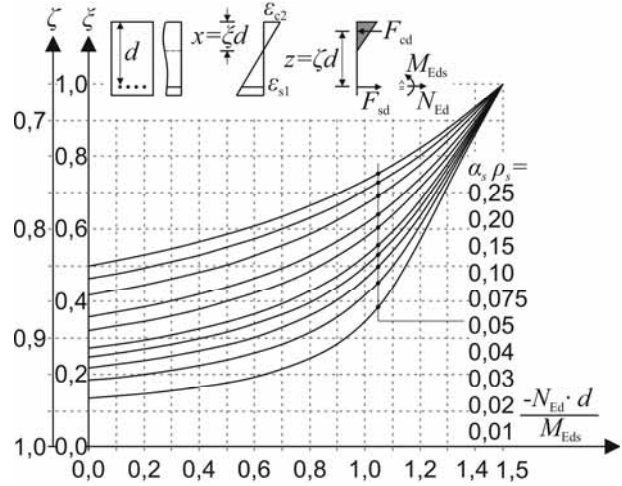
$$a_3 = \frac{\tilde{n}_{Ed}}{6} \quad (1.131)$$

Die bezogenen Größen  $\tilde{n}_{Ed}$  und  $\tilde{m}_{Eds}$  folgen zu:

$$\tilde{n}_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{bdE_c}, \quad \tilde{m}_{Eds} = \frac{M_{Eds}}{bd^2E_c} \quad (1.132)$$

Der Bezug erfolgt auf den E-Modul  $E_c$  des Betons anstelle der Festigkeit  $f_{cd}$  bei den korrespondierenden Größen des GZT von  $\nu_{Ed}$  und  $\mu_{Ed}$ . Für Rechteckquerschnitte ohne Druckbewehrung haben *Kupfer/Hochreither (1979)* Diagramme für die bezogene Druckzonenhöhe  $\xi$  und den bezogenen Hebelarm der inneren Kräfte  $\zeta$  hergeleitet. Bild 1.23 zeigt die Zusammenhänge auf Grundlage der hergeleiteten Beziehungen für  $\rho_s = \rho_{s1} = \rho_{s2} = 0$ .  $\xi$  und  $\zeta$  können direkt in Abhängigkeit der Einwirkungen  $M_{Eds}$  und  $N_{Ed}$ , bezogen auf die Schwerachse der Stahllage, abgelesen werden.

Herleitungen für andere Querschnitte unter kombinierter Beanspruchung führen in der Regel zu einem kubischen Polynom für die bezogene Druckzonenhöhe  $\xi$ . Zudem ist die Herleitung der Gleichungen besonders bei profilierten Querschnitten abhängig von der Lage der Nulllinie im Querschnitt. Bei beliebig geformten Querschnitten bietet es sich somit an, numerisch-iterativ mit Hilfe von z. B. Tabellenkalkulationen das Gleichgewicht am Querschnitt aufzustellen (vgl. Abschnitt 1.7.7).



**Bild 1.23:** Bezogene Druckzonenhöhe  $\xi$  und bezogener Hebelarm  $\zeta$  für Rechteckquerschnitte ohne Druckbewehrung nach *Kupfer/Hochreither (1979)*

Im Folgenden werden exemplarisch einige Veröffentlichungen zur Ermittlung der Spannungen im GZG angegeben, wobei die Lösungsansätze vergleichbar sind:

*Kupfer/Hochreither (1979)* erarbeiten erstmals ein Diagramm für die Ermittlung der Spannungen sowie der bezogenen Druckzonenhöhe  $\xi$  in Abhängigkeit des Bewehrungsgrades für einen Rechteckquerschnitt ohne Druckbewehrung unter Berücksichtigung einer teilweisen Vorspannung bei kombinierter  $M$ - $N$ -Beanspruchung. Die Dissertationen von *Hochreither (1982)* und *Krüger (1982)* beschreiben dabei noch ausführlicher die Vorgehensweise, wobei zusätzlich der Einfluss zeitabhängiger Faktoren berücksichtigt wird. In den Betonkalendern bis Ausgabe 1994 werden diese Gleichungen vorwiegend für die Spannungsnachweise im GZG verwendet.

*Bieger/Bertram (1981)* leiten ebenfalls Gleichungen für die Ermittlung der Spannungen sowie die Höhe der Betondruckzone beim Rechteck- und Plattenbalkenquerschnitt im gerissenen Zustand II her, ebenfalls mit teilweiser Vorspannung. Ein Doppelnomogramm erleichtert dabei die Ermittlung der bezogenen Größen.

In *Litzner (1995)* und *Grasser (1995)* sind ausschließlich Gleichungen für die Berechnung der Spannungen eines reinen Stahlbetonquerschnitts im Zustand II angegeben, jeweils für Rechteck- und Plattenbalkenquerschnitte mit und ohne Druckbewehrung, allerdings unter reiner Biegebeanspruchung. Zusätzlich sind die geometrischen Größen für das Flächen-

trägheitsmoment  $I$ , die Druckzonenhöhe  $x$  sowie das Flächenmoment  $S$  der Bewehrung angegeben.

*Dutulescu (2004)* gibt Gleichungen für die Ermittlung der Spannungen unter  $M$ - $N$ -Beanspruchung im GZG an, wobei die Bestimmung unter Zuhilfenahme von Tabellen erfolgt. Es werden Lösungen für Rechteck- und Plattenbalkenquerschnitte (mit verschiedener Nulllinienlage) mit Zug- und Druckbewehrung angegeben. Zudem erarbeitet er Nomogramme für eine Bemessung von Rechteck- und Kreisquerschnitten im GZG (*Dutulescu (2005)*).

*Krüger/Mertzsch (2009)* lösen die Gleichungen, indem sie Hilfsgrößen einführen, die zur Berechnung der Spannungen zuvor ermittelt werden müssen. Als Grundmodell dient ein I-Querschnitt mit Spanngliedern in der Druck- und Zugzone sowie mit Druck- und Zugbewehrung, der auf den gewöhnlichen Rechteck- und Plattenbalkenquerschnitt reduziert werden kann.

In z. B. *Goris/Schmitz (2014)* sind eine Vielzahl an Hilfsmitteln zur Ermittlung von Beton- und Betonstahlspannungen für Rechteck- und Plattenbalkenquerschnitte sowie für Plattenvollstreifen angegeben. Zusätzlich wird zwischen Querschnitten mit und ohne Druckbewehrung sowie mit und ohne Normalkraft unterschieden. Außerdem stellt *Pfeiffer (2004)* das Programm *INCA2* zur Verfügung, in dem die Berechnungen der Spannungen von gerissenen Querschnitten implementiert sind. Analog kann das Programm von *Heek et al. (2018)* nach Abschnitt 1.7.7 genutzt werden. Auf eine Zusammenstellung der einzelnen Diagramme und Tabellen wird in diesem Heft somit verzichtet.

## 1.9 Literatur

- DAfStb-Heft 220: Bemessung von Beton- und Stahlbetonbauteilen nach DIN 1045, Ausgabe Dezember 1978. Grasser, E.: Biegung mit Längskraft, Schub und Torsion. 2. überarbeitete Auflage, Berlin, Verlag Ernst & Sohn, 1979.
- DAfStb-Heft 525: Erläuterungen zu DIN 1045-1. 2. überarbeitete Auflage. Berlin, Beuth Verlag, 2010.
- DAfStb-Heft 600: Erläuterungen zu DIN EN 1992-1-1 und DIN EN 1992-1-1/NA (Eurocode 2). Berlin, Beuth Verlag, 2012.
- DIN EN 1992-1-1:2011-01: Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau. Berlin, Beuth Verlag.  
Mit: DIN EN 1992-1-1/A1:2015-03.
- DIN EN 1992-1-1/NA:2013-04: Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau. Berlin, Beuth Verlag.  
Mit: DIN EN 1992-1-1/NA/A1:2015-12.
- Dutulescu, E.: Zur Ermittlung der Beton- und Stahlspannungen. In: Beton- und Stahlbetonbau (2004), Nr. 99, Heft 5, S. 388 ff.
- Dutulescu, E.: Zur Begrenzung der Beton- und Stahlspannungen. In: Beton- und Stahlbetonbau (2005), Nr. 100, Heft 2, S. 148-160.
- Fylstra, D.; Lasdon, L.; Watson, J.; Waren, A.: Design and Use of the Microsoft Excel Solver. Interfaces 28 (1998), Nr. 5, S. 29-55.
- Goris, A.; Schmitz, P.: Bemessungstabellen nach Eurocode 2 – Normalbeton, Hochfester Beton, Leichtbeton. Köln, Bundesanzeiger Verlag, 2. Auflage, 2014.
- Grasser, E.: Die Bemessung von kreis- und kreisringförmigen Stahlbetonquerschnitten bei Biegung mit Normaldruckkraft auf der Grundlage der neuen DIN 1045. Berlin – München, Verlag Ernst & Sohn, In: Stahlbetonbau – Berichte aus Forschung und Praxis, Festschrift Rüschi, 1969.

- Heek, P.; Kämper, C.; Mark, P.: Tabellenkalkulationsprogramm zur Bemessung von Stahlbetonquerschnitten unter M-N-Interaktionsbeanspruchung. Download von der Homepage des Lehrstuhls für Massivbau der Ruhr-Universität Bochum, [www.kib1.ruhr-uni-bochum.de](http://www.kib1.ruhr-uni-bochum.de), 2018.
- Hochreither, H.: Bemessungsregeln für teilweise vorgespannte, biegebeanspruchte Betonkonstruktionen. Technische Universität München, Dissertation, 1982.
- Holschemacher, K.; Müller, T.; Lobisch, F.: Bemessungshilfsmittel für Betonbauteile nach Eurocode 2. Berlin, Verlag Ernst & Sohn, 2012.
- Konrad, A.: Ermittlung des Dehnungszustands beliebiger Stahlbetonquerschnitte mit dem Newton-Verfahren. In: Beton- und Stahlbetonbau (1988), Nr. 83, Heft 10, S. 261 ff.
- Krüger, W.: Anwendung der Theorie des elastisch-kriechenden Körpers im linearen und nichtlinearen Bereich bei der Bestimmung der zeitabhängigen Spannungen und Verformungen einachsig beanspruchter Stahlbeton- und Spannbetonquerschnitte. Wismar, Dissertation, 1982.
- Krüger, W.; Mertzsch, O.: Spannbetonbau-Praxis mit Berechnungsbeispielen. 2. Auflage, Bauwerk-Verlag, 2009.
- Kupfer, H.; Hochreither, H.: Teilweise Vorspannung – Einführung in Deutschland, Rißbreitenbeschränkung und Dauerfestigkeit. Vorträge Betontag 1979, Deutscher Beton-Verein E.V., Wiesbaden.
- Lauer, H.: Schiefe Biegung mit Längskraft bei beliebigen Stahlbetonquerschnitten. Bauingenieur 58 (1983), S. 151-157.
- Leonhardt, F.; Möning, E.: Vorlesungen über Massivbau – Teil 1: Grundlagen zur Bemessung im Stahlbetonbau. 3. Auflage, Springer-Verlag, 1984.
- Linse, D.; Thielen, G.; Kupfer, H.: Die Grundlagen der Biegebemessung der DIN 1045 aufbereitet für den Gebrauch an Rechenanlagen. In: Beton- und Stahlbetonbau (1972), Heft 9, S. 199 ff.
- Litzner, F.: Grundlagen der Bemessung nach Eurocode 2 – Vergleich mit DIN 1045 und DIN 4227. Betonkalender 1995, Teil 1, Abschnitt M, Verlag Ernst & Sohn.
- Mark, P.: Optimierungsmethoden zur Biegebemessung von Stahlbetonquerschnitten. In: Beton- und Stahlbetonbau (2003), Nr. 98, Heft 9, S. 511-519.
- Mark, P.: Zweiachsig durch Biegung und Querkräfte beanspruchte Stahlbetonträger. In: Schriftenreihe des Instituts für Konstruktiven Ingenieurbau an der Ruhr-Universität Bochum, Habilitationsschrift, Heft 2006-3, Shaker Verlag, Aachen, 2006.
- Pfeiffer, U.: Die nichtlineare Berechnung ebener Rahmen aus Stahl- und Spannbeton mit Berücksichtigung der durch das Aufreißen bedingten Achsendehnung. Universität Hamburg-Harburg, Dissertation, 2004.
- Schindler, S.; Bender, M.; Mark, P.: Erweiterung der klassischen M-N-Interaktionsdiagramme. In: Beton- und Stahlbetonbau (2007), Nr. 102, Heft 8, S. 539-547.
- Siemer, H.; Kröger, R.: Die Bemessung von Kreis- und Kreisringquerschnitten bei Biegung mit Normalkraft und beliebiger Bewehrung. In: Beton- und Stahlbetonbau 76 (1981), Heft 7, S. 157-162.
- Tombert, K.: Bemessung von Kreisquerschnitten und Kreisringquerschnitten nach dem Traglastverfahren. In: Bauingenieur 46 (1971), Heft 3, S. 90-97.
- Weber, K.; Ernst, M.: Entwicklung von Interaktionsdiagrammen für asymmetrisch bewehrte Stahlbeton-Kreisquerschnitte. In: Beton- und Stahlbetonbau 84 (1989), Heft 7, S. 176-180.
- Werner, H.: Schiefe Biegung polygonal umrandeter Stahlbeton-Querschnitte. Beton- und Stahlbetonbau 69 (1974), Heft 4, S. 92-97.
- Zilch, K.; Jähling, A.; Müller, A.: Zur Berücksichtigung der Nettobetonquerschnittsfläche bei der Bemessung von Stahlbetonquerschnitten mit Druckbewehrung. In: DAfStb-Heft 525, Teil 2, Berlin, Beuth Verlag, 2003.
- Zilch, K.; Zehetmaier, G.: Bemessung im konstruktiven Betonbau – Nach DIN 1045-1 (Fassung 2008) und EN 1992-1-1 (Eurocode 2). 2. Auflage, Berlin/Heidelberg: Springer-Verlag, 2010.

## 2 Bemessung für Querkraft und Torsion

### 2.1 Allgemeines

Um die Nachweise für Querkraft und Torsion für eine Handrechnung zu vereinfachen, werden nachfolgend Hilfsmittel für die schnelle Ermittlung maßgebender Parameter zur Verfügung gestellt. Diese Hilfsmittel sind in erster Linie für Bauteile gedacht, wie sie im üblichen Hochbau vorkommen. Nachweise zum Durchstanzen werden in DAfStb-Heft 631 behandelt. Bei der Nachrechnung von Bestandsbauwerken sollte die Nachrechnungsrichtlinie berücksichtigt werden.

Bei Bauteilen ohne Querkraftbewehrung beziehen sich die Hilfsmittel auf die Parameter der Betondruckfestigkeit, der statischen Höhe und des Längsbewehrungsgrades. Bei Bauteilen mit Querkraftbewehrung sollen sie die Bestimmung (bzw. Wahl) der Neigung der Druckstreben erleichtern.

Die Querkraftbemessung gliedert sich in zwei Abschnitte. Der Abschnitt 2.2.1 behandelt die Regeln für Plattentragwerke und untergeordnete Bauteile, bei denen in der Regel keine Querkraftbewehrung erforderlich ist. Der Abschnitt 2.2.2 behandelt Bauteile mit Querkraft- bzw. Bügelbewehrung, insbesondere Balken, für die grundsätzlich immer eine Mindestquerkraftbewehrung nach DIN EN 1992-1-1/NA, NDP zu 9.2.2 (5) vorzusehen ist. In Abschnitt 2.3 wird die Torsionsbemessung und in Abschnitt 2.4 die Bemessung von Zug- und Druckgurten beschrieben. Abschnitt 2.5 enthält Hinweise zur Querkrafttragfähigkeit von Fugen.

### 2.2 Querkraft

#### 2.2.1 Bauteile ohne rechnerisch erforderliche Querkraftbewehrung

##### 2.2.1.1 Allgemeines

Nach DIN EN 1992-1-1/NA, NCI zu 9.3.2, ist bei Platten mit  $b/h > 5$  und  $V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$  keine Mindestquerkraftbewehrung erforderlich. Dies ist das übliche Ziel des Entwurfs von Platten. Die folgenden Hilfsmittel ermöglichen die einfache Abschätzung der maßgebenden Parameter, um die Tragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung nachzuweisen.

##### 2.2.1.2 Bemessungshilfen

Als Eingangswerte für die nachfolgenden Bemessungshilfen dienen die statische Nutzhöhe  $d$ , der Längsbewehrungsgrad  $\rho_l$  und die charakteristische Betondruckfestigkeit  $f_{ck}$ . Die entsprechende Tabelle ist in Abhängigkeit vom Längsbewehrungsgrad zu wählen (Tabellen 2.1 bis 2.5). Die Querkrafttragfähigkeit von Bauteilen ohne Bügelbewehrung  $V_{Rd,c}$  kann mit Gleichung (2.1) bestimmt werden ( $N_{Ed} = 0$ ). Im Falle einer einwirkenden Normalkraft  $N_{Ed}$  müssen die Werte um diesen Anteil verändert werden (Gleichung (2.3)). Bei der Bemessung ist der Mindestwert der Querkrafttragfähigkeit zu berücksichtigen (Gleichungen (2.4) bis (2.6)). Hintergrund ist, dass Gleichung (2.1) bei geringer Längsbewehrung zu geringe Querkraftwiderstände liefert.

$$V_{Rd,c} = \frac{V_{Rd,c}}{b_w \cdot d} \geq v_{\min} \quad (2.1)$$

$$V_{Rd,c} = 0,1 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot b_w \cdot d \quad (2.2)$$

$$V_{Rd,c,N} = v_{Rd,c} + 0,12 \cdot \underbrace{\frac{N_{Ed}}{A_c}}_{\leq 0,2 \cdot f_{cd}} \quad (2.3)$$

Es bedeuten:

$b_w$	kleinste Querschnittsbreite innerhalb der Zugzone
$d$	statische Nutzhöhe
$k$	Maßstabsfaktor $k = 1 + \sqrt{200/d}$ mit $d$ in [mm]
$\rho_l$	Längsbewehrungsgrad
$f_{ck}$	charakteristische Betondruckfestigkeit
$N_{Ed}$	Bemessungswert der Normalkraft in Folge äußerer Einwirkung (eine Druckkraft ist positiv einzusetzen)
$A_c$	Querschnittsfläche des Betons
$V_{Rd,c}$	Bemessungswert des Querkraftwiderstandes ohne Querkraftbewehrung
$v_{Rd,c}$	bezogene Querkrafttragfähigkeit von Bauteilen ohne rechnerisch erforderliche Querkraftbewehrung
$v_{\min}$	Mindestwert der Querkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung

Die Werte für  $v_{\min}$  können nach den Gleichungen (2.4) und (2.5) ermittelt werden.

Für  $d \leq 600 \text{ mm}$ :

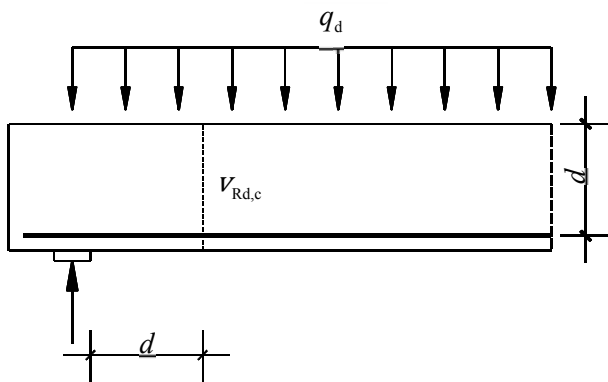
$$v_{\min} = \left( \frac{0,0525}{\gamma_c} \right) \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} \quad (2.4)$$

Für  $d > 800 \text{ mm}$ :

$$v_{\min} = \left( \frac{0,0375}{\gamma_c} \right) \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} \quad (2.5)$$

Für  $600 \text{ mm} \leq d \leq 800 \text{ mm}$  dürfen die Zwischenwerte für  $v_{\min}$  nach Gleichung (2.6) ermittelt werden:

$$v_{\min} = \frac{1}{\gamma_c} (0,0975 - 75d) \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} \quad (2.6)$$



**Bild 2.1:** Gleichmäßig belasteter Balken mit Lage des Bemessungsschnittes

Der Nachweis ist erbracht, wenn die auf die Fläche  $b_w \cdot z$  bezogene einwirkende Querkraft  $V_{Ed}$ , im Schnitt im Abstand der statischen Höhe  $d$  vom Auflager (Bild 2.1), kleiner ist als die Querkrafttragfähigkeit von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung  $V_{Rd,c}$ .

$$V_{Ed} = \frac{V_{Ed}}{b_w \cdot d} < V_{Rd,c} \quad (2.7)$$

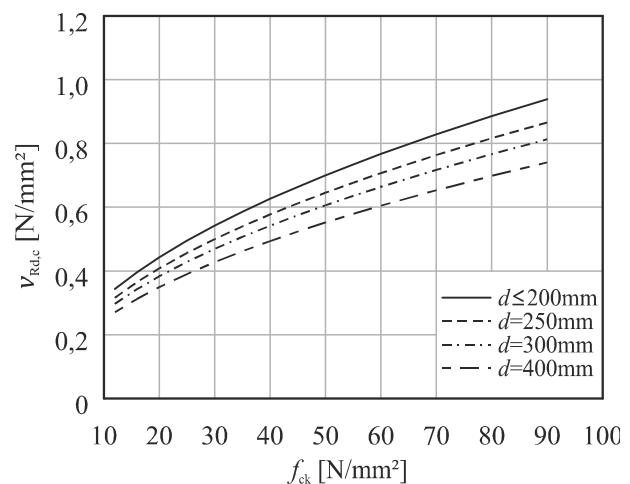
Falls der Nachweis nicht erbracht werden kann, ist der Anwender – durch die grafischen Darstellungen (Bilder 2.2 bis 2.6) – in der Lage, den Einfluss der maßgebenden Parameter leicht zu erkennen und die Bemessung entsprechend anzupassen.

Zwischenwerte der statischen Höhe können durch lineare Interpolation berücksichtigt werden (Fehler  $< 1,2 \%$  auf der unsicheren Seite). Wenn überschlägige Werte ausreichen, können auch Zwischenwerte des Längsbewehrungsgrades durch lineare Interpolation ermittelt werden. Es ist jedoch zu beachten, dass insbesondere in Fällen, in denen zwischen dem Mindestwert  $v_{\min}$  und der Querkrafttragfähigkeit  $V_{Rd,c}$  interpoliert wird, Fehler von bis zu  $8 \%$  auf der

unsicheren Seite auftreten können. Die Werte in der Tabelle 2.1 für einen Längsbewehrungsgrad von  $0,1 \%$  entsprechen durchgängig dem Mindestwert der Querkrafttragfähigkeit  $v_{\min}$ . Wird dieser maßgebend, ist dies durch einen dunkelgrauen Hintergrund in den Tabellen 2.1 bis 2.5 deutlich gemacht.

**Tabelle 2.1:** Querkrafttragfähigkeit von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung  $V_{Rd,c}$  für einen Längsbewehrungsgrad von  $\rho_1 = 0,1 \%$

$\rho_1 = 0,1 \%$				
$f_{ck}$	$d \text{ [mm]}$			
	$\leq 200$	250	300	400
12	0,34	0,32	0,30	0,27
16	0,40	0,37	0,34	0,31
20	0,44	0,41	0,38	0,35
25	0,49	0,46	0,43	0,39
30	0,54	0,50	0,47	0,43
35	0,59	0,54	0,51	0,46
40	0,63	0,58	0,54	0,49
45	0,66	0,61	0,57	0,52
50	0,70	0,65	0,61	0,55
55	0,73	0,68	0,64	0,58
60	0,77	0,71	0,66	0,60
70	0,83	0,76	0,72	0,65
80	0,89	0,82	0,77	0,70
90	0,94	0,87	0,81	0,74



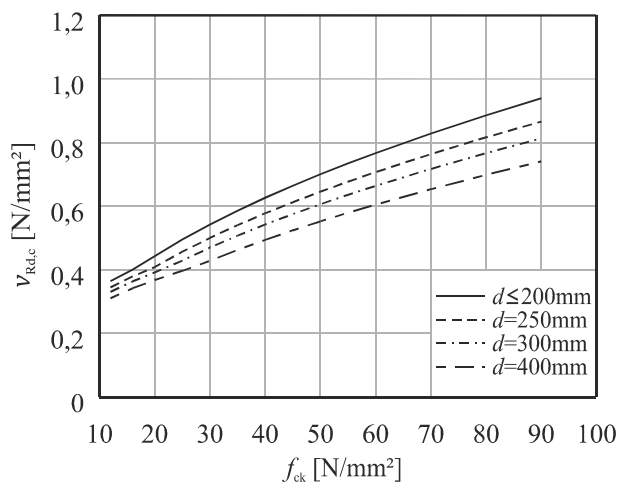
**Bild 2.2:** Querkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung für die maßgebenden Parameter bei einem Längsbewehrungsgrad von  $\rho_1 = 0,1 \%$

**Tabelle 2.2:** Querkrafttragfähigkeit von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung  $v_{Rd,c}$  für einen Längsbewehrungsgrad von  $\rho_1 = 0,5 \%$

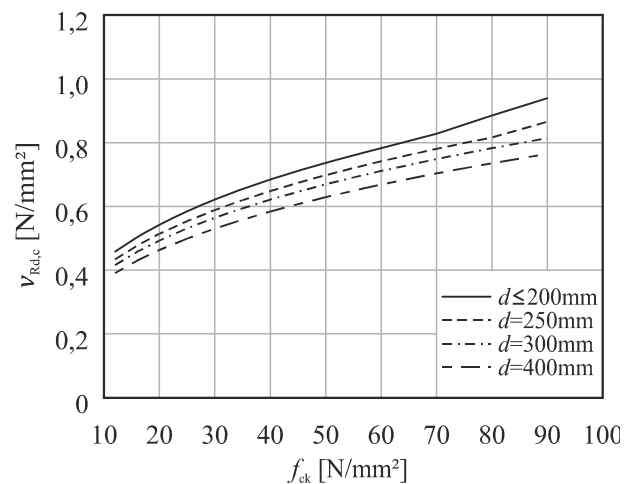
$\rho_1 = 0,5 \%$				
$f_{ck}$	$d$ [mm]			
	$\leq 200$	250	300	400
12	0,36	0,34	0,33	0,31
16	0,40	0,38	0,36	0,34
20	0,44	0,41	0,39	0,37
25	0,49	0,46	0,43	0,40
30	0,54	0,50	0,47	0,43
35	0,59	0,54	0,51	0,46
40	0,63	0,58	0,54	0,49
45	0,66	0,61	0,57	0,52
50	0,70	0,65	0,61	0,55
55	0,73	0,68	0,64	0,58
60	0,77	0,71	0,66	0,60
70	0,83	0,76	0,72	0,65
80	0,89	0,82	0,77	0,70
90	0,94	0,87	0,81	0,74

**Tabelle 2.3:** Querkrafttragfähigkeit von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung  $v_{Rd,c}$  für einen Längsbewehrungsgrad von  $\rho_1 = 1,0 \%$

$\rho_1 = 1,0 \%$				
$f_{ck}$	$d$ [mm]			
	$\leq 200$	250	300	400
12	0,46	0,43	0,42	0,39
16	0,50	0,48	0,46	0,43
20	0,54	0,51	0,49	0,46
25	0,58	0,55	0,53	0,50
30	0,62	0,59	0,56	0,53
35	0,65	0,62	0,59	0,56
40	0,68	0,65	0,62	0,58
45	0,71	0,67	0,65	0,61
50	0,74	0,70	0,67	0,63
55	0,76	0,72	0,69	0,65
60	0,78	0,74	0,71	0,67
70	0,83	0,78	0,75	0,70
80	0,89	0,82	0,78	0,74
90	0,94	0,87	0,81	0,77



**Bild 2.3:** Querkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung für die maßgebenden Parameter bei einem Längsbewehrungsgrad von  $\rho_1 = 0,5 \%$



**Bild 2.4:** Querkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung für die maßgebenden Parameter bei einem Längsbewehrungsgrad von  $\rho_1 = 1,0 \%$

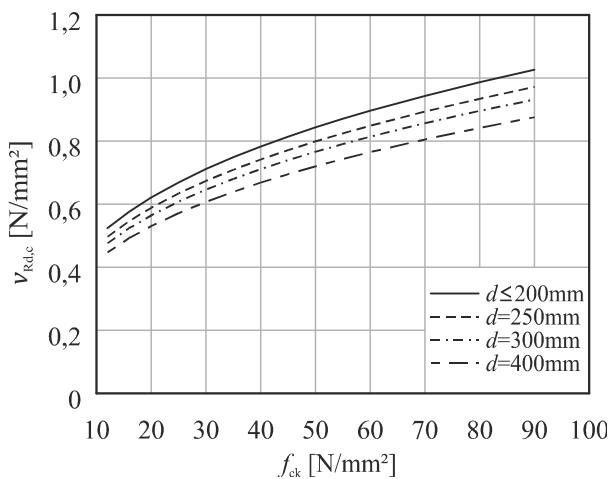


**Tabelle 2.4:** Querkrafttragfähigkeit von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung  $v_{Rd,c}$  für einen Längsbewehrungsgrad von  $\rho_1 = 1,5 \%$

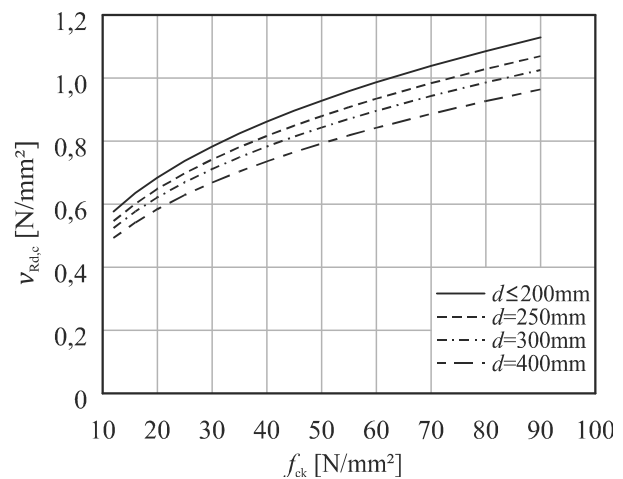
$f_{ck}$	$\rho_1 = 1,5 \%$			
	$d$ [mm]			
	$\leq 200$	250	300	400
12	0,52	0,50	0,48	0,45
16	0,58	0,55	0,52	0,49
20	0,62	0,59	0,56	0,53
25	0,67	0,63	0,61	0,57
30	0,71	0,67	0,65	0,61
35	0,75	0,71	0,68	0,64
40	0,78	0,74	0,71	0,67
45	0,81	0,77	0,74	0,70
50	0,84	0,80	0,77	0,72
55	0,87	0,82	0,79	0,74
60	0,90	0,85	0,81	0,77
70	0,94	0,89	0,86	0,81
80	0,99	0,93	0,90	0,84
90	1,03	0,97	0,93	0,88

**Tabelle 2.5:** Querkrafttragfähigkeit von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung  $v_{Rd,c}$  für einen Längsbewehrungsgrad von  $\rho_1 = 2,0 \%$

$f_{ck}$	$\rho_1 = 2,0 \%$			
	$d$ [mm]			
	$\leq 200$	250	300	400
12	0,58	0,55	0,52	0,49
16	0,63	0,60	0,58	0,54
20	0,68	0,65	0,62	0,58
25	0,74	0,70	0,67	0,63
30	0,78	0,74	0,71	0,67
35	0,82	0,78	0,75	0,70
40	0,86	0,82	0,78	0,74
45	0,90	0,85	0,81	0,77
50	0,93	0,88	0,84	0,79
55	0,96	0,91	0,87	0,82
60	0,99	0,93	0,90	0,84
70	1,04	0,98	0,94	0,89
80	1,09	1,03	0,99	0,93
90	1,13	1,07	1,03	0,96



**Bild 2.5:** Querkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung für die maßgebenden Parameter bei einem Längsbewehrungsgrad von  $\rho_1 = 1,5 \%$

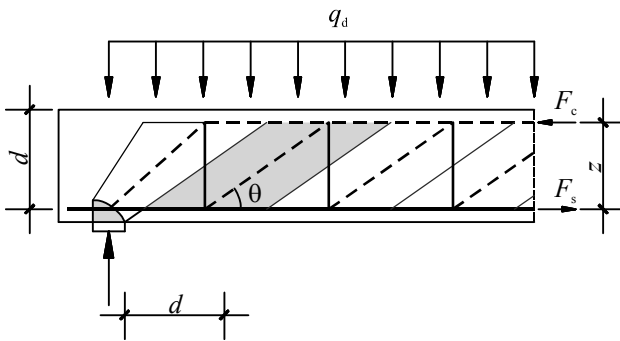


**Bild 2.6:** Querkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung für die maßgebenden Parameter bei einem Längsbewehrungsgrad von  $\rho_1 = 2,0 \%$

## 2.2.2 Bauteile mit rechnerisch erforderlicher Querkraftbewehrung

### 2.2.2.1 Allgemeines

Der Nachweis der Querkrafttragfähigkeit von Bauteilen mit Querkraftbewehrung basiert auf einem Fachwerkmodell mit variabler Druckstrebenneigung (Bild 2.7; *Reineck (2001)*). Im Zuge der Bemessung ist die erforderliche Querkraftbewehrung zu bestimmen und die Tragfähigkeit der Betondruckstreben nachzuweisen. Ein wichtiger Bemessungsparameter hierfür ist die Neigung der Druckstreben. Im Hochbau wird die Bügelbewehrung üblicherweise in einem Winkel von  $90^\circ$  zur Bauteilachse eingebaut.



**Bild 2.7:** Fachwerkmodell für den Nachweis der Querkrafttragfähigkeit

### 2.2.2.2 Bemessungshilfen

Nach DIN EN 1992-1-1/NA, NCI zu 6.2.3 (1) kann der Hebelarm der inneren Kräfte durch die vereinfachte Beziehung  $0,9 \cdot d$  bestimmt werden; es gilt allerdings die Bedingung, dass er nicht größer sein darf als  $z = \max \{d - 2 \cdot c_{v,l}; d - c_{v,l} - 30 \text{ mm}\}$ . Die maßgebende Beziehung zur Ermittlung des inneren Hebelarms  $z$  kann dem Bild 2.8 entnommen werden. Eingangssparameter sind die statische Nutzhöhe  $d$  und das Verlegemaß der Längsbewehrung  $c_{v,l}$ .

Für die erforderliche Querkraftbewehrung und die Druckstrebentragfähigkeit gelten die bekannten Bemessungsgleichungen (Gleichungen (2.8) und (2.9)).

$$a_{sw} = \frac{A_{sw}}{s_w} = \frac{V_{Ed}}{f_{ywd} \cdot z \cdot \cot \theta} \quad (2.8)$$

$$V_{Rd,max} = \frac{b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd}}{\cot \theta + \tan \theta} \geq V_{Ed} \quad (2.9)$$

Es bedeuten:

$f_{ywd}$  Bemessungswert der Streckgrenze der Querkraftbewehrung

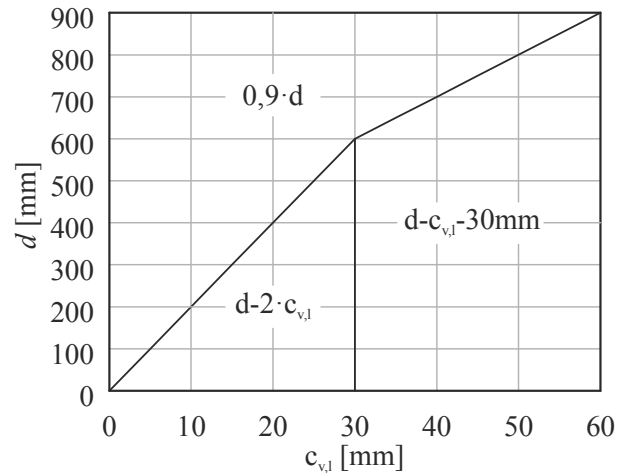
$f_{cd}$  Bemessungswert der Betondruckfestigkeit  
 $A_{sw}$  Querschnittsfläche der Querkraftbewehrung  
 $s_w$  Bügelabstand  
 $V_{Rd,max}$  Bemessungswert der Druckstrebentragfähigkeit  
 $v_1$  Abminderungswert für die Betonfestigkeit bei Schubrisen (siehe Gleichungen (2.10) und (2.11))

Für Beton  $\leq C50/60$ :

$$v_1 = 0,75 \quad (2.10)$$

Für Beton  $> C50/60$ :

$$v_1 = 0,75 \cdot (1,1 - f_{ck}/500) \quad (2.11)$$



**Bild 2.8:** Ermittlung der maßgebenden Beziehung zur Bestimmung des inneren Hebelarms  $z$

Grundsätzlich darf der Druckstrebenwinkel  $\theta$  in bestimmten Grenzen frei gewählt werden. Die Wahl des Druckstrebenwinkels steuert dabei die mechanischen Eigenschaften eines Bauteils wie Schrägrisswinkel, Schrägrissbreiten und erforderliche Längsbewehrung. Im Hochbau gilt als oberer Grenzwert für  $\theta$  ein Winkel von  $45^\circ$  und als unterer Grenzwert ein Winkel von  $18,4^\circ$ . Zusätzlich ist der Druckstrebenwinkel gemäß einem Rissreibungskriterium zu begrenzen, sodass  $\cot \theta$  innerhalb der in Gleichung (2.12) angegebenen Grenzen frei gewählt werden darf (*Reineck (2001)*).

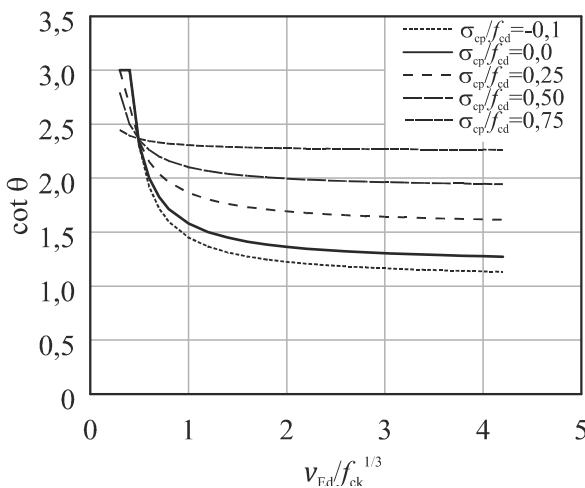
$$1,0 \leq \cot \theta \leq \frac{1,2 + 1,4 \sigma_{cp}/f_{cd}}{1 - V_{Rd,cc}/V_{Ed}} \leq 3,0 \quad (2.12)$$

Der Rissreibungsanteil  $V_{Rd,cc}$  ist nach Gleichung (2.13) zu ermitteln.

$$V_{Rd,cc} = 0,24 f_{ck}^{1/3} \left( 1 - 1,2 \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}} \right) b_w z \quad (2.13)$$

Ist die einwirkende Querkraft  $V_{Ed}$  geringer als der Betontraganteil  $V_{Rd,cc}$ , so ergeben sich in Gleichung (2.12) negative Werte für den oberen Grenzwert von  $\cot \theta$ . In diesem Fall wird die Grenze  $\cot \theta = 3,0$  in Gleichung (2.12) maßgebend und es darf aufgrund der geringen Querkraftausnutzung ein Druckstrebenwinkel von bis zu  $18,4^\circ$  gewählt werden.

Die Bestimmung des maximalen Wertes  $\cot \theta$  der Druckstrebenneigung nach Gleichung (2.12) (d. h. die minimale Neigung) kann mit Tabelle 2.6 bzw. Bild 2.9 erfolgen. Kann mit dieser Neigung der Nachweis des Widerstandes der Druckstrebe  $V_{Rd,max}$  nicht erbracht werden, ist die Neigung  $\theta$  zu erhöhen. Es ist zulässig, einen Wert  $\cot \theta$  zwischen dem Maximum und 1 zu wählen. Eine steilere Neigung führt zu einer Erhöhung der Tragfähigkeit der Betondruckstrebe, jedoch auch zu einem höheren Bewehrungsgrad.



**Bild 2.9:** Maximaler Wert  $\cot \theta$  in Abhängigkeit der einwirkenden bezogenen Querkraft

Eingangsparameter für die Ermittlung des maximalen Wertes für  $\cot \theta$  ist der Quotient aus der bezogenen einwirkenden Querkraft  $v_{Ed}$  (Gleichung (2.14)) und dem Parameter  $f_{ck}^{1/3}$ .

$$v_{Ed} = \frac{V_{Ed}}{b_w \cdot z} \quad (2.14)$$

Die Druckstrebenneigung ist grundsätzlich auch von der Normalspannung im Bauteil abhängig. Bei einer Drucknormalspannung wird die Neigung flacher, bei einer Zugnormalspannung steiler. Die Normalspannung  $\sigma_{cp}$  ist durch Gleichung (2.15) gegeben.

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} \quad (2.15)$$

Es bedeuten:

$N_{Ed}$  Bemessungswert der Normalkraft infolge äußerer Einwirkung (positiv als Druckkraft)  
 $A_c$  Querschnittsfläche des Betons

**Tabelle 2.6:** Maximal zulässige Werte für  $\cot \theta$  ( $\sigma_{cp}$  positiv bei Druckspannungen)

$v_{Ed}/f_{ck}^{1/3}$	$\sigma_{cp}/f_{cd}$				
	-0,1	0,0	0,25	0,50	0,75
0,3	3,00	3,00	3,00	2,79	2,45
0,4	3,00	3,00	2,67	2,50	2,39
0,5	2,29	2,31	2,33	2,35	2,36
0,6	1,92	2,00	2,15	2,26	2,34
0,7	1,72	1,83	2,04	2,20	2,33
0,8	1,60	1,71	1,96	2,16	2,32
1,0	1,45	1,58	1,86	2,10	2,31
1,2	1,37	1,50	1,80	2,07	2,30
1,4	1,31	1,45	1,76	2,04	2,29
1,6	1,27	1,41	1,73	2,02	2,28
1,8	1,25	1,38	1,71	2,01	2,28
2,0	1,22	1,36	1,69	2,00	2,28
2,2	1,21	1,35	1,68	1,99	2,27
2,4	1,19	1,33	1,67	1,98	2,27
2,6	1,18	1,32	1,66	1,97	2,27
2,8	1,17	1,31	1,65	1,97	2,27
3,0	1,16	1,30	1,64	1,96	2,27
3,2	1,16	1,30	1,64	1,96	2,27
3,4	1,15	1,29	1,63	1,96	2,27
3,6	1,15	1,29	1,63	1,95	2,27
3,8	1,14	1,28	1,62	1,95	2,26
4,0	1,14	1,28	1,62	1,95	2,26
4,2	1,13	1,27	1,61	1,94	2,26

Zwischenwerte der Tabelle können linear interpoliert werden, wobei sich im Bereich von Eingangswerten  $v_{Ed}/f_{ck}^{1/3}$  zwischen 0,3 und 0,4 Fehler von bis zu 5 % ergeben können. Bei der Interpolation zwischen den Eingangswerten  $\sigma_{cp}/f_{cd}$  und zwischen den übrigen Bereichen von  $v_{Ed}/f_{ck}^{1/3}$  ergeben sich Fehler von

$< 3 \%$ . Bei der Interpolation zwischen der Grenze  $\cot \theta = 3,0$  und den übrigen Werten ergeben sich die größten Fehler.

### 2.2.2.3 Kreisquerschnitte

Die Querkraftbemessung von Kreisquerschnitten kann anhand eines Ersatzquerschnittes (Bild 2.10) erfolgen. Dabei darf die Breite  $b_w$  des Ersatzquerschnittes frei gewählt werden, sofern sie kleiner ist als  $D_h$ . Der innere Hebelarm  $z$  des Ersatzquerschnittes ergibt sich unter Berücksichtigung der Längsbewehrungsstäbe innerhalb von  $b_w$ . Die nach Gleichung (2.8) berechnete Bewehrungsmenge ist bei Kreisquerschnitten mit dem Verhältnis  $b_w / D_h$  zu multiplizieren. Der Nachweis der Druckstrebe ist für den gewählten Ersatzquerschnitt nach Gleichung (2.9) zu führen.

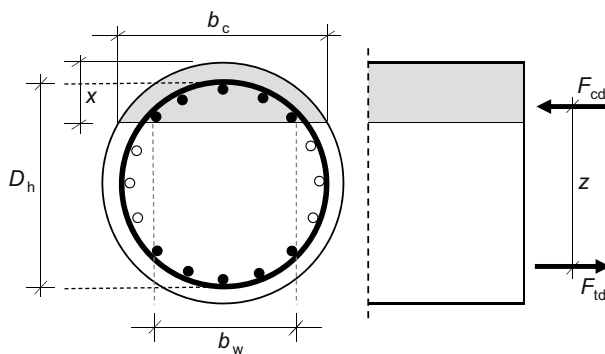


Bild 2.10: Definition von  $b_w$  bei Kreisquerschnitten

## 2.3 Torsion

### 2.3.1 Allgemeines

Ist die Erfüllung des Gleichgewichtes von der Torsionstragfähigkeit einzelner Bauteile abhängig, sind diese für das einwirkende Torsionsmoment zu bemessen. Der Torsionsbemessung liegt die Vorstellung eines Ersatzhohlkastens zugrunde. Der Kraftfluss in diesem Ersatzhohlkasten wird durch ein räumliches Fachwerkmodell beschrieben (Bild 2.11). Die Bügel werden üblicherweise in einem Winkel von  $90^\circ$  zur Balkenachse eingebaut (DIN EN 1992-1-1, 9.2.3 (1)).

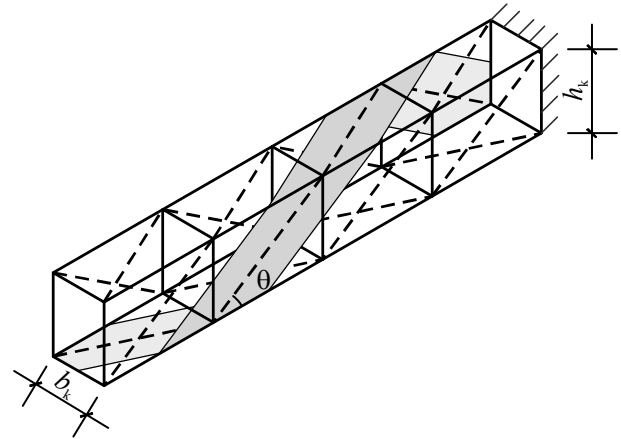


Bild 2.11: Stabwerkmodell für den Nachweis der Torsionstragfähigkeit

### 2.3.2 Bemessungshilfe

Die Wandstärke des Ersatzhohlkastens  $t_{ef,i}$  ist definiert durch den zweifachen Abstand der Achse der Längsbewehrung vom Bauteilrand (DIN EN 1992-1-1/NA, 6.3.2 (1)) (Bild 2.12 und Gleichung (2.16)).

$$t_{ef,i} = 2 \cdot c_{v,l} + \phi_l \quad (2.16)$$

Es bedeuten:

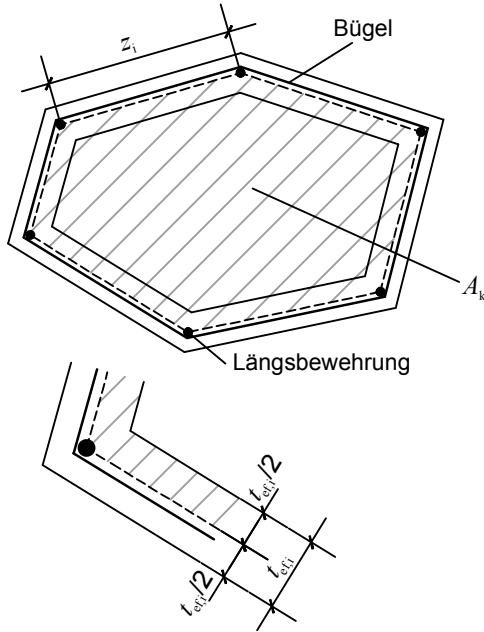
$c_{v,l}$	Verlegemaß der Längsbewehrung
$\phi_l$	Durchmesser der Längsbewehrung

Ausführlicheres zur Wandstärke des Ersatzhohlkastens für den Fall von profilierten Querschnitten ist im DAfStb-Heft 600 zu finden. Aufgrund der Neigung der Druckstrebe ergibt sich eine Kraft in Richtung der Bauteillängsachse. Diese Kraft muss durch die Längsbewehrung aufgenommen werden.

$$\frac{\sum A_{sl}}{u_k} = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_k \cdot f_{yd}} \cot \theta \quad (2.17)$$

Es bedeuten:

$A_{sl}$	Querschnitt der Längsbewehrung
$u_k$	Umfang des Ersatzhohlkastens
$A_k$	Fläche, die von den Mittellinien des Ersatzhohlkastens, einschließlich Hohlräume, eingeschlossen wird
$T_{Ed}$	Bemessungswert des Torsionsmoments



**Bild 2.12:** Definition der geometrischen Parameter für den Nachweis der Torsionstragfähigkeit nach DIN EN 1992-1-1/NA und Zilch (2010)

Die Zugkräfte der Zugstreben im Fachwerkmodell werden durch Torsionsbügel übertragen (Gleichung (2.18)).

$$\frac{A_{sw}}{s_w} = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_k \cdot f_{yd}} \tan \theta \quad (2.18)$$

Es bedeuten:

$A_{sw}$	Querschnitt der Torsionsbügelbewehrung
$s_w$	Abstand der Bügel

Die Torsionstragfähigkeit ist durch die Tragfähigkeit der Druckstrebe begrenzt (Gleichung (2.19)).

$$T_{Rd,max} = \frac{2 \cdot \nu \cdot f_{cd} \cdot A_k \cdot t_{ef,i}}{\cot \theta + \tan \theta} \quad (2.19)$$

Für Beton  $\leq$  C50/60:

$$\nu = 0,525 \quad (2.20)$$

Für Beton  $>$  C50/60:

$$\nu = 0,525 \cdot (1,1 - f_{ck}/500) \quad (2.21)$$

Auch beim Torsionsnachweis ist die Neigung der Druckstrebe der maßgebende Parameter. Nach DIN EN 1992-1-1/NA, 6.3.2 (2) wird der gleiche Zusammenhang verwendet, um die minimale Neigung der Druckstrebe zu bestimmen. Somit ist es möglich,

wiederum die Tabelle 2.6 oder das Bild 2.9 zu verwenden. Alternativ kann vereinfacht auch  $\cot \theta = 1$  angesetzt werden.

Für die Verwendung von Tabelle 2.6 bzw. Bild 2.9 muss jedoch der Eingangswert  $V_{Ed}$  angepasst werden (Gleichung (2.22)).

$$V_{Ed} = \frac{V_{Ed,i}}{t_{ef,i} \cdot z_i} = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_k \cdot t_{ef,i}} \quad (2.22)$$

Es bedeutet:

$V_{Ed,i}$	Schubkraft je Wand $i$
$z_i$	die Höhe der Wand $i$ des Ersatzhohlkastens

### 2.3.3 Interaktion von Querkraft und Torsion

Für die Beanspruchung aus Querkraft und Torsion kann die minimale Druckstrebenneigung für beide Anteile kombiniert bestimmt werden und ist dann bei den Nachweisen zugrunde zu legen. Wird der Eingangswert nach Gleichung (2.23) verwendet, lässt sich wiederum Tabelle 2.6 bzw. Bild 2.9 verwenden.

$$V_{Ed} = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_k \cdot t_{ef,i}} + \frac{V_{Ed}}{b_w \cdot z_i} \quad (2.23)$$

Auch für die kombinierte Beanspruchung ist die Druckstrebentragfähigkeit nachzuweisen. Es sind Interaktionsbeziehungen zu verwenden, wobei zwischen profilierten und Vollquerschnitten zu unterscheiden ist (siehe auch DIN EN 1992-1-1, 6.3.2 (4) und DIN EN 1992-1-1/NA, NCI zu 6.3.2 (4)) (Gleichungen (2.24) und (2.25)):

Profilierte Querschnitte:

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,max}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,max}} \leq 1,0 \quad (2.24)$$

Vollquerschnitte:

$$\left( \frac{T_{Ed}}{T_{Rd,max}} \right)^2 + \left( \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,max}} \right)^2 \leq 1,0 \quad (2.25)$$

### 2.3.4 Torsion mit wechselndem Vorzeichen

Bei Torsionsbeanspruchung mit wechselndem Vorzeichen (z. B. aus Wind) ist zu beachten, dass sich je nach Grad der Vorschädigung (Rissbildung) in eine Richtung bei der Lastumkehr eine teilweise erhebliche Reduktion (bis maximal etwa 40%) der Traglast einstellen kann, siehe z. B. Volz/Fischer (2016). Die-

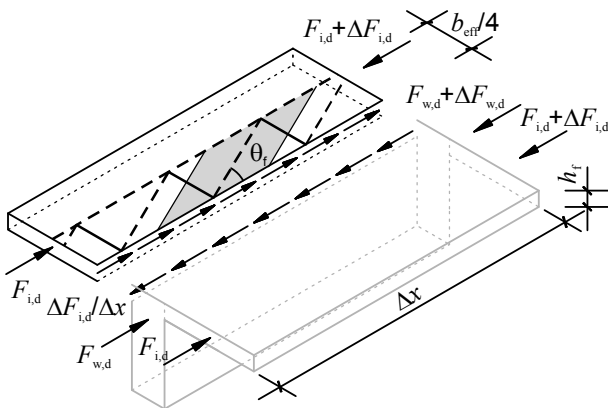
ser Effekt reduziert sich zwar bei geringerem Vorbelastungsniveau, da jedoch in der Praxis torsionsbeanspruchte Träger vielfach bereits unter Gebrauchslast den gerissenen Zustand II erreichen, sollte die Torsionsbemessung vor allem bei höherer Wechselbeanspruchung vorsichtig erfolgen.

## 2.4 Anschluss von Zug- oder Druckgurt

Die aus der Lastausbreitung in den Zug- oder Druckgurt folgende Beanspruchung kann mit Hilfe eines Fachwerkmodells (Bild 2.13) untersucht werden. Die Kräfte in den Zugstreben sind durch eine entsprechende Bewehrung aufzunehmen.

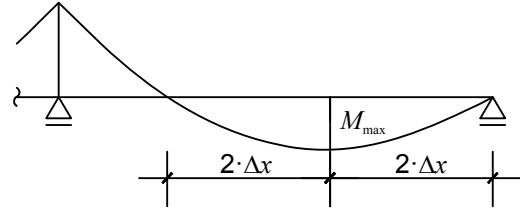
Die minimale Neigung der Druckstrebe  $\theta_f$  kann mit Tabelle 2.6 bzw. mit Bild 2.9 bestimmt werden, falls der Eingangswert  $v_{Ed}$  (Gleichung (2.26)) entsprechend angepasst wird. Hierbei ist der Einfluss der Druckspannung auf die Neigung der Druckstrebe zu berücksichtigen. Hierfür kann auf Basis von Gleichung (2.15) eine über die Länge  $\Delta x$ , wie auch über die Flanschhöhe gemittelte Druckspannung verwendet werden.

$$v_{Ed} = \frac{\Delta F_d}{h_f \cdot \Delta x} \quad (2.26)$$



**Bild 2.13:** Fachwerkmodell für den Nachweis der Lastausbreitung in den Flansch

Die Länge  $\Delta x$  darf maximal als der halbe Abstand zwischen Momentennullpunkt und Momentenmaximum angenommen werden (Bild 2.14).



**Bild 2.14:** Maximale Länge von  $\Delta x$

Die erforderliche Bewehrungsmenge ergibt sich nach Gleichung (2.27).

$$\frac{A_{sf}}{s_f} = \frac{\Delta F_d}{\Delta x \cdot f_{yd} \cdot \cot \theta_f} \quad (2.27)$$

Für den Nachweis der Druckstrebe gilt Gleichung (2.28).

$$V_{Rd,max} = \frac{v_1 \cdot f_{cd} \cdot h_f \cdot \Delta x}{\cot \theta_f + \tan \theta_f} \leq \Delta F_d \quad (2.28)$$

Der Nachweis der Druckstrebe sollte für die Tragrichtung in Scheibenebene und orthogonal dazu linear überlagert werden (siehe auch DAfStb-Heft 600).

## 2.5 Querkrafttragfähigkeit von Fugen

### 2.5.1 Allgemeines

Verbundfugen bezeichnen im Allgemeinen auf Schub, Zug oder Druck beanspruchte Grenzflächen zwischen Betonen unterschiedlichen Alters. Diese können sich durch die Anordnung von Betonierabschnitten, die Verbindung zweier Fertigteile oder die Ortbetonergänzung von Fertigteilen ergeben. Da eine Verbundfuge das monolithische Gefüge eines Betonbauteils stört, ist ein gesonderter Nachweis der Tragfähigkeit in der Verbundfuge erforderlich.

### 2.5.2 Oberflächenbeschaffenheit

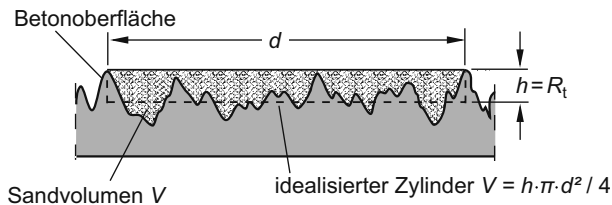
Entscheidend für die mechanischen Eigenschaften einer Verbundfuge ist die Oberflächenbeschaffenheit des Altbetons. Hierbei kann zwischen einer globalen und einer lokalen Rauigkeit unterschieden werden. Während die globale Rauigkeit die Welligkeit der Oberfläche mit Wellenlängen  $> 10$  cm beschreibt, charakterisiert die lokale Rauigkeit die Beschaffenheit einer Verbundfuge im Bereich von  $\mu\text{m}$  bis  $\text{mm}$ .

Da unbearbeitete Betonflächen in der Regel nur geringe Rauigkeiten aufweisen, kann die Verbundfläche im Vorfeld durch mechanische Verfahren wie dem Einsatz von Strahlmitteln, mechanischen Rechen oder Hoch- bzw. Höchstdruck-Wasserstrahlen aufgeraut

werden. Zur Bewertung der Rauigkeit einer Verbundfuge kann im Anschluss der Vergleichswert der Rautiefe  $R_t$  bestimmt werden. Als Standardverfahren hat sich in der Praxis das Sandflächenverfahren nach Kaufmann (1971) etabliert. Hierbei wird zur Bestimmung der Rauigkeit ein definiertes Volumen trockener Quarzsand (25–50 cm<sup>3</sup>) auf der zu untersuchenden Oberfläche verteilt. Die Verteilung des Sandes erfolgt mit einer runden Hartholzscheibe in gleichmäßigen, kreisförmigen Bewegungen.

Sind alle Vertiefungen gleichmäßig befüllt (Bild 2.15), kann aus dem Durchmesser  $d$  des Sandkreises die Höhe  $h$  eines fiktiven Zylinders berechnet werden, die der mittleren Rautiefe  $R_t$  entspricht (Gleichung (2.29)).

$$R_t = h = \frac{4 \cdot V}{\pi \cdot d^2} \quad (2.29)$$



**Bild 2.15:** Definition der mittleren Rautiefe  $R_t$  im Sandflächenverfahren nach Kaufmann (Zilch (2010))

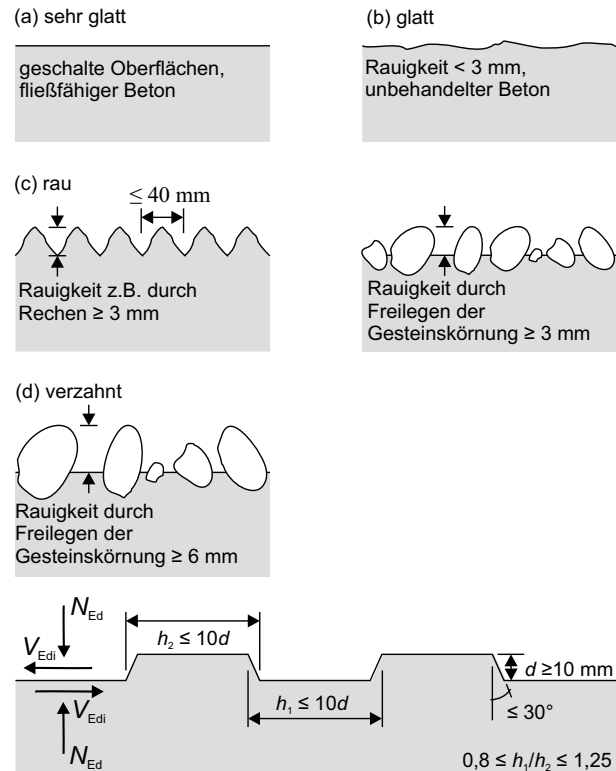
Alternativ zur Verwendung von Quarzsand als Füllmaterial können je nach Erfordernis alternative Materialien verwendet werden. Hinweise hierzu finden sich in den in Tabelle 2.7 angegebenen Regelwerken.

**Tabelle 2.7:** Bestimmung der mittleren Rautiefe nach verschiedenen Vorschriften

Regelwerk	Korngemenge	Korngröße	Menge
ZTV-ING	Quarzsand	0,1 - 0,5 mm	25 – 50 cm <sup>3</sup>
DAfStb Rili SIB	Quarzsand	0,1 - 0,3 mm	25 – 50 cm <sup>3</sup>
Kaufmann	Normensand I fein (DIN 1164)	0,063 - 0,2 mm	14 g (entspricht ca. 10 cm <sup>3</sup> )
DIN EN 1766	Quarzsand	0,05 - 0,1 mm	5 – 25 cm <sup>3</sup>
DIN EN 13036-1	Glassand (Rundheit ≥ 90 %)	0,177 - 0,25 mm	≥ 25 cm <sup>3</sup>

Das Sandflächenverfahren ist allerdings in der Anwendung auf horizontale Flächen beschränkt. Auch hängt die Genauigkeit des Sandflächenverfahrens wesentlich von der Erfahrung und dem Geschick des Anwenders ab, sodass mitunter keine zuverlässig reproduzierbaren Ergebnisse erzielt werden können. Neuere Verfahren, die auf optischen Methoden basieren

wie das Laser-Triangulationsverfahren (Schäfer (1996)) und Reinecke (2004)) und die Stereoskopie, haben in der Baubranche noch keine Praxisreife erlangt und existieren in der Regel nur im Labormaßstab (siehe auch Lenz (2011) und Vogler (2017)).



**Bild 2.16:** Klassifizierung der Fugenausbildung: (a) sehr glatt, (b) glatt, (c) rau und (d) verzahnt

Altbetonoberflächen werden in Abhängigkeit der Rautiefe nach DIN EN 1992-1-1/NA in vier Kategorien unterteilt (Bild 2.16):

- a) sehr glatt:** Oberflächen, die gegen Stahl, Kunststoff oder speziell geglättete Holzschalungen betoniert wurden und unbehandelte Fugenoberflächen von Betonen mit fließfähiger bzw. sehr fließfähiger Konsistenz ( $\geq F5$  im Altbeton).
- b) glatt:** Oberflächen, die abgezogen oder im Gleit- bzw. Extruderverfahren hergestellt oder nach dem Verdichten nicht weiter behandelt wurden. Die Rauigkeit beträgt  $< 3$  mm (mittlere Rautiefe mit dem Sandflächenverfahren von  $R_t < 1,5$  mm).
- c) rau:** Oberflächen mit einer Rauigkeit von mindestens 3 mm, erzeugt durch einen Rechen mit ungefähr 40 mm Zinkenabstand oder andere Methoden. Bei freigelegter Gesteinskörnung muss die Gesteinskörnung mindestens 3 mm tief freigelegt werden (mittlere Rautiefe mit dem Sandflächenverfahren von  $R_t \geq 1,5$  mm).

- d) **verzahnt:** Bei freigelegter Gesteinskörnung muss die Gesteinskörnung mindestens 6 mm tief freigelegt werden und das Größtkorn muss mindestens  $d_g \geq 16$  mm betragen (mittlere Rautiefe mit dem Sandflächenverfahren von  $R_t \geq 3,0$  mm). Wird die Verzahnung durch eine Schalung hergestellt, sollte die Zahnlänge die Bedingung  $0,5 \leq h_1/h_2 \leq 2,0$  erfüllen.

Zur Anwendung der nachfolgend vorgestellten Nachweisformate ist eine sorgfältige Vorbehandlung der Fugenoberfläche notwendig. Insbesondere muss neben der Oberflächenrauigkeit auf eine ausreichende Sauberkeit und Feuchtigkeit der Fuge sowie eine ausreichende Verdichtung des Ortbetons geachtet werden. Für nähere Informationen wird auf die Regelungen in DIN EN 13670 und DIN 1045-3 verwiesen.

### 2.5.3 Nachweis der Verbundfuge

Zusätzlich zu den anderen Querschnittsnachweisen ist die Tragfähigkeit der Verbundfuge nach DIN EN 1992-1-1/NA nach Gleichung (2.30) nachzuweisen:

$$v_{Edi} \leq v_{Rdi} \quad (2.30)$$

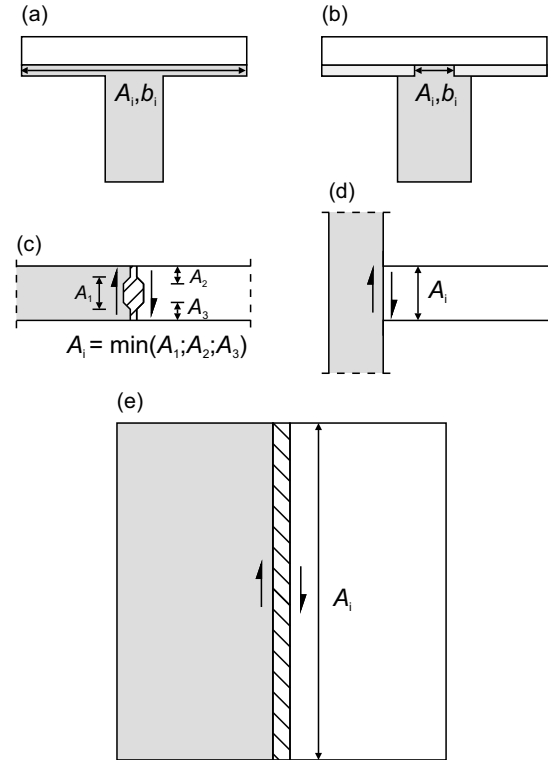
Hierbei ist  $v_{Edi}$  der Bemessungswert der einwirkenden Schubspannungen, die über die Verbundfuge übertragen werden, und  $v_{Rdi}$  der Bemessungswert der Schubtragfähigkeit der Verbundfuge. Im Allgemeinen ergibt sich der Bemessungswert der Schubkraft  $v_{Edi}$  in der Fuge aus Gleichung (2.31). Übliche in der Baupraxis auftretende Verbundfugen sind in Bild 2.17 dargestellt.

$$v_{Edi} = \frac{V_{Ed}}{A_i} \quad (2.31)$$

Es bedeuten:

$V_{Ed}$  Querkraft parallel zur Verbundfuge  
 $A_i$  Fläche der Verbundfuge nach Bild 2.17

Bei Schubnocken (Bild 2.17 (c)) ist der maßgebende Bemessungsfall als Minimum der möglichen Versagensmodi zu ermitteln (Versagen der Schubnocke mit der größten Schubbeanspruchung bzw. kleinsten Schubfestigkeit bei unterschiedlichen Betonfestigkeiten). Darüber hinaus gilt es zu beachten, dass neben Schubspannungen längs der Fuge auch Normalspannungen aus Biegung und Torsion senkrecht und längs zur Fuge auftreten können (z. B. Bild 2.17 (d)). Werden diese zusätzlichen Spannungszustände nicht berücksichtigt, kann aufgrund des Nachweisformats der Verlust der Tragfähigkeit drohen, vgl. Lenz (2016).



**Bild 2.17:** Beispiele von Verbundfugen: (a) Fertigteilträger mit Ortbetonergänzung, (b) Fertigteilträger und -platten mit Ortbetonergänzung, (c) Platte/Scheibe mit verzahnter Schubfuge, (d) Anschluss Wand-Decke und (e) Schub in Scheiben-/Plattenlängsrichtung

Ist für den Nachweis der Biegetragfähigkeit eines Querschnitts eine Schubkraftübertragung der Verbundfuge notwendig, steht die Druckkraftänderung mit der einwirkenden Schubspannung im Gleichgewicht und darf nach Gleichung (2.32) ermittelt werden.

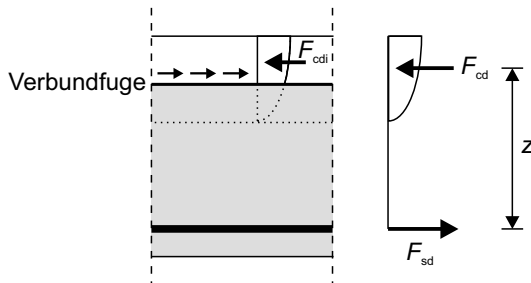
$$v_{Edi} = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{z \cdot b_i} \quad (2.32)$$

Hierin bedeuten:

$\beta$  Verhältnis aus Normalkraft in der Betonergänzung und der Gesamtnormalkraft im betrachteten Querschnitt. Hierbei gilt für eine Verbundfuge in der Zugzone in der Regel  $\beta = 1,0$  und in der Druckzone  $\beta = F_{cdi}/F_{cd}$  (Bild 2.18). Liegt die Biegezugbewehrung teilweise oder vollständig zwischen der Verbundfuge und der Druckzone, kann  $\beta$  reduziert werden (Furche (2016)).  
 $V_{Ed}$  Bemessungswert der einwirkenden Querkraft



- $z$  innerer Hebelarm des zusammengesetzten Querschnitts mit  $z = 0,9 \cdot d$ . Wirkt die Verbundbewehrung auch als Querkraftbewehrung gilt  $z = 0,9 \cdot d \leq \min\{d - c_{v,i} - 30 \text{ mm}; d - 2 \cdot c_{v,1}\}$
- $b_i$  Breite der Fuge (Bild 2.17)



**Bild 2.18:** Ermittlung des Abminderungsbeiwertes  $\beta$  beim Verbundfugennachweis

Werden bei vorgespannten Bauteilen Spannungen infolge von Vorspannung, Kriechen und Schwinden über die Verbundfuge übertragen, sind diese in den einwirkenden Schubspannungen  $v_{Ed}$  zu berücksichtigen. Werden die zusätzlichen Beanspruchungen der Fuge infolge zeitabhängiger Spannungsumlagerungen nicht direkt berechnet, kann im Einklang mit den bestehenden Zulassungen für vorgespannte Elementdecken auf der sicheren Seite eine zusätzliche Verbundbewehrung von  $2,0 \text{ cm}^2/\text{m}$  im Auflagerbereich auf einer Tiefe von  $50 \text{ cm}$  angeordnet werden. Diese Bewehrung sollte stets zur statisch erforderlichen Bewehrung hinzuaddiert werden. Wenn rechnerisch keine Verbundbewehrung erforderlich ist, so ist die oben genannte Bewehrung als Mindestbewehrung anzuordnen (Hegger (2005)).

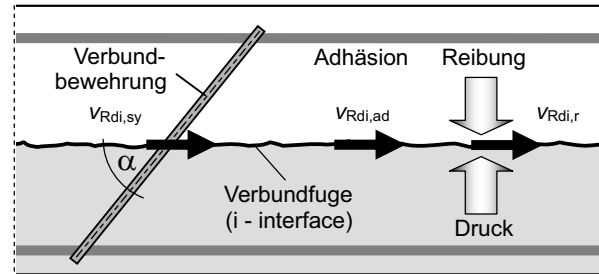
#### 2.5.4 Schubtragfähigkeit in der Verbundfuge

Das Modell in DIN EN 1992-1-1/NA beschreibt die aufnehmbaren Schubspannungen basierend auf der Schubreibungstheorie als Summe der drei Traganteile aus Adhäsion  $v_{Rdi,ad}$ , Reibung  $v_{Rdi,r}$  und aus der die Verbundfuge kreuzenden Bewehrung  $v_{Rdi,sy}$  (Gleichung (2.33) und Bild 2.19). Zusätzlich ist der Schubwiderstand der Fuge auf eine maximale Tragfähigkeit der Verbundfuge  $v_{Rdi,max}$  begrenzt.

$$v_{Rdi} = v_{Rdi,ad} + v_{Rdi,r} + v_{Rdi,sy} \leq v_{Rdi,max} \quad (2.33)$$

Der Traganteil der Adhäsion wird auch als Haftverbund zwischen Alt- und Neubeton durch chemische, physikalische und mechanische Wechselwirkungen beschrieben. Durch den Traganteil der Reibung kann eine senkrecht auf die Verbundfuge wirkende

Druckspannung die aufnehmbare Schubkraft deutlich erhöhen. Der Traganteil der Bewehrung setzt sich aus einer Kraftkomponente der Bewehrung senkrecht und parallel zur Fuge zusammen.



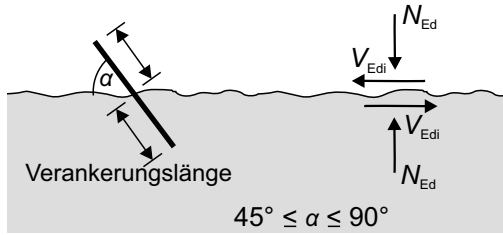
**Bild 2.19:** Traganteile beim Verbundfugennachweis Fingerloos (2016)

Der Bemessungswert der Schubtragfähigkeit in der Verbundfuge kann nach Gleichung (2.34) ermittelt werden.

$$v_{Rdi} = c \cdot f_{ctd} + \mu \cdot \sigma_n + \rho \cdot f_{yd} \cdot (1,2\mu \cdot \sin \alpha + \cos \alpha) \leq 0,5 \cdot v \cdot f_{cd} \quad (2.34)$$

Es bedeuten:

- $c, \mu, v$  Beiwerte in Abhängigkeit der Verbundfugenrauigkeit (Tabelle 2.8)
- $f_{ctd}$  kleinerer Bemessungswert der Zugfestigkeit von Alt- und Neubeton
- $\sigma_n$  Spannung infolge der minimalen Normalkraft rechtwinklig zur Fuge, die gleichzeitig mit der Querkraft wirken kann (positiv für Druck mit  $\sigma_n < 0,6 \cdot f_{cd}$  und negativ für Zug). Ist  $\sigma_n$  eine Zugspannung muss in der Regel  $c \cdot f_{ctd}$  mit 0 angesetzt werden
- $\rho$  Bewehrungsgrad der die Verbundfuge kreuzenden Bewehrung mit  $\rho = A_s/A_i$
- $A_s$  Querschnittsfläche der die Fuge kreuzenden Verbundbewehrung mit ausreichender Verankerung auf beiden Seiten der Fuge einschließlich vorhandener Querkraftbewehrung
- $A_i$  Fläche der Verbundfuge, über die Schub übertragen wird
- $\alpha$  Neigungswinkel der Verbundbewehrung nach Bild 2.20 mit  $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$
- $f_{yd}$  Bemessungswert der Streckgrenze der Verbundbewehrung
- $f_{cd}$  kleinerer Bemessungswert der Zylinderdruckfestigkeit von Alt- und Neubeton



**Bild 2.20:** Verankerungslänge und Neigungswinkel der Verbundbewehrung

Die zur Nachweisführung ansetzbaren mechanischen Eigenschaften der Verbundfuge hängen von der Einordnung der Verbundfuge in eine der zuvor genannten Oberflächenkategorien ab und sind in Tabelle 2.8 zusammengefasst.

**Tabelle 2.8:** Beiwerte  $c$ ,  $\mu$  und  $\nu$  in Abhängigkeit der Verbundfugenrauigkeit

Fuge	$c$ (Adhäsion)	$\mu$ (Reibung)	$\nu$ (Obergrenze)
sehr glatt	0	0,5	0
glatt	0,20	0,6	0,20
rau	0,40	0,7	0,50
verzahnt	0,50	0,9	0,70

Für die Beiwerte in Tabelle 2.8 gelten außerdem die zusätzlichen Regelungen:

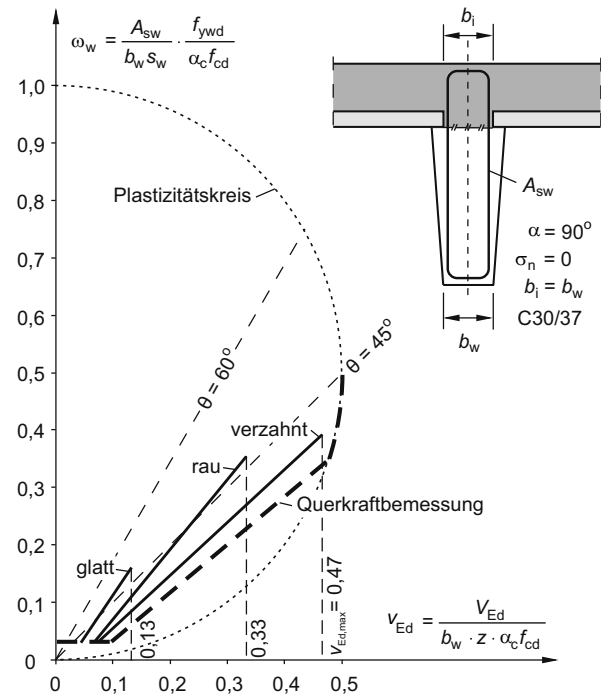
- Wirkt eine Zugspannung rechtwinklig zur Fuge, gilt bei glatten und rauen Fugen  $c = 0$ .
- Für sehr glatte Fugen ohne Druckspannungen senkrecht zur Fuge darf der Reibungsanteil in Gleichung (2.34) bis  $\mu \cdot \sigma_n \leq 0,1 \cdot f_{cd}$  ausgenutzt werden.
- Bei sehr glatten Fugen darf die maximale Tragfähigkeit der Fuge  $0,5 \cdot \nu \cdot f_{cd} \leq 0,1 \cdot f_{cd}$  nicht überschreiten.
- Der Beiwert  $\nu$  wird für Betonfestigkeitsklassen  $\geq C55/67$  mit dem Faktor  $\nu_2 = (1,1 - f_{ck}/500)$  reduziert.
- Sind vergossene Verbundfugen zwischen Decken und Wandelementen oder Fugen zwischen nebeneinanderliegenden Fertigteilen vorwiegend gerissenen, ist in der Regel für glatte und raue Fugen  $c = 0$  und für verzahnte Fugen  $c = 0,5$  anzusetzen.

### 2.5.5 Interaktion von Querkraftnachweis und Verbundfugennachweis mit Fugenbewehrung

In der Baupraxis werden für Bauteile mit senkrechter Querkraftbewehrung die Anforderungen der

Verbundbewehrung in der Regel von der Querkraftbewehrung erfüllt. Für den Nachweis der Verbundfuge darf daher die Querkraftbewehrung auf die Tragfähigkeit der Verbundfuge angerechnet werden. Auch für die konstruktive Durchbildung wird meist nicht zwischen Fugen- und Querkraftbewehrung unterschieden.

Wann durch die Bemessung der Verbundbewehrung auch der Nachweis der Querkraftbewehrung erfüllt ist, kann anhand des Plastizitätskreises mit dimensionslosen Beiwerten veranschaulicht werden. Mit der bezogenen Querkraft  $v_{Ed}$  und dem mechanischen Bewehrungsgrad  $\omega_w$  für vertikale Querkraftbewehrung ( $\alpha = 90^\circ$ ) kann mit den für die Bemessung üblichen Randbedingungen  $\sigma_n = 0$ ,  $\beta = 0$ ,  $b_w = b_i$  die erforderliche Querkraft- und Verbundbewehrung für glatte, raue und verzahnte Fugen nach DIN EN 1992-1-1/NA dargestellt werden. In Bild 2.21 ist dieser Zusammenhang exemplarisch für einen Beton C30/37 abgebildet. Durch die Obergrenzen der Fugennachweise kann auch für verzahnte Fugen nicht die rechnerische Tragfähigkeit eines monolithischen Querschnittes erreicht werden. Außerdem verdeutlicht die Darstellung des Plastizitätskreises in Bild 2.21, dass unter den gegebenen Randbedingungen für Balken der Nachweis der Verbundfuge maßgebend wird (Zilch (2010)). Für Platten oder geneigte Schubbewehrungen gilt dieses nicht uneingeschränkt (Furche (2016)).



**Bild 2.21:** Erforderliche Querkraft- und Verbundbewehrung für Balken mit senkrechter Schubbewehrung nach DIN EN 1992-1-1/NA in bezogener Darstellung (Zilch (2010))

### 2.5.6 Ermüdung von Verbundfugen

Bei nicht vorwiegend ruhender Belastung muss die Verbundfuge mindestens rau ausgeführt werden. Für die Ermittlung der rechnerischen Tragfähigkeit einer unbewehrten Verbundfuge  $v_{Rdi}$  (Gleichung (2.34)) kann abweichend von DIN EN 1992-1-1/NA der Adhäsionstraganteil des Betonverbundes halb berücksichtigt werden ( $0,5 \cdot c$ ; Werte nach Tabelle 2.8; *Wieneke (2017)*).

Sofern eine Verbundbewehrung für den Nachweis der Verbundfuge erforderlich ist, darf der Adhäsionstraganteil nicht berücksichtigt werden ( $c = 0$ ). Für die Verbundbewehrung ist die zulässige Schwingbreite  $\Delta\sigma_{Rsk}$  mit dem Teilsicherheitsbeiwert für Ermüdungsbeanspruchung  $\gamma_{s,fat}$  nach Gleichung (2.35) nachzuweisen. Dabei darf die Stahlspannung in Anlehnung an die Zulassung für Gitterträger um den Faktor 0,5 reduziert werden, um die flachere Druckstrebenneigung bei der Bemessung unter vorwiegend nicht ruhender Belastung zu berücksichtigen. Die aufnehmbare Amplitude der zyklischen Querkraft beträgt dann:

$$\Delta v_{Rdi,fat} = \rho \cdot \frac{\Delta\sigma_{Rsk}/0,5}{\gamma_{s,fat}} \cdot (1,2\mu \cdot \sin \alpha + \cos \alpha) \quad (2.35)$$

Die zulässigen Schwingbreiten und Lastwechselzahlen sind nach DIN EN 1992-1-1/NA, 6.8 zu ermitteln.

Beim Nachweis von Verbundfugen der Kategorie rau oder verzahnt von nachträglich mit Aufbeton verstärkten Bauteilen unter ermüdungswirksamer Beanspruchung (z. B. Brücken) dürfen auch genauere Nachweisverfahren verwendet werden, wenn diese ausreichend durch Versuche abgesichert sind. Dabei sind ggf. zusätzliche Anforderungen, z. B. an die Beschaffenheit der Verbundfuge und die Zusammensetzung des Aufbetons, zu berücksichtigen.

### 2.5.7 Besonderheiten beim Verbund mit Spritzbeton

Die Ermittlung der über die Verbundfuge übertragbaren Schubkraft bei Spritzbetonergänzungen im Hochbau erfolgt in Deutschland seit der Einführung der DIN 18551:2005-01 mit den Nachweisformaten der Bemessungsnorm für Stahlbeton. Auch nach bauaufsichtlicher Einführung von DIN 18551:2014-08, die als nationales Anwendungsdokument zu DIN EN 14487 und DIN EN 14488 zu verwenden ist, wird für die Verbundfugenbemessung direkt auf DIN EN 1992-1-1 verwiesen.

Die bisherigen Annahmen einer höheren Verbundfestigkeit bei Spritzbetonergänzungen im Vergleich zu Aufbetonergänzungen, die zur direkten Anwendung der Stahlbetonnorm führten, konnten in jüngsten Untersuchungen *Fischer et al. (2014)* bestätigt werden. Anhand von experimentellen Versuchen zur Adhäsionsfestigkeit von Spritzbetonergänzungen konnte die Tragfähigkeitssteigerung durch die energiereiche pneumatische Förderung der Ausgangsmischung und die daraus resultierenden Aufprallgeschwindigkeiten des Spritzgemisches auf dem Untergrund, im Vergleich zu druckloser Aufbetonergänzung mit herkömmlichen Verdichtungsverfahren, festgestellt werden. Die statistische Auswertung der durchgeführten Versuche ergab, dass mit den Bemessungsansätzen für Verbundfugen nach DIN EN 1992-1-1/NA und unter sorgfältiger Einhaltung der nach DIN 18551 geforderten Oberflächenvorbehandlung ein ausreichendes Sicherheitsniveau für Normalbetonoberflächen der Rauheitskategorie rau und verzahnt erreicht wird. Des Weiteren wird von *Fischer et al. (2014)* empfohlen, dass der Einfluss des Eigengewichts der Spritzbetonverstärkung auf die Spannungen in der Fuge bei Schichtdicken der Ergänzungsschicht kleiner als 90 mm vernachlässigt werden kann, und somit auch bei Verbundfugen der Oberflächenskategorie rau der Adhäsionsbeiwert nach Tabelle 2.8 mit  $c = 0,40$  voll angesetzt werden kann. Die Bemessung der Verbundfuge von Spritzbetonergänzungen kann somit analog zu Ortbetonergänzungen mit Gleichung (2.34) erfolgen. Dabei ist für den Bemessungswert der zentrischen Zugfestigkeit diejenige des geringer festen Verbundpartners anzunehmen, wenn das unterschiedliche Tragverhalten nicht berücksichtigt wird.

Durch die meist sehr geringen Schichtdicken bei Spritzbetonverstärkungen und der damit verbundenen schnelleren Austrocknung sowie dem höheren Mehlkorngelalt des Spritzbetons ist das Schwinden von Spritzbeton deutlich größer als bei herkömmlichem Beton. Zur Reduzierung dieser Formänderung ist auf die sorgfältige Oberflächenvorbehandlung (Säubern und Vornässen der Fuge) bzw. Nachbehandlung nach DIN EN 13670 in Verbindung mit DIN 1045-3 besonders zu achten. Ist die absolute Größe der Formänderung von Bedeutung, wird in DIN 18551 eine genaue Ermittlung empfohlen.

Wenn der Nachweis der Schubkraftübertragung nach DIN EN 1992-1-1 ohne Anrechnung von Verbundbewehrung geführt werden kann, muss bei Platten die zusätzliche Zugbewehrung im Altbeton mit mindestens 4 Stahldübeln M8 je  $m^2$  verankert werden. Für Balken ist in den Endbereichen eine konstruktive Verbundbewehrung vorzusehen.

Während bei der Ergänzung von Fertigteilen mit Ort-beton bei rau oder verzahnt ausgeführten Verbundfugen die zugelegte Längsbewehrung unter Ansatz mäßiger Verbundbedingungen direkt auf die Fugenoberfläche aufgelegt werden darf, ist bei Spritzbeton ein Mindestabstand von 20 mm zum Betonuntergrund einzuhalten. Sämtliche Bewehrungsstäbe sind so einzubauen, dass beim Spritzvorgang Spritzschatten vermieden und die Verdichtung des Spritzbetons sichergestellt ist. So muss der lichte Stababstand bei gleichlaufenden Bewehrungsstäben mindestens 50 mm betragen. Die Bewehrung ist durch geeignete Befestigung gegen Verschieben und Vibrieren beim Spritzvorgang zu sichern. Wird die spritzraue Spritzbetonoberfläche mit einem nachträglichen Auftrag von Spritzmörtel versehen und anschließend geglättet, gelten für die Betondeckung die allgemeinen Regelungen nach DIN EN 1992-1-1/NA. Da sich eine direkte Bearbeitung der frischen Spritzbetonoberfläche nachteilig auf den Verbund auswirkt, wird die Oberfläche in der Regel spritzrau belassen. Die Mindest- und Nennmaße der Betondeckung sind dann um 5 mm zu erhöhen.

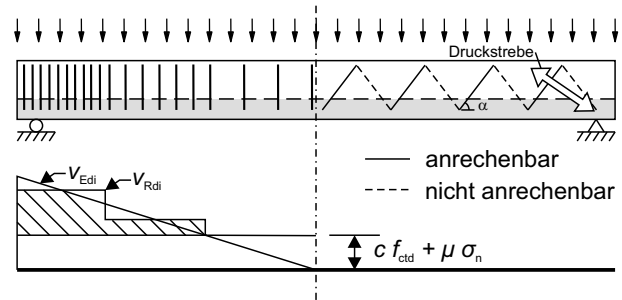
### 2.5.8 Konstruktionsregeln

Die erforderliche Verbundbewehrung darf entlang der Längsachse des Bauteils nach Bild 2.22, links, gestaffelt werden. Bewehrungsstäbe, die in Richtung der fallenden Druckstrebe geneigt sind, sollten im rechnerischen Ansatz der Verbundbewehrung nicht berücksichtigt werden ( $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ , Bild 2.22, rechts). Die erforderliche Querkraftbewehrung muss über den gesamten Querschnitt geführt und in der Zug- und Druckzone des Querschnittes ausreichend verankert werden. Für reine Verbundbewehrung ist dahingegen eine Verankerung auf beiden Seiten der Fuge ausreichend.

Für Platten mit Verbundfugen und Verbundbewehrung, aber ohne rechnerisch erforderliche Querkraftbewehrung, gelten die Konstruktionsregeln analog zu den allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen von Gitterträgern. Die maximalen Abstände in Spannrichtung sind  $2,5h \leq 300$  mm sowie quer zur Spannrichtung  $5h \leq 750$  mm und  $\leq 375$  mm zum Plattenrand.

Für Bauteile mit Verbundfugen und rechnerisch erforderlicher Querkraftbewehrung gelten die Konstruktionsregeln nach DIN EN 1992-1-1/NA für Querkraftbewehrung. Zusätzlich ist der maximale Abstand quer zur Spannrichtung für Plattendicken bis 400 mm auf 400 mm begrenzt. Für dickere Platten wird der maximale Abstand quer zur Spannrichtung durch die Bemessung der Plattendicke festgelegt. Für vorgefertigte

Rückbiegeanschlüsse ist das DBV-Merkblatt „Rückbiegen von Betonstahl und Anforderungen an Verwahrkästen“ zu beachten.



**Bild 2.22:** Querkraftdeckungs-Diagramm für die erforderliche Verbundbewehrung

Aufgebogene Längsstäbe mit angeschweißter Verankerung dürfen in Platten mit  $h \leq 200$  mm mit einem Abstand in Längsrichtung von  $(\cot \theta + \cot \alpha) \cdot z \leq 200$  mm eingebaut werden.

Bei Fugen rechtwinklig zur Bauteilachse wirkt bei überwiegender Biegebeanspruchung die Fuge als Biegeriss. Die Fugen sind in diesem Fall rau oder verzahnt auszuführen. Für die Querkraftnachweise mit und ohne Querkraftbewehrung nach DIN EN 1992-1-1 sollen  $V_{Rd,c}$ ,  $V_{Rd,cc}$  und  $V_{Rd,max}$  mit  $c/0,5$  abgemindert werden. Bei Bauteilen mit Querkraftbewehrung ist die Abminderung beiderseits der Fugen bis  $l_e = 0,5 \cdot \cot \theta \cdot d$  vorzunehmen.

### 2.5.9 Anwendung bei Gitterträgern

Die Bemessung von Gitterträgern als Verbundbewehrung in Elementdecken und -wänden ist in den allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen der Gitterträger geregelt. Für die kleinste Neigung der Gitterträgerdiagonalen als Verbundbewehrung gilt danach  $\alpha = 35^\circ$ . Der Nachweis der Verbundfuge wird auf Grundlage von DIN EN 1992-1-1 und dem Nationalen Anhang für Deutschland geführt. Dabei sind neben der zulässigen Oberflächenbeschaffenheit der Verbundfuge besonders die Neigungen der Gitterträgerdiagonalen und die zulässigen Obergrenzen zu beachten. Eine ausführliche Beschreibung der Bemessung der Verbundfuge mit Gitterträgern als Verbundbewehrung findet sich in *Furche (2016)*. Neuere Untersuchungen zu Elementdecken mit Gitterträgern unter Ermüdungsbeanspruchung werden in *Wieneke (2017)* beschrieben.

## 2.6 Literatur

- DAfStb-Heft 600: Erläuterungen zu DIN EN 1992-1-1 und DIN EN 1992-1-1/NA (Eurocode 2). Berlin, Beuth Verlag, 2012.
- DAfStb-Heft 631: Hilfsmittel zur Schnittgrößenermittlung und zu besonderen Detailnachweisen bei Stahlbetontragwerken. Berlin, Beuth Verlag, 2018.
- DAfStb-Richtlinie: Schutz und Instandsetzung von Betonbauteilen (Instandsetzungs-Richtlinie). Berlin, Beuth Verlag, 2001.
- DBV-Merkblatt:2011-01: Rückbiegen von Betonstahl und Anforderungen an Verwahrkästen nach Eurocode 2. Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein E.V.
- DIN 1045-3:2012-03: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton – Teil 3: Bauausführung – Anwendungsregeln zu DIN EN 13670. Berlin, Beuth Verlag.
- DIN 18551:2014-08: Spritzbeton – Nationale Anwendungsregeln zur Reihe DIN EN 14487 und Regeln für die Bemessung von Spritzbetonkonstruktionen. Berlin, Beuth Verlag.
- DIN EN 1766:2017-05: Produkte und Systeme für den Schutz und die Instandsetzung von Betontragwerken – Prüfverfahren – Referenzbetone für Prüfungen. Berlin, Beuth Verlag.
- DIN EN 1992-1-1:2011-01: Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau. Berlin, Beuth Verlag.  
Mit: DIN EN 1992-1-1/A1:2015-03.
- DIN EN 1992-1-1/NA:2013-04: Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau. Berlin, Beuth Verlag.  
Mit: DIN EN 1992-1-1/NA/A1:2015-12.
- DIN EN 13036-1:2010-10: Oberflächeneigenschaften von Straßen und Flugplätzen – Prüfverfahren – Teil 1: Messung der Makrotexturtiefe der Fahrbahnoberfläche mit Hilfe eines volumetrischen Verfahrens. Berlin, Beuth Verlag.
- DIN EN 13670:2011-03: Ausführung von Tragwerken aus Beton. Berlin, Beuth Verlag.
- DIN EN 14487: Spritzbeton.  
Teil 1:2006-03: Begriffe, Festlegungen und Konformität.  
Teil 2:2007-01: Ausführung. Berlin, Beuth Verlag.
- DIN EN 14488: Prüfung von Spritzbeton.  
Teil 1:2005-11: Probenahme von Frisch- und Festbeton.  
Teil 2:2006-09: Druckfestigkeit von jungem Spritzbeton.  
Teil 3:2006-09: Biegefestigkeiten (Erstriss-, Biegezug- und Restfestigkeit) von faserverstärkten balkenförmigen Betonprüfkörpern.  
Teil 4:2008-08: Haftfestigkeit an Bohrkernen bei zentrischem Zug.  
Teil 5:2006-08: Bestimmung der Energieabsorption bei faserverstärkten plattenförmigen Prüfkörpern.  
Teil 6:2006-09: Schichtdicke von Beton auf einem Untergrund.  
Teil 7:2006-08: Fasergehalt von faserverstärktem Beton. Berlin, Beuth Verlag.
- Fingerloos, F.; Hegger, J.; Zilch, K.: Eurocode 2 für Deutschland – DIN EN 1992-1-1 Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau mit Nationalem Anhang – Kommentierte Fassung. 2. überarbeitete Auflage. Beuth Verlag und Verlag Ernst & Sohn, 2016.
- Fischer, O.; Niedermeier, R.; Schmidt, S.: Untersuchung der Tragfähigkeit der Verbundfuge von Spritzbetonergänzungen im Hinblick auf das nationale Anwendungsdokument zu DIN EN 14487 und DIN EN 14488, Schlussbericht des Forschungsvorhabens Az. P 52-5-7.307-1427/13 im Auftrag des Deutschen Instituts für Bautechnik, Berlin, Lehrstuhl für Massivbau, Technische Universität München, T3320, Fraunhofer IRB, 2015.
- Furche, J.; Baumeister, U.: Elementbauweise mit Gitterträgern nach Eurocode 2. Sonderdruck Betonkalender 2016, Verlag Ernst & Sohn, 2016.
- Hegger, J.; Kerkeni, N.; Doser, H. P.: Gutachten zur Querkraftbemessung von Verbundfugen unter Berücksichtigung von Umlagerungsschnittgrößen, H+P Beratende Ingenieure GbR, 2005.
- Kaufmann, N.: Das Sandflächenverfahren, Straßenbautechnik 24, Nr. 3, S. 131-135, 1971.
- Lenz, P.: Beton-Beton-Verbund – Potentiale für Schubfugen, Technische Universität München, Dissertation, 2011.

- Lenz, P.; Zilch, K.: Digitale Bestimmung der Rauheit – Potenziale für Schubfugen, Bauingenieur, Band 91, S. 248-258, Juni 2016.
- Reineck, K. H.: Hintergründe zur Querkraftbemessung in DIN 1045-1 für Bauteile aus Konstruktionsbeton mit Querkraftbewehrung, Bauingenieur, Band 76, S. 168-179, April 2001.
- Richtlinie zur Nachrechnung von Straßenbrücken im Bestand (Nachrechnungsrichtlinie), Herausgeber: Bundesministerium für Verkehr und digitale Infrastruktur, 2011.
- Reinecke, R.: Haftverbund und Rissverzahnung in unbewehrten Betonschubfugen, Technische Universität München, Dissertation, 2004.
- Schäfer, H. G.; Block, K.; Drell, R.: Oberflächenrauheit und Haftverbund. DAFStb-Heft 456, Berlin, Beuth Verlag 1996.
- Vogler, N.; Gluth, G.; Oppar, K.; Kühne, H.-C.: Charakterisierung von Bauteiloberflächen – Rautiefenbestimmung mittels konventioneller und laserbasierter Verfahren, Bauingenieur, Band 92, S. 97-104, März 2017.
- Volz, C.; Fischer, O.: Ein Beitrag zum Verformungsverhalten von Stahlbetonträgern unter Torsion. In: Beton- und Stahlbetonbau 111 (2016), Heft 7, Verlag Ernst & Sohn, S. 431-444.
- Wieneke, K.; Claßen, M.; Hegger, J.: Elementdecken mit Gitterträgern unter zyklischer Belastung, Beton und Stahlbetonbau, 112, Nr. 9, S. 579-588, 2017.
- Zilch, K.; Zehetmaier, G.: Bemessung im konstruktiven Betonbau – Nach DIN 1045-1 (Fassung 2008) und EN 1992-1-1 (Eurocode 2). 2. Auflage, Berlin/Heidelberg: Springer-Verlag, 2010.
- ZTV-ING: Bundesanstalt für Straßenwesen: Zusätzliche Technische Vertragsbedingungen und Richtlinien für Ingenieurbauten (ZTV-ING) – Teil 1:2017-02: Allgemeines.

### 3 Bauteile unter Normalkraft nach Theorie II. Ordnung

#### 3.1 Grundlagen

In den folgenden Ausführungen werden Hilfsmittel und Hinweise für die Berechnung von Bauteilen unter Normalkraft nach Theorie II. Ordnung gegeben. Sie sind als Ergänzung zu den entsprechenden Kapiteln der DIN EN 1992-1-1 zu sehen. Die verwendeten Begriffe orientieren sich an DIN EN 1992-1-1 und den zugehörigen ergänzenden Erläuterungen (z. B. DAfStb-Heft 600).

Bei der Bemessung von Bauteilen wird der Gleichgewichtszustand im Allgemeinen am unverformten System nachgewiesen (Theorie I. Ordnung). Wird das Tragverhalten von überwiegend auf Druck beanspruchten Bauteilen (z. B. Stützen, Wände, Pfähle, Bögen, Schalen) durch eine Auslenkung wesentlich beeinträchtigt, muss der Gleichgewichtszustand jedoch am verformten System nachgewiesen werden (Theorie II. Ordnung). Dementsprechend müssen auch die Schnittgrößen am verformten System ermittelt und die Verformungen unter Berücksichtigung von Imperfektionen, Rissbildung, nichtlinearen Materialeigenschaften sowie zeitabhängigen Einflüsse (z. B. Kriechen und Schwinden) berechnet werden. Auswirkungen auf das Gesamtsystem infolge Theorie II. Ordnung treten insbesondere bei Tragwerken mit einem nachgiebigen Aussteifungssystem auf. Nach DIN EN 1992-1-1, 5.8.2 (6) muss die Schnittgrößenermittlung unter Berücksichtigung der Theorie II. Ordnung erfolgen, wenn die Auswirkungen infolge Theorie II. Ordnung um mehr als 10 % von den entsprechenden Auswirkungen nach Theorie I. Ordnung abweichen. Aufgrund der oben genannten vielfältigen Einflussgrößen und des damit verbundenen hohen Rechenaufwands ist die Anwendung des nichtlinearen sowie allgemeinen Verfahrens, nach DIN EN 1992-1-1, 5.7 und 5.8.6, zur Berücksichtigung der Auswirkungen infolge Theorie II. Ordnung in der Praxisanwendung ohne ein entsprechendes Computerprogramm in der Regel nicht zu vertreten. Um den Rechenaufwand einzugrenzen bzw. zu vermeiden, dürfen vereinfachte Kriterien bzw. Berechnungsverfahren für Gesamttragwerke (Abschnitt 3.3) und für Einzeldruckglieder (Abschnitt 3.4.1) verwendet werden.

#### 3.2 Imperfektionen

Bauteile sind für Schnittgrößen zu bemessen, die sich aus der Berechnung am Gesamttragwerk ergeben. Dabei sind neben den Beanspruchungen aus den Einwirkungen auch die Auswirkungen der ungewollten Imperfektionen im Tragwerk einzubeziehen. Der Einfluss der Tragwerksimperfektionen darf nach DIN EN 1992-1-1, 5.2 (1) durch den Ansatz geometrischer Ersatzimperfektionen erfasst werden.

##### 3.2.1 Schiefstellungen

Imperfektionen dürfen nach DIN EN 1992-1-1, 5.2 (5) als Schiefstellung  $\theta_i$  wie folgt berücksichtigt werden:

$$\theta_i = \theta_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m \quad (3.1)$$

Es bedeuten:

$\theta_0$	Grundwert = 1/200
$\alpha_h$	Abminderungsbeiwert für die Höhe $0 \leq \alpha_h = 2/\sqrt{l} \leq 1,0$
$\alpha_m$	Abminderungsbeiwert für die Anzahl der Bauteile $= \sqrt{0,5 \cdot (1 + 1/m)}$
$l$	Länge oder Höhe [m] (Tabelle 3.1)
$m$	Anzahl der vertikalen Bauteile, die zur Gesamtauswirkung beitragen (Tabelle 3.1)

Für Auswirkungen auf Scheiben gilt abweichend:

- Decken:  $\theta_0 = 0,008/\sqrt{2m}$  mit  $\alpha_h = \alpha_m = 1$
- Dächer:  $\theta_0 = 0,008/\sqrt{m}$  mit  $\alpha_h = \alpha_m = 1$

**Tabelle 3.1:** Unterscheidung für die Berechnung der Abminderungsbeiwerte  $\alpha_h$  und  $\alpha_m$

	Einzelstützen	Aussteifungssystem	Decken- oder Dachscheiben
$l$	Länge der Stütze	Gebäudehöhe	Stockwerkshöhe
$m$	1	Anzahl der lastabtragenden vertikalen Bauteile	Anzahl der aussteifenden vertikalen Bauteile im betrachteten Geschoss

Als lastabtragend gelten vertikale Bauteile, die mindestens 70 % des Bemessungswerts der mittleren Normalkraft  $N_{Ed,m}$  aufnehmen:

$$N_{Ed,m} = F_{Ed}/n \quad (3.2)$$

Es bedeuten:

$F_{Ed}$	Bemessungswert der gesamten vertikalen Last im betrachteten Geschoss
$n$	Anzahl der vertikalen Bauteile im betrachteten Geschoss

### 3.2.2 Äquivalente Horizontalkräfte bei Einzeldruckgliedern

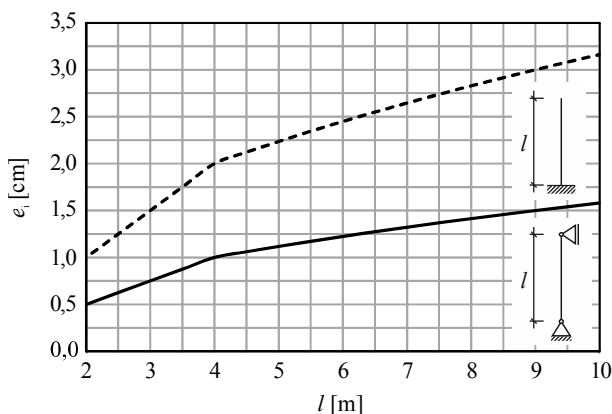
Nach DIN EN 1992-1-1, 5.2 (7) dürfen bei Einzeldruckgliedern die Auswirkungen der geometrischen und strukturellen Imperfektionen mit einer Lastausmitte  $e_i$  nach Gleichung (3.3) berücksichtigt werden.

$$e_i = \theta_i \cdot l_0/2 \quad (3.3)$$

Es bedeuten:

$l_0$	Knicklänge (nach Abschnitt 3.6)
$\theta_i$	Schiefstellung (vgl. Gleichung (3.1))

Bei Wänden und Einzelstützen in aussteiften Systemen darf vereinfacht  $e_i = l_0/400$  angenommen werden ( $\alpha_h = 1$ ). Für nicht ausgesteifte bzw. ausgesteifte Stützen kann  $e_i$  aus Bild 3.1 direkt abgelesen werden. Der Knick im Kurvenverlauf resultiert aus dem Abminderungsbeiwert für die Höhe  $\alpha_h$ .



**Bild 3.1:** Lastausmitte  $e_i$  infolge Imperfektionen bei Einzeldruckgliedern

Alternativ darf eine Lastausmitte  $e_i$  durch eine horizontale Ersatzkraft  $H_i$  an der Stelle ersetzt werden, die das maximale Moment erzeugt (Bild 3.2).

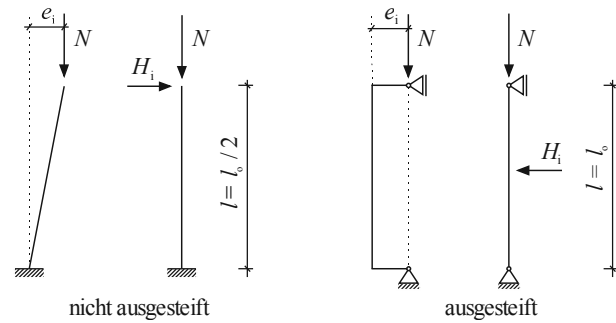
Für nicht ausgesteifte Stützen gilt:

$$H_i = \theta_i \cdot N \quad (3.4)$$

und für ausgesteifte Stützen:

$$H_i = 2 \cdot \theta_i \cdot N \quad (3.5)$$

Dabei ist  $N$  die einwirkende Normalkraft.

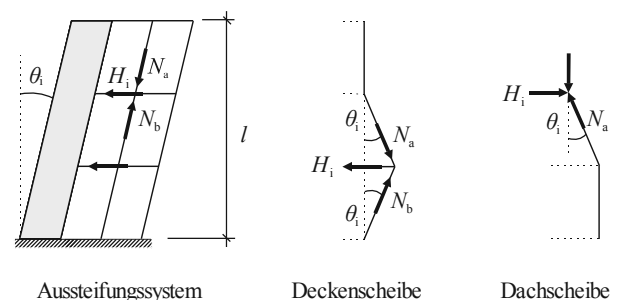


**Bild 3.2:** Lastausmitte bzw. horizontale Ersatzkraft infolge Imperfektionen

Nach DAfStb-Heft 600, 5.2 (6) muss bei Einzeldruckgliedern, die als aussteifende Bauteile in einem Tragwerk dienen, zudem überprüft werden, ob sich bei Ansatz der Schiefstellung  $\theta_i$  am Gesamttragwerk (aussteifende und auszusteifende Bauteile) eine größere Ausmitte  $e_i$  des aussteifenden Einzeldruckgliedes als nach Gleichung (3.3) ergibt. Dann ist der ungünstigere der beiden Werte anzusetzen.

### 3.2.3 Äquivalente Horizontalkräfte am Gesamttragwerk

Am Gesamttragwerk darf die Auswirkung der Schiefstellung  $\theta_i$  ebenfalls durch äquivalente Horizontalkräfte bei der Schnittgrößenermittlung berücksichtigt werden.



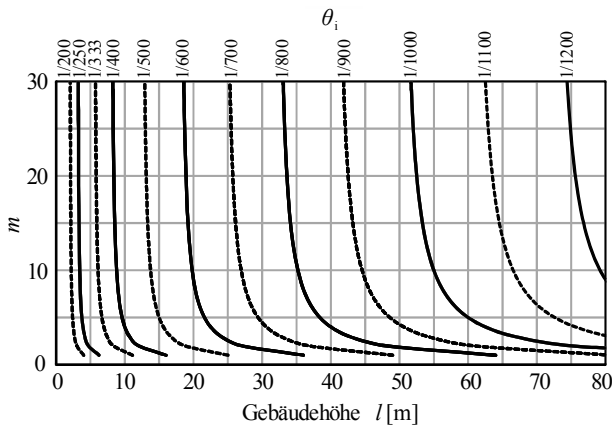
**Bild 3.3:** Äquivalente Horizontalkräfte für die Auswirkung infolge Imperfektionen



Als Auswirkung auf das Aussteifungssystem folgt gemäß Bild 3.3 dann:

$$H_i = \theta_i \cdot (N_b - N_a) \quad (3.6)$$

Die Schiefstellung  $\theta_i$  kann, alternativ zur Berechnung nach Gleichung (3.1), aus Bild 3.4 abgelesen werden.



**Bild 3.4:** Schiefstellung  $\theta_i$  für Auswirkung auf ein Aussteifungssystem

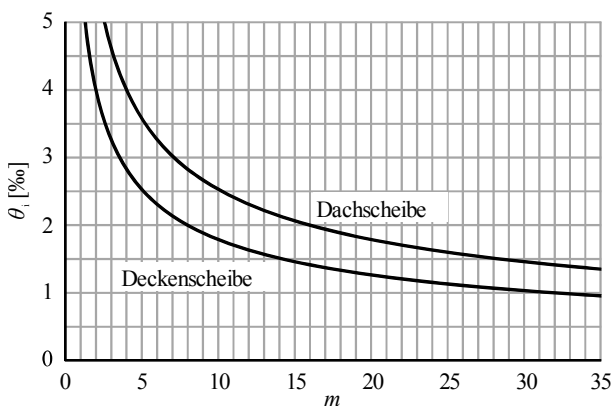
Die Auswirkung auf eine Deckenscheibe ergibt sich zu:

$$H_i = \theta_i \cdot (N_b + N_a) \quad (3.7)$$

und die Auswirkung auf eine Dachscheibe zu:

$$H_i = \theta_i \cdot N_a \quad (3.8)$$

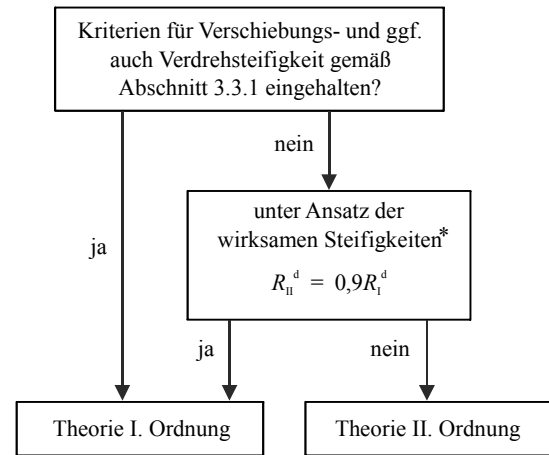
Dabei sind  $N_a$  und  $N_b$  die Normalkräfte, die am jeweiligen Betrachtungspunkt wirken (Bild 3.3), und  $\theta_i$  die Schiefstellung nach Abschnitt 3.2.1 im Bogenmaß. Alternativ kann  $\theta_i$  für die jeweiligen Bauteile aus Bild 3.5 abgelesen werden.



**Bild 3.5:** Schiefstellung  $\theta_i$  für Auswirkung auf Decken- und Dachscheiben

### 3.3 Abgrenzung der Nachweisführung nach Theorie II. Ordnung

Ein Flussdiagramm zur Abgrenzung des Berechnungsverfahrens am Gesamttragwerk ist in Bild 3.6 abgebildet.



$R_I^d$  Tragfähigkeit nach Th. I. Ord.  
 $R_{II}^d$  Tragfähigkeit nach Th. II. Ord.

\* Die empfohlenen Werte sind aus Tabelle 3.3 zu entnehmen

**Bild 3.6:** Abgrenzung des Berechnungsverfahrens am Gesamttragwerk

#### 3.3.1 Vereinfachter Nachweis am Gesamttragwerk

Alternativ zum nichtlinearen Verfahren nach DIN EN 1992-1-1, 5.7 dürfen bei Gesamttragwerken, die durch lotrechte Wandscheiben oder Kerne ausgesteift sind, Nachweise nach Theorie II. Ordnung vernachlässigt werden, falls das Kriterium der Verschiebungssteifigkeit nach Gleichung (3.9) und alle zugehörigen Anwendungskriterien nach DIN EN 1992-1-1, 5.8.3.3 (1) eingehalten sind:

$$\frac{F_{V,Ed} \cdot L^2}{\sum E_{cd} I_c} \leq 0,31 \cdot \frac{n_s}{n_s + 1,6} \quad (3.9)$$

Es bedeuten:

- $F_{V,Ed}$  gesamte vertikale Last mit  $\gamma_F = 1,0$  (auf ausgesteifte und aussteifende Bauteile)
- $L$  Gesamthöhe des Gebäudes oberhalb der Einspannung
- $E_{cd}$  Bemessungswert des Elastizitätsmoduls von Beton:  
 $= E_{cm}/1,2$

$I_c$	Flächenträgheitsmoment des ungerissenen Betonquerschnitts der aussteifenden Bauteile
$n_s$	Anzahl der Geschosse

$I_{\omega,i}$	Wölbfächenmoment 2. Grades des aussteifenden Bauteils $i$
$y_{Mmi}, z_{Mmi}$	Abstände zwischen $M$ und $m_i$
$M$	Schubmittelpunkt des Aussteifungssystems
$m_i$	Schubmittelpunkt des aussteifenden Bauteils $i$

Wenn die lotrechten aussteifenden Bauteile nicht annähernd symmetrisch angeordnet sind oder nicht vernachlässigbare Verdrehungen auftreten können, muss nach DIN EN 1992-1-1, 5.8.3.3 (NA.3) zusätzlich die Verdrehsteifigkeit aus der Kopplung der Wölbesteifigkeit  $E_{cd}I_{\omega}$  und der Torsionssteifigkeit  $G_{cd}I_T$  nach Gleichung (3.10) nachgewiesen werden. Wenn beide Gleichungen eingehalten sind, können Nachweise am Gesamttragwerk nach Theorie II. Ordnung vernachlässigt werden:

$$\frac{\sum F_{V,Ed,j} \cdot r_j^2}{\left(\frac{1}{L} \cdot \sqrt{E_{cd} \cdot I_{\omega}} + \frac{1}{2,28} \cdot \sqrt{G_{cd} \cdot I_T}\right)^2} \leq 0,31 \cdot \frac{n_s}{n_s + 1,6} \quad (3.10)$$

Es bedeuten:

$L, E_{cd}, n_s$	nach Gleichung (3.9)
$r_j$	Abstand der Stütze $j$ vom Schubmittelpunkt des Gesamtsystems
$F_{V,Ed,j}$	Bemessungswert der Vertikallast der aussteifenden und ausgesteiften Bauteile $j$ mit $\gamma_F = 1,0$
$E_{cd}I_{\omega}$	Summe der Nennwölbesteifigkeiten aller gegen Verdrehung aussteifenden Bauteile (Bemessungswert) mit: $E_{cd} = E_{cm}/1,2$
$G_{cd}I_T$	Summe der Torsionssteifigkeiten aller gegen Verdrehung aussteifenden Bauteile (Bemessungswert) mit: $G_{cd} = E_{cd}/[2(1 + \nu)] = E_{cd}/2,4$ und $\nu = 0,2$

Die Summe der Nennwölbesteifigkeiten lässt sich wie folgt berechnen:

$$E_{cd}I_{\omega} = \sum E_{cd,i} (I_{y,i} \cdot y_{Mmi}^2 + I_{z,i} \cdot z_{Mmi}^2 - 2 \cdot I_{yz,i} \cdot y_{Mmi} \cdot z_{Mmi}) + \sum E_{cd,i} \cdot I_{\omega,i} \quad (3.11)$$

Es bedeuten:

$I_{y,i}, I_{z,i}$	Flächenträgheitsmoment des aussteifenden Bauteils $i$
$I_{yz,i}$	Flächenzentrifugalmoment des aussteifenden Bauteils $i$

Eine Handrechnung zur Ermittlung des Flächenzentrifugalmoments sowie des Wölbfächenmoments 2. Grades ist in der Praxis nicht zweckmäßig.  $I_{yz}$  und  $I_{\omega}$  können aber mit Hilfe von Computerprogrammen ermittelt oder in einer Näherungsberechnung ggf. sogar vereinfachend vernachlässigt werden.

Die Lage ( $y_M; z_M$ ) des Schubmittelpunktes  $M$  des Aussteifungssystems lässt sich (wenn alle Aussteifungselemente die gleiche Höhe aufweisen) wie folgt berechnen:

$$y_M = \frac{(\sum E_i I_{y,i} \cdot y_i - \sum E_i I_{yz,i} \cdot z_i) \cdot \sum E_i I_{z,i}}{\sum E_i I_{y,i} \cdot \sum E_i I_{z,i} - (\sum E_i I_{yz,i})^2} \quad (3.12)$$

$$z_M = \frac{(\sum E_i I_{y,i} \cdot y_i - \sum E_i I_{yz,i} \cdot z_i) \cdot \sum E_i I_{yz,i}}{\sum E_i I_{y,i} \cdot \sum E_i I_{z,i} - (\sum E_i I_{yz,i})^2} - \frac{(\sum E_i I_{yz,i} \cdot y_i - \sum E_i I_{z,i} \cdot z_i) \cdot \sum E_i I_{yz,i}}{\sum E_i I_{y,i} \cdot \sum E_i I_{z,i} - (\sum E_i I_{yz,i})^2} \quad (3.13)$$

Es bedeuten:

$y_M, z_M$	Lage des Schubmittelpunktes $M$ des Aussteifungssystems
$y_i, z_i$	Lage des Schubmittelpunktes $m_i$ des aussteifenden Bauteils $i$

Sind die Flächenzentrifugalmomente der aussteifenden Bauteile gleich Null ( $y$ -Achse oder  $z$ -Achse ist eine Symmetrieachse des jeweiligen Querschnitts), können die Gleichungen (3.12) und (3.13) folgendermaßen vereinfacht werden:

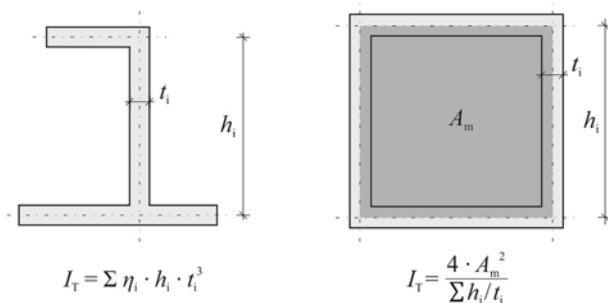
$$y_M = \frac{\sum E_i I_{y,i} \cdot y_i}{\sum E_i I_{y,i}} \quad (3.14)$$

$$z_M = \frac{\sum E_i I_{z,i} \cdot z_i}{\sum E_i I_{z,i}} \quad (3.15)$$

Vereinfachend sind die Gleichungen (3.12) bis (3.15) ohne materialbezogenen Index „cd“ formuliert.

Das Torsionsträgheitsmoment  $I_T$  kann für dünnwandige, offene Querschnitte, die aus mehreren Rechteckquerschnitten zusammengesetzt sind (z. B. Aussteifungselemente aus mehreren Wandscheiben) nach Bild 3.7 links und Tabelle 3.2 bestimmt werden. Bei Anwendung von Bild 3.7 links wird für übliche Fälle des Stahlbetonbaus eine gute Abschätzung des Torsionsträgheitsmoments erhalten, wenn ein Vorfaktor  $\eta_i$  von 0,3 angesetzt wird.

Für geschlossene Querschnittsformen mit abschnittsweise konstanter Dicke  $t_i$  (z. B. Kerne) kann eine Berechnung nach Bild 3.7 rechts erfolgen.

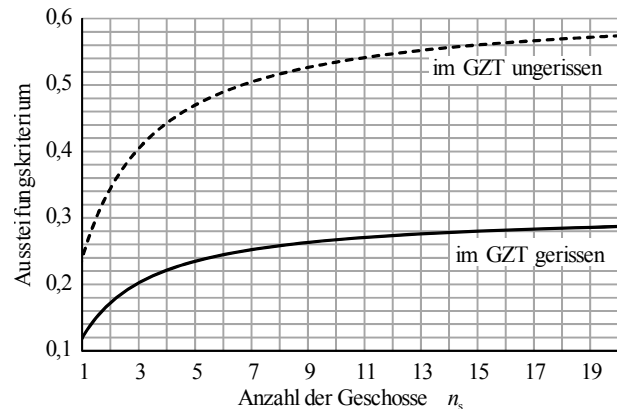


**Bild 3.7:** Torsionsträgheitsmoment  $I_T$  für Wandscheiben (links) und Kerne (rechts)

**Tabelle 3.2:** Vorfaktor  $\eta_i$  nach Zilch/Zehetmaier (2010)

$h_i/t_i$	1,0	1,25	1,5	2,0	2,5
$\eta_i$	0,140	0,172	0,196	0,229	0,249
$h_i/t_i$	3,0	4,0	5,0	10,0	$\infty$
$\eta_i$	0,263	0,281	0,291	0,312	0,333

In den Gleichungen (3.9) und (3.10) für die Nachweise der Gesamtstabilität (Verschiebungs- und Verdrehsteifigkeit) darf das Aussteifungskriterium auf  $0,62 \cdot n_s / (n_s + 1,6)$  verdoppelt werden, wenn die Aussteifungsbauteile im Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT) ungerissen bleiben (Bild 3.8). Die aussteifenden Bauteile dürfen als nicht gerissen angenommen werden, wenn die Betonzugspannungen den Wert  $f_{ctm}$  nach DIN EN 1992-1-1, Tabelle 3.1 nicht überschreiten. Weitere Erläuterungen und Informationen zum Nachweis am Gesamttragwerk nach Theorie II. Ordnung finden sich z. B. im informativen Anhang H der DIN EN 1992-1-1.



**Bild 3.8:** Aussteifungskriterium

### 3.3.2 Verschiebliche Rahmentragwerke

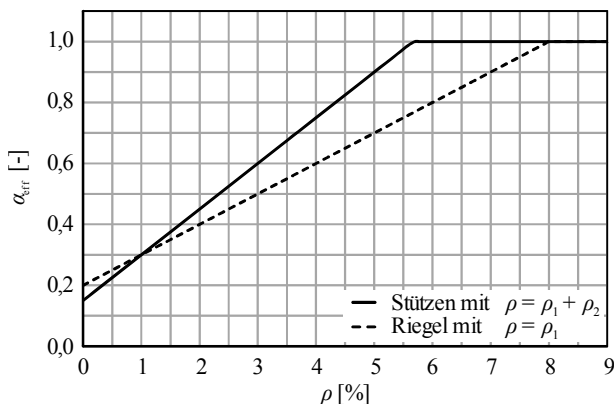
Nach DAfStb-Heft 600, 5.8.2 ist für nicht aussteifte verschiebliche Rahmentragwerke ein vereinfachter Nachweis am Gesamttragwerk möglich, wenn die geschossweise unterschiedlichen Schiefstellungen im GZT vernachlässigt werden. Ein solches Vorgehen ist dem Nachweis der einzelnen Druckglieder vorzuziehen, da hiermit auch unmittelbar die vergrößerten Rieglmomente ermittelt werden können. In der Berechnung wird die horizontale Bemessungslast mit einem Vergrößerungsbeiwert multipliziert, der unmittelbar angibt, wie groß die Auswirkung nach Theorie II. Ordnung in Bezug auf die Beanspruchung nach Theorie I. Ordnung ist. Die Bemessung erfolgt dann mit den vergrößerten Bemessungswerten der Beanspruchung nach Theorie I. Ordnung. Eine detaillierte Beschreibung dieses Verfahrens ist in DAfStb-Heft 600, 5.8.2 zu finden.

Quast (2004) schlägt bei verschieblichen Rahmentragwerken jedoch vor, den Stabilitätsnachweis am Gesamttragwerk als Berechnung nach Theorie II. Ordnung mit einem Computerprogramm zu führen, welches das system- und baustoffbedingte nichtlineare Verformungsverhalten berücksichtigt. Wenn in einer programmgesteuerten Berechnung nach Theorie II. Ordnung das baustoffbedingte nichtlineare Verformungsverhalten nicht unmittelbar erfasst wird, müssen die Rechenwerte der Biegesteifigkeiten für den gerissenen Zustand abgemindert werden. Für Berechnungen im GZT sind in Tabelle 3.3 Näherungswerte für den Abminderungsfaktor  $\alpha_{eff}$  angegeben, die vereinfacht additiv aus Anteilen der ungerissenen Biegedruckzone und der Bewehrung ermittelt werden. Falls eine genauere Berechnung erforderlich ist, sollte der versteifende Einfluss der einwirkenden Normalkraft berücksichtigt werden.

Falls für Betrachtungen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (GZG) auch Anhaltswerte für die Biegesteifigkeit nach einer Rissbildung benötigt werden, können die in Tabelle 3.3 angegebenen Werte auf der sicheren Seite liegend ebenfalls verwendet werden. Für den GZG ist es (ebenso wie für den GZT) jedoch besser, die beanspruchungsabhängigen Steifigkeiten für die ggf. gerissenen Querschnitte direkt zu ermitteln.

**Tabelle 3.3:** Abminderungsfaktor  $\alpha_{\text{eff}} = (EI)_{\text{eff}}/E_{\text{cm}}I_c$  in Abhängigkeit vom Bewehrungsgehalt  $\rho_1 = A_{s1}/A_c$  [-] und  $\rho_2 = A_{s2}/A_c$  [-] nach Quast (2004)

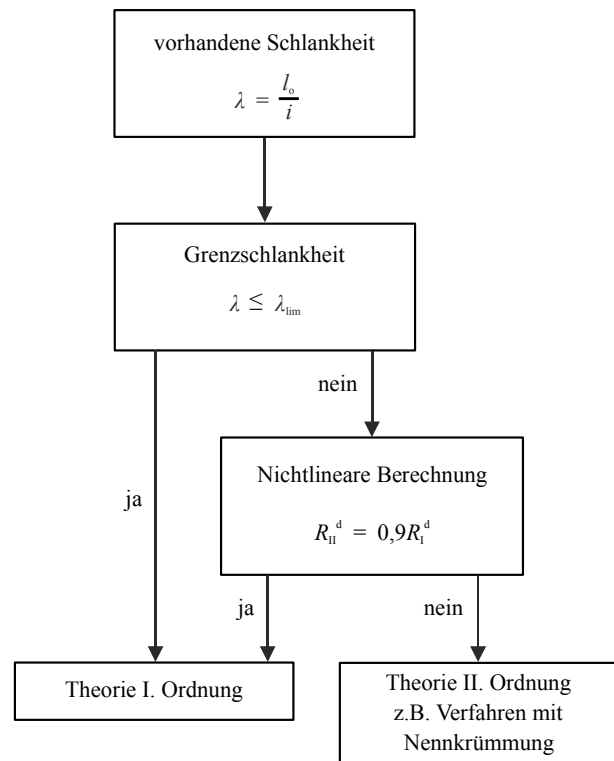
Bauteil	$\alpha_{\text{eff}}$
Stützen, Biegung mit Längsdruck und annähernd symmetrischer Bewehrung ( $A_{s1}/A_c = \rho_1 \approx \rho_2$ )	$0,15 + 15(\rho_1 + \rho_2)$
Riegel, vorwiegend Biegung ( $\rho_1$ ist der Bewehrungsgehalt der Zugbewehrung am Stützenanschluss)	$0,2 + 10 \cdot \rho_1$
$A_{s1}, A_{s2}$ Betonstahlquerschnittsfläche $A_c$ Betonquerschnittsfläche	



**Bild 3.9:** Abminderungsfaktor  $\alpha_{\text{eff}}$  für die effektive Biegesteifigkeit nach Rissbildung

### 3.4 Nachweise am Einzeldruckglied

Eine Abgrenzung der Berechnungsverfahren von Einzeldruckgliedern ist in Bild 3.10 dargestellt.



$l_o$	Knicklänge (siehe Abschnitt 3.6)
$i$	Trägheitsradius des ungerissenen Betonquerschnitts $A_c$ $= 1/\sqrt{12} \cdot h$ für Rechteckquerschnitt $= 0,25 \cdot D$ für Kreisquerschnitt
$\lambda_{\text{lim}}$	$= 25$ für $ n  = 0,41$ $= 16/\sqrt{n}$ für $ n  < 0,41$
$n$	$= N_{\text{ed}} / (A_c \cdot f_{\text{cd}})$
$R_I^d$	Tragfähigkeit nach Th. I. Ord.
$R_{II}^d$	Tragfähigkeit nach Th. II. Ord.

**Bild 3.10:** Abgrenzung der Bemessungsverfahren von Einzeldruckgliedern

#### 3.4.1 Vereinfachtes Verfahren mit Nennkrümmung

##### 3.4.1.1 Bemessungsablauf

Das vereinfachte Verfahren auf Grundlage der Nennkrümmung nach DIN EN 1992-1-1, 5.8.8 basiert auf einer am Stützenkopf in horizontaler und vertikaler Richtung belasteten Kragstütze (Modellstütze). Die Auswirkungen nach Theorie II. Ordnung werden

durch eine Zusatzausmitte  $e_2$  berücksichtigt, welche zur Lastausmitte  $e_1$  nach Theorie I. Ordnung (siehe Abschnitt 3.4.1.2) addiert wird.

Das Bemessungsmoment  $M_{Ed}$  ergibt sich zu:

$$M_{Ed} = M_{0Ed} + M_2 \quad (3.16)$$

Es bedeuten:

$M_{0Ed}$	Moment nach Theorie I. Ordnung, einschließlich der Auswirkungen von Imperfektionen = $N_{Ed} \cdot e_1$
$M_2$	zusätzliches Moment nach Theorie II. Ordnung = $N_{Ed} \cdot e_2$

In Bild 3.12 ist der Bemessungsablauf des Verfahrens mit Nennkrümmung dargestellt.

Prinzipiell kann das Verfahren für Einzeldruckglieder mit beliebiger Querschnittsform angewendet werden, falls eine annähernd symmetrische Anordnung der Bewehrung vorliegt.

Nach DAfStb-Heft 600, 5.8.8.1 liefert das Verfahren für planmäßige Lastausmitten  $e_0 < 0,1 \cdot h$  (vgl. Gleichung (3.18)) und Knicklängen  $l_0 > 15 \cdot h$  jedoch zunehmend unwirtschaftliche Ergebnisse. Da ein vergleichbar einfach anwendbares Näherungsverfahren, welches diese Nachteile vermeidet, nicht bekannt ist, empfiehlt sich in diesen Fällen die Anwendung des Allgemeinen Verfahrens nach Abschnitt 3.4.2.1 bzw. DIN EN 1992-1-1, 5.8.6.

#### 3.4.1.2 Lastausmitte nach Theorie I. Ordnung

Die Lastausmitte  $e_1$  nach Theorie I. Ordnung setzt sich zusammen aus der planmäßigen Lastausmitte  $e_0$  und der Lastausmitte infolge Imperfektionen  $e_i$ .

$$e_1 = e_0 + e_i \quad (3.17)$$

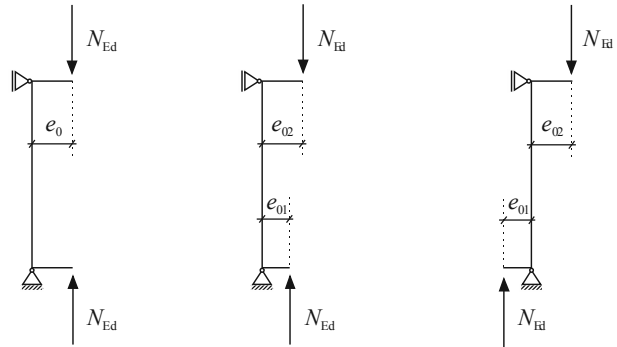
Bei Bauteilen ohne Querlasten können zur Ermittlung der planmäßigen Lastausmitte  $e_0$  unterschiedliche Lastausmitten an den Stabenden  $e_{01}$  und  $e_{02}$  durch eine äquivalente Lastausmitte  $e_{0e}$  gemäß Gleichung (3.18) ersetzt werden.

$$e_{0e} = 0,6e_{02} + 0,4e_{01} \geq 0,4e_{02} \quad (3.18)$$

Hierbei werden die Lastausmitten  $e_{01}$  und  $e_{02}$  gemäß Gleichung (3.19) aus den Stabendmomenten  $M_{01}$  und  $M_{02}$  nach Theorie I. Ordnung berechnet. Zu beachten ist, dass  $e_{01}$  und  $e_{02}$  dasselbe Vorzeichen haben,

wenn die zugehörigen Momente  $M_{01}$  und  $M_{02}$  auf derselben Seite Zug erzeugen (Bild 3.11). Darüber hinaus gilt  $|e_{02}| \geq |e_{01}|$ .

$$e_{01} = \frac{M_{01}}{N_{Ed}}; \quad e_{02} = \frac{M_{02}}{N_{Ed}} \quad (3.19)$$



**Bild 3.11:** Bestimmung der äquivalenten Lastausmitte

Die Lastausmitte infolge Imperfektionen  $e_i$  ist nach Gleichung (3.3) zu ermitteln.

#### 3.4.1.3 Zusatzausmitte nach Theorie II. Ordnung

Die Zusatzausmitte  $e_2$  nach Theorie II. Ordnung ergibt sich nach DIN EN 1992-1-1, 5.8.8.2 (3) zu:

$$e_2 = K_1 \cdot K_R \cdot K_\varphi \cdot (1/r_0) \cdot l_0^2 / c \quad (3.20)$$

Dabei berücksichtigt der Beiwert  $K_1$  die vorhandene Schlankheit  $\lambda$ :

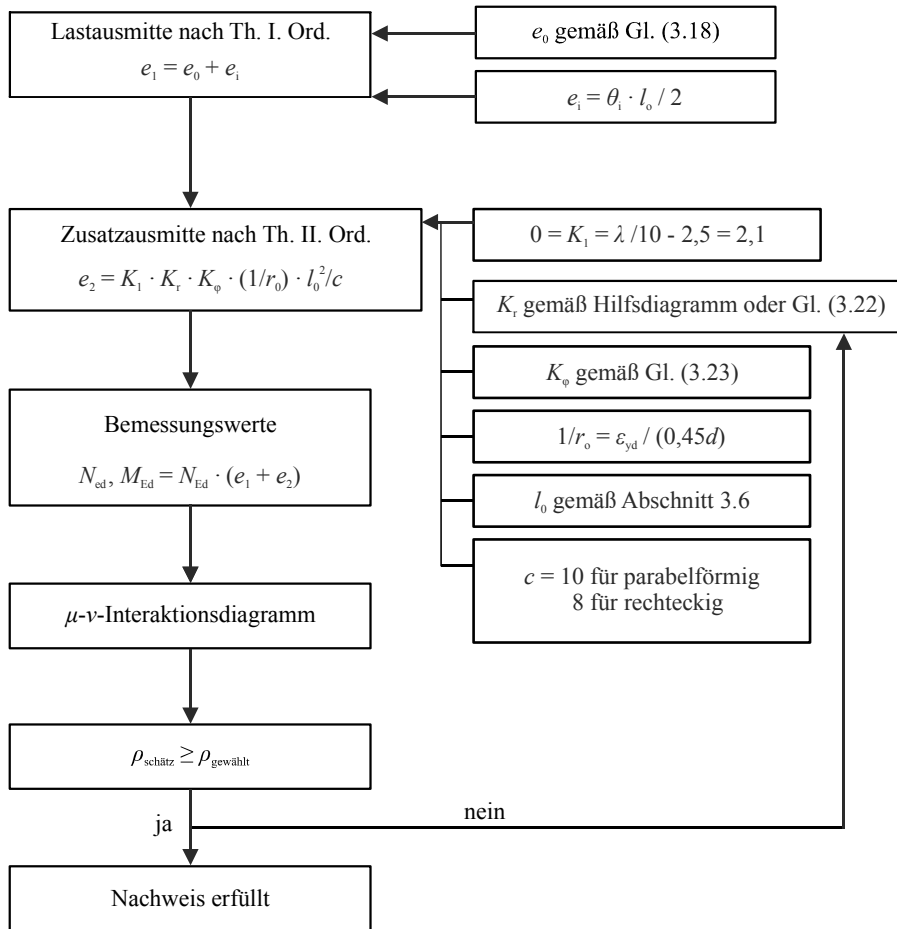
$$0 \leq K_1 = \lambda/10 - 2,5 \leq 1,0 \quad (3.21)$$

Der Beiwert  $K_R$  variiert in Abhängigkeit der Normalkraft und ergibt sich nach DIN EN 1992-1-1, 5.8.8.3 (3) zu:

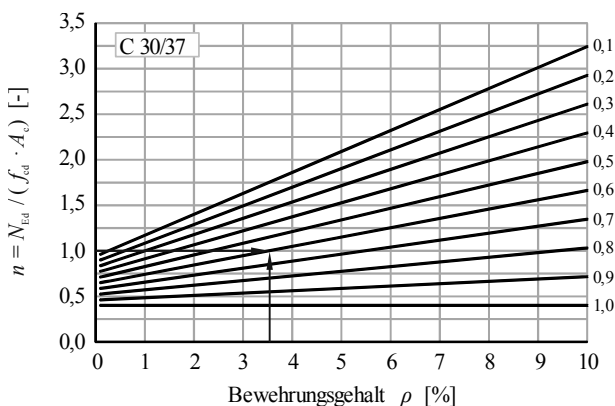
$$K_R = (n_u - n)/(n_u - n_{bal}) \leq 1,0 \quad (3.22)$$

Es bedeuten:

$n_u$	= $1 + \omega$
$\omega$	mechanischer Bewehrungsgrad = $(A_s \cdot f_{yd}) / (A_c \cdot f_{cd})$
$n$	bezogene Normalkraft = $N_{Ed} / (A_c \cdot f_{cd})$
$n_{bal}$	Wert von $n$ bei maximaler Biegetragfähigkeit = 0,4
$A_s$	Gesamtquerschnittsfläche der Bewehrung
$A_c$	Betonquerschnittsfläche
$N_{Ed}$	Bemessungswert der Normalkraft

Bild 3.12: Verfahren mit Nennkrümmung mit  $\mu$ - $\nu$ -Interaktionsdiagramm

Alternativ zur Ermittlung nach Gleichung (3.22) kann  $K_r$  anhand des geschätzten Bewehrungsgehalts  $\rho_{schätz} = A_{s,schätz} / A_c$  und der bezogenen Normalkraft  $n$  auch direkt aus den Diagrammen in Abschnitt 3.7 abgelesen werden. In Bild 3.13 ist beispielhaft das  $K_r$ -Diagramm für die Betondruckfestigkeitsklasse C30/37 dargestellt. Für einen Bewehrungsgehalt  $\rho_{schätz} = 3,5\%$  und eine bezogene Normalkraft  $n = 1,0$  kann  $K_r = 0,6$  abgelesen werden.

Bild 3.13: Beiwert  $K_r$  für C 30/37

Die Auswirkungen des Kriechens des Betons dürfen mit dem Beiwert  $K_\phi$  berücksichtigt werden:

$$K_\phi = 1 + \beta_\phi \cdot \varphi_{ef} \geq 1,0 \quad (3.23)$$

Es bedeuten:

$$\begin{aligned} \beta_\phi &= 0,35 + f_{ck}/200 - \lambda/150 \\ &\text{(siehe Bild 3.14; abweichend von} \\ &\text{DIN EN 1992-1-1 wird hier } \beta_\phi \text{ statt } \beta \\ &\text{verwendet, als Abgrenzung zum Knick-} \\ &\text{längenbeiwert)} \\ \varphi_{ef} &\text{ effektive Kriechzahl} \end{aligned}$$

Die effektive Kriechzahl  $\varphi_{ef}$  lässt sich nach DIN EN 1992-1-1, 5.8.4 (2) wie folgt bestimmen:

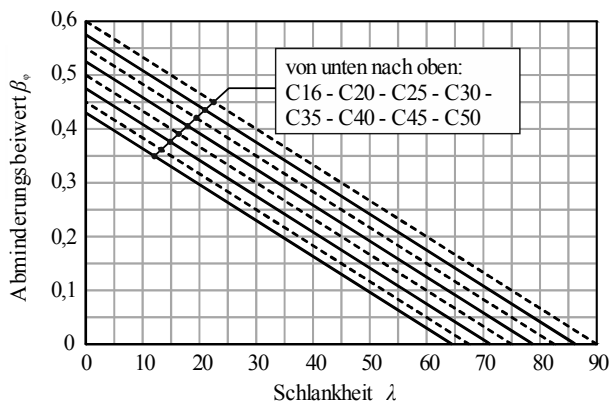
$$\varphi_{ef} = \varphi(\infty, t_0) \cdot M_{0Eqp} / M_{0Ed} \quad (3.24)$$

Es bedeuten:

$$\varphi(\infty, t_0) \text{ Endkriechzahl nach DIN EN 1992-1-1, 3.1.4}$$

- $M_{0Eqp}$  Moment nach Theorie I. Ordnung, einschließlich der Auswirkungen von Imperfektionen unter der quasi-ständigen Einwirkungskombination (GZG)
- $M_{0Ed}$  Bemessungsmoment nach Theorie I. Ordnung, einschließlich der Auswirkungen von Imperfektionen (GZT) (vgl. Gleichung (3.16))

Wenn  $M_{0Eqp}/M_{0Ed}$  entlang des Einzeldruckglieds variiert, darf das Verhältnis für den Querschnitt mit dem maximalen Moment berechnet oder ein repräsentativer Mittelwert verwendet werden.



**Bild 3.14:** Beiwert  $\beta_p$  für den Einfluss des Kriechens

Nach DAfStb-Heft 600, 5.8.4 (2) darf die effektive Kriechzahl  $\varphi_{ef}$  auch bei zweiachsiger Biegung verwendet werden, wenn in Gleichung (3.24) die resultierenden Momente aus beiden Achsrichtungen y und z gemäß Gleichung (3.25) und (3.26) eingesetzt werden.

$$M_{0Eqp} = \sqrt{M_{0Eqp,y}^2 + M_{0Eqp,z}^2} \quad (3.25)$$

$$M_{0Ed} = \sqrt{M_{0Ed,y}^2 + M_{0Ed,z}^2} \quad (3.26)$$

Die Auswirkungen des Kriechens dürfen nach DIN EN 1992-1-1, 5.8.4 (4) vernachlässigt werden ( $\varphi_{ef} = 0$ ), wenn die folgenden drei Bedingungen eingehalten werden:

- $\varphi(\infty, t_0) \leq 2$
- $\lambda \leq 75$
- $M_{0Ed}/N_{Ed} \geq h$

Dabei ist  $h$  die Querschnittshöhe in der entsprechenden Richtung.

Zusätzlich dürfen die Kriechauswirkungen in der Regel auch vernachlässigt werden, wenn die Stützen an

beiden Enden monolithisch mit lastabtragenden Bauteilen (z. B. Fundamente, Platten, Riegel oder Balken) verbunden sind oder wenn bei verschieblichen Tragwerken die Schlankheit des Druckgliedes  $\lambda < 50$  und gleichzeitig die bezogene Lastausmitte  $e_1/h > 2$  ( $\triangleq M_{0Ed}/N_{Ed} \geq 2h$ ) ist.

Das Schwinden des Betons hat bei den normalerweise symmetrisch bewehrten Querschnitten keinen Einfluss. Bei stark unsymmetrisch bewehrten Querschnitten sind die Auswirkungen jedoch zu verfolgen.

Die Grundkrümmung ( $1/r_0$ ) ergibt sich nach DIN EN 1992-1-1, 5.8.3.3 (1) zu:

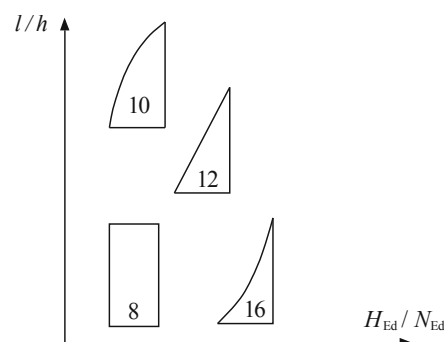
$$1/r_0 = \varepsilon_{yd}/(0,45d) \quad (3.27)$$

Es bedeuten:

- $\varepsilon_{yd}$  =  $f_{yd}/E_s$
- $f_{yd}$  Bemessungswert der Streckgrenze des Betonstahls
- $E_s$  Bemessungswert des Elastizitätsmoduls für Betonstahl
- $d$  statische Nutzhöhe

Die Knicklänge  $l_0$  in Gleichung (3.20) kann nach Abschnitt 3.6 bestimmt werden.

Der Beiwert  $c$  in Gleichung (3.20) berücksichtigt den Krümmungsverlauf über die betrachtete Stützenlänge. Bei konstantem Querschnitt wird dieser üblicherweise mit einem Wert von 10 (entspricht in guter Näherung einem sinusförmigen oder parabelförmigen Krümmungsverlauf) angesetzt. Wenn jedoch das Moment bzw. die Krümmung nach Theorie I. Ordnung über die Stützenlänge annähernd konstant verläuft ist der Krümmungsbeiwert  $c = 8$  anzusetzen. Weitere Werte, die günstig in Abhängigkeit vom Verhältnis der Horizontallast zur Normalkraft  $H_{Ed}/N_{Ed}$  und der Biegeschlankheit  $l/h$  angesetzt werden können, sind aus Bild 3.15 zu entnehmen.



**Bild 3.15:** Krümmungsbeiwert  $c$  nach Kordina/Quast (2001)

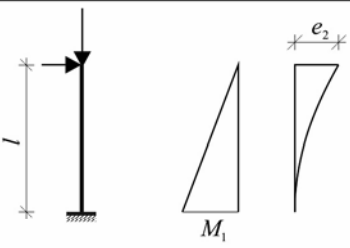


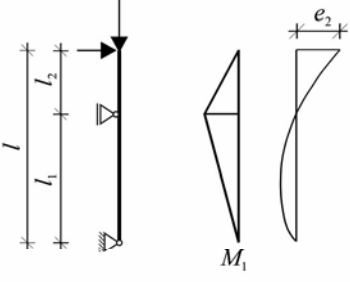


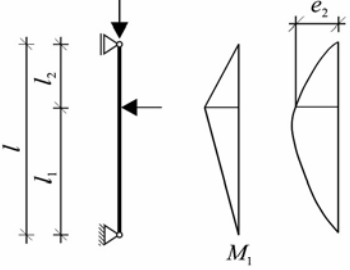


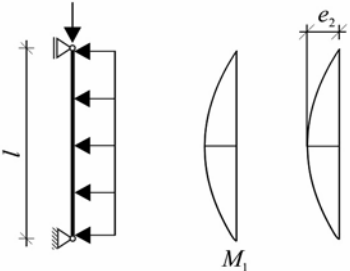

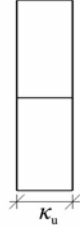
System	$e_2$ für konstante Bewehrung	$e_2$ für gestaffelte Bewehrung
	 $e_2 = \frac{5}{12} \cdot \kappa_u \cdot l^2$	 $e_2 = \frac{1}{2} \cdot \kappa_u \cdot l^2$
	 $e_2 = \frac{5}{12} \cdot \kappa_u \cdot l_2 \cdot l$	 $e_2 = \frac{1}{2} \cdot \kappa_u \cdot l_2 \cdot l$
	 $e_2 = \frac{5}{12} \cdot \kappa_u \cdot l_1 \cdot l_2$	 $e_2 = \frac{1}{2} \cdot \kappa_u \cdot l_1 \cdot l_2$
	 $e_2 = \frac{5}{48} \cdot \kappa_u \cdot l^2$	 $e_2 = \frac{1}{8} \cdot \kappa_u \cdot l^2$

Bild 3.16: Zusatzausmitte  $e_2$  mit vereinfachtem Krümmungsverlauf

#### 3.4.1.4 Direkte Berechnung der Zusatzausmitte nach Theorie II. Ordnung mit vereinfachtem Krümmungsverlauf

Falls Gleichung (3.20) aufgrund der Randbedingungen (z. B. Belastungsart, Lagerbedingungen, Querschnittsform) nicht anwendbar ist, lässt sich die Zusatzausmitte  $e_2$  nach Theorie II. Ordnung auch direkt mit dem Prinzip der virtuellen Kräfte als

$$e_2 = \int \bar{M}(x) \cdot (1/r(x)) \cdot dx \quad (3.28)$$

bestimmen. Der Vorteil der direkten Berechnung besteht darin, dass die Ermittlung von  $e_2$  ohne Bestimmung der Knicklänge  $l_0$  erfolgen kann. Dazu ist ein

vereinfachter Krümmungsverlauf ( $1/r(x)$ ) über die Stützenlänge entsprechend der Randbedingungen anzunehmen. Unter der Annahme, dass der Querschnitt konstant bleibt und die Fließgrenze der Längsbewehrung sowohl auf der Druckseite als auch auf der Zugseite erreicht ist, kann der Krümmungsgrenzwert  $\kappa_u$  wie folgt bestimmt werden:

$$\kappa_u = 2 \cdot \varepsilon_{yd} / (0,9 \cdot d) \quad (3.29)$$

Die Berechnung der Integrale erfolgt dann mit Hilfe von Integraltafeln.

Unter der Annahme, dass die Krümmungszunahme infolge der Auslenkung annähernd parabelförmig



verteilt ist, lässt sich die Zusatzausmitte  $e_2$  nach Theorie II. Ordnung für einfache Systeme formelmäßig angeben. Bild 3.16 enthält Grundfälle, die für andere Randbedingungen als Grundlage zur Ermittlung der Zusatzausmitte  $e_2$  dienen können. Falls außer dem Maximalwert  $e_2$  auch Zwischenwerte der Biegelinie benötigt werden, so reicht zu deren Bestimmung in der Regel die Annahme eines parabelförmigen Verlaufs der Verformungen aus.

### 3.4.1.5 Bemessungshilfen

Neben den „ $\mu$ - $\nu$ -Interaktionsdiagrammen“, die z. B. in *Goris/Schmitz (2016)* zu finden sind, wurden zur weiteren Vereinfachung der Nachweisführung für Druckglieder ergänzende Bemessungshilfen entwickelt, denen unmittelbar das vereinfachte Verfahren mit Nennkrümmung zugrunde liegt.

Eingangsparameter hierfür sind:

- das bezogene Moment  $\mu_{Ed} = M_{Ed}/(A_c \cdot h \cdot f_{cd})$  einschließlich der Lastausmitte infolge Imperfektionen  $e_i$
- die bezogene Normalkraft  $\nu_{Ed} = N_{Ed}/(A_c \cdot f_{cd})$   
In DIN EN 1992-1-1, 5.8 wird  $n_{Ed}$  als bezogene Normalkraft definiert. Die Bezeichnungen  $\nu_{Ed}$  und  $n_{Ed}$  werden im gesamten Kapitel 3 als gleichbedeutend benutzt ( $\nu_{Ed} = n_{Ed}$ ).
- die Ersatzschlankheit  $\lambda_\varphi = \lambda \cdot \sqrt{K_\varphi}$ , über die abgesehen von der Stützenschlankheit auch noch der Einfluss des Kriechens berücksichtigt wird

Ausgewählte Bemessungsdiagramme sind im Abschnitt 3.8 zu finden. Zusätzliche Bemessungsdiagramme und weitere Erläuterungen finden sich z. B. in *Goris/Schmitz (2014)* und *Goris/Schmitz (2016)*.

## 3.4.2 Berechnung von Druckgliedern mit nicht-linearen Verfahren

### 3.4.2.1 Allgemeines Verfahren nach DIN EN 1992-1-1

Alternativ zum Verfahren mit Nennkrümmung kann das „Allgemeine Verfahren“ nach DIN EN 1992-1-1, 5.8.6 angewendet werden, welches auf einer nichtlinearen Schnittgrößenermittlung nach Theorie II. Ordnung basiert. Dabei sind geeignete Spannungs-Dehnungs-Linien für den Beton und Betonstahl zu verwenden und die Auswirkungen des Kriechens zu berücksichtigen.

Die Verformungs- und Schnittgrößenermittlung darf unter Verwendung der in DIN EN 1992-1-1, 3.1.5 und

DIN EN 1992-1-1/NA, 3.2.7 (NA.5) angegebenen Spannungs-Dehnungs-Linien mit den durch die jeweiligen Teilsicherheitsbeiwerte abgeminderten Mittelwerten der Baustoffkennwerte erfolgen. Auf eine Abminderung des E-Moduls des Betonstahls mit  $\gamma_s$  wird dabei im Allgemeinen aufgrund der geringen Streuung und des geringen Einflusses verzichtet. Die versteifende Mitwirkung des Betons in der gerissenen Zugzone (tension stiffening) bei der Verformungsermittlung kann nach DIN EN 1992-1-1, 5.8.6 (5) berücksichtigt werden. Die Auswirkungen des Kriechens dürfen – sofern keine genaueren Berechnungsmodelle vorhanden sind – dadurch berücksichtigt werden, dass sämtliche Dehnungswerte der Spannungs-Dehnungs-Linie des Betons mit einem Faktor  $(1 + \varphi_{ef})$  multipliziert werden.

Die Querschnittsnachweise im GZT werden unter Verwendung der Spannungs-Dehnungs-Linien nach DIN EN 1992-1-1, 3.1.7 und DIN EN 1992-1-1, 3.2.7 (Bild 3.8) auf der Grundlage von Bemessungswerten der charakteristischen Baustoffkennwerte geführt.

Eine Nachweisführung mit unterschiedlichen Spannungs-Dehnungs-Linien für die Verformungs-/Schnittgrößenermittlung und die Querschnittsbemessung wird von *Quast (2004)* in der Literatur als „doppelte Buchführung“ bezeichnet. Hintergrund dieses Vorgehens ist aber, dass lokale Fehlstellen mit deutlich schlechteren Baustoffeigenschaften zwar für die Querschnittsbemessung maßgebend sind, jedoch nur einen geringen Einfluss auf das Verformungsverhalten des Gesamttragwerks haben. Weitere Erläuterungen zum Allgemeinen Verfahren finden sich in DIN EN 1992-1-1, 5.8.6 und DAfStb-Heft 600, 5.8.6.

### 3.4.2.2 Explizite numerische Berechnung

Zunehmend werden numerische Berechnungsverfahren zur Bemessung von Druckgliedern nach Theorie II. Ordnung herangezogen. So erfordert die Bemessung von komplexen Stahlbetondruckgliedern (z. B. schlanke, architektonisch gestaltete Brückenpfeiler) häufig die Anwendung von nichtlinearen Methoden. Zur nichtlinearen Berechnung sowie allgemein zur softwaregestützten Tragwerksberechnung finden sich weitergehende Hinweise im DAfStb-Heft 631, Kapitel 1 sowie in der *VDI Richtlinie 6201*.

Bei der numerischen Berechnung und Bemessung schlanker Druckglieder zeigt sich, dass bei Verwendung unterschiedlicher Softwareprogramme und Berechnungsverfahren trotz identischer Grundlagen und Eingabeparameter variierende Berechnungsergebnisse auftreten können. Nachfolgend werden hierzu

einige mögliche Ursachen für eventuelle Abweichungen der Ergebnisse diskutiert.

Den Rechenprogrammen liegt oftmals das in DIN EN 1992-1-1, 5.7 aufgeführte und in der Literatur oft als  $\gamma_R$ -Konzept bezeichnete Verfahren zugrunde. Beim  $\gamma_R$ -Konzept werden sowohl für die Verformungs- und Schnittgrößenermittlung als auch für die Nachweise der Querschnittstragfähigkeit dieselben Spannungs-Dehnungs-Linien (nach DIN EN 1992-1-1, 3.1.5, 3.2.7 (NA.5) und ggf. 3.3.6 (NA.9) unter Verwendung von rechnerischen Mittelwerten der Baustoffkennwerte) angesetzt. Um trotzdem das geforderte Sicherheitsniveau einzuhalten, wird der Bemessungswert des Tragwiderstandes unter Berücksichtigung eines „globalen“ Sicherheitsbeiwertes  $\gamma_R$  ermittelt (Systemwiderstand). Aus dem Ansatz der Spannungs-Dehnungs-Linien resultiert letztlich auch eine Abminderung des E-Moduls des Betonstahls. Im Vergleich zum „Allgemeinen Verfahren“ nach DIN EN 1992-1-1 führt dies bei Druckgliedern, deren Tragfähigkeit stark von den Verformungen und somit von der Bauteilsteifigkeit abhängt, zu unwirtschaftlicheren Bemessungsergebnissen.

Zusätzlich können in den unterschiedlichen Programmen andere – der weiterführenden Literatur entnommene – Ansätze für Spannungs-Dehnungs-Linien des Betons und Betonstahls angesetzt werden, die dann zwangsläufig Abweichungen in den Ergebnissen zur Folge haben.

Die unterschiedliche Berücksichtigung der versteifenden Mitwirkung des Betons in der gerissenen Zugzone (tension stiffening) kann ebenfalls zu Abweichungen in den Bemessungsergebnissen führen. Dabei steigt der Einfluss auf das Ergebnis mit zunehmender Schlankheit des Druckgliedes und abnehmender planmäßiger Lastausmitte  $e_0$  an. Neben den unterschiedlichen Modellansätzen ist auch deren Berücksichtigung in der Modifikation der Spannungs-Dehnungs-Linien des Betons und Betonstahls eine weitere Ursache für auftretende Unterschiede.

Des Weiteren ist die unterschiedliche Berücksichtigung des Betonkriechens ein Grund für abweichende Bemessungsergebnisse. Die Modifikation der Spannungs-Dehnungs-Linie des Betons mit einem Faktor  $(1 + \varphi_{ef})$  (wie beim „Allgemeinen Verfahren“ nach DIN EN 1992-1-1) ist zwar ein praxisnaher, aber wenig differenzierter Ansatz, der im Regelfall auf der sicheren Seite liegt. Programme bieten hier z. B. über unterschiedliche Zeitschritte weitere Möglichkeiten. Zusätzliche Erläuterungen hierzu finden sich z. B. in

*Fingerloos/Zilch (2008)* und *European Concrete Platform (2008)*, 5.8.4.

Auch die programmtechnische Umsetzung der Bewehrungsanordnung kann ein Unterscheidungsgrund sein, d. h. ob die Bewehrung durch diskrete Einzeleisen abgebildet wird oder ob die Programme mit verschmierten Lagen- oder Umfangsbewehrungen arbeiten. Hieraus können sich sowohl ungünstigere als auch günstigere Hebelarme der Bewehrung ergeben. In diesem Zusammenhang ist auch zu nennen, dass bei einigen Rechenprogrammen automatisch konstruktive „Zwischeneisen“ eingefügt und in der Bemessung berücksichtigt werden.

Ebenso gibt es unterschiedliche Ansätze, die strukturellen und geometrischen Imperfektionen über z. B. Vorverformungen zu berücksichtigen, wobei der Einfluss der angesetzten Imperfektionen mit abnehmender planmäßiger Lastausmitte  $e_0$  ansteigt.

Schließlich können Abweichungen durch die Modellierung bzw. Diskretisierung aber auch durch unterschiedliche Programmroutinen bzw. Berechnungsalgorithmen entstehen. So erfolgt in einigen Programmen bei der nichtlinearen Berechnung von Druckgliedern in jedem Berechnungsschritt eine reine Querschnittsbemessung mit iterativer Bewehrungserhöhung, bis ein Gleichgewichtszustand zwischen äußeren Schnittgrößen und Querschnittswiderstand oder ein definiertes Abbruchkriterium erreicht wird, ohne jedoch eine neue Verformungsberechnung durchzuführen. Andere Programme überprüfen zusätzlich in jedem Berechnungsschritt ein Stabilitätskriterium, das bei überproportional anwachsenden Verformungen dafür sorgt, dass die Bewehrungsmenge und damit die Bauteilsteifigkeit entsprechend erhöht wird, bis anhand der neuen Verformungsberechnung unter Berücksichtigung der erhöhten Bewehrungsmenge annehmbare Verformungswerte ermittelt werden und ein ausreichender Widerstand gegen Stabilitätsversagen gegeben ist.

Wird das Tragverhalten durch ein Stabilitätsversagen charakterisiert und die Verformungen wachsen im Bereich der Traglast überproportional an, ist der Ansatz der Bauteilsteifigkeit maßgebend. Wird diese nicht wirklichkeitsnah eingeschätzt, kann entweder kein Gleichgewichtszustand mehr gefunden werden oder es resultiert ein Gleichgewichtszustand mit erhöhter Bewehrungsmenge – aber ggf. auch mit unrealistisch großen Verformungen.

Generell empfiehlt es sich, bei Berechnungen von schlanken Druckgliedern von Anfang an eine geeignete Mindestbewehrung, die z. B. aus einer vorgeschalteten linearen Berechnung nach Theorie I. Ordnung ermittelt werden kann, anzusetzen, um vom ersten Lastschritt an mit möglichst realistischen Bauteilsteifigkeiten zu rechnen und dadurch realistische Verformungen zu erhalten.

### 3.5 Sonderfragen

#### 3.5.1 Druckglieder mit zweiachsiger Lastausmitte

Nach DIN EN 1992-1-1, 5.8.9 (1) darf das „Allgemeine Verfahren“ nach DIN EN 1992-1-1, 5.8.6 (vgl. Abschnitt 3.4.2.1) auch für Druckglieder mit zweiachsiger Lastausmitte verwendet werden. Generell ist eine zutreffende Bemessung von Druckgliedern für schiefe Biegung aufgrund der zahlreichen Parameter und der komplizierten Zusammenhänge ohne entsprechende Computerprogramme kaum zu bewerkstelligen. Unter bestimmten Voraussetzungen darf jedoch in guter Näherung eine getrennte Bemessung in beiden Hauptachsenrichtungen ohne Beachtung der zweiachsigen Lastausmitte erfolgen.

##### 3.5.1.1 Getrennte Nachweise für die Hauptachsenrichtungen

Getrennte Nachweise in beiden Hauptachsenrichtungen dürfen nach DIN EN 1992-1-1, 5.8.9 (3) geführt werden, wenn die Schlankheitsverhältnisse und die bezogenen Lastausmitten den folgenden beiden Gleichungen (3.30a) und (3.30b) genügen.

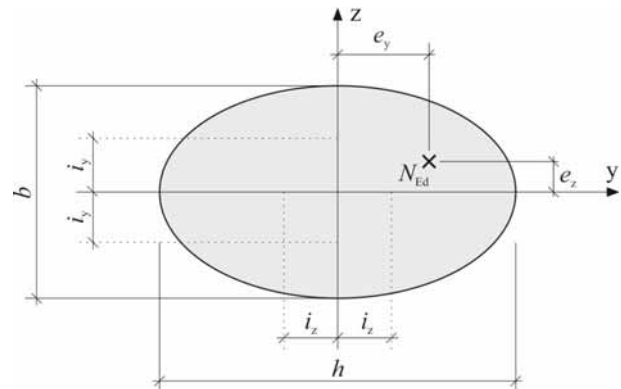
$$\lambda_y/\lambda_z \leq 2 \text{ und } \lambda_z/\lambda_y \leq 2 \quad (3.30a)$$

$$\frac{e_y/h_{eq}}{e_z/b_{eq}} \leq 0,2 \text{ oder } \frac{e_z/b_{eq}}{e_y/h_{eq}} \leq 0,2 \quad (3.30b)$$

Es bedeuten:

$b, h$	Breite und Höhe des Querschnitts
$b_{eq}$	$= i_y \cdot \sqrt{12}$ und $h_{eq} = i_z \cdot \sqrt{12}$ für einen gleichwertigen Rechteckquerschnitt
$\lambda_y, \lambda_z$	Schlankheit ( $l_0/i$ ) jeweils bezogen auf die y-Achse und z-Achse
$i_y, i_z$	Trägheitsradien jeweils bezogen auf die y-Achse und z-Achse
$e_z$	Lastausmitte in z-Richtung $= M_{Edz}/N_{Ed}$
$e_y$	Lastausmitte in y-Richtung $= M_{Edy}/N_{Ed}$

$M_{Edy}$	Bemessungsmoment um die y-Achse, einschließlich des Moments nach Theorie II. Ordnung
$M_{Edz}$	Bemessungsmoment um die z-Achse, einschließlich des Moments nach Theorie II. Ordnung
$N_{Ed}$	Bemessungswert der Normalkraft in der zugehörigen Einwirkungskombination



**Bild 3.17:** Definition der Lastausmitten

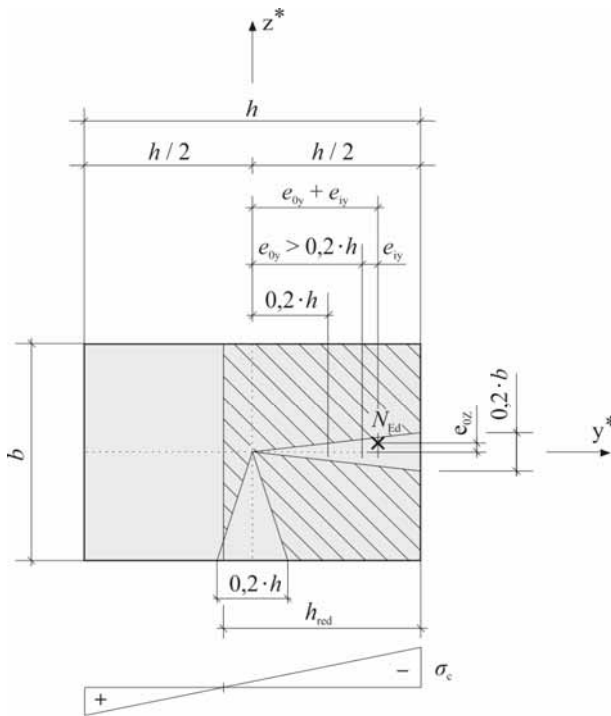
Nach DAfStb-Heft 600 dürfen die Ausmitten  $e_y$  und  $e_z$  abweichend zu DIN EN 1992-1-1, 5.8.9 (3) auch mit den Bemessungsmomenten nach Theorie I. Ordnung ( $M_{0Edz}$  und  $M_{0Edy}$ ) ermittelt werden.

Für Druckglieder mit rechteckigem Querschnitt und mit  $e_{0y} > 0,2h$  dürfen getrennte Nachweise nur dann geführt werden, wenn der Nachweis der Biegung über die schwächere Hauptachse y des Querschnitts (in z-Richtung) auf der Grundlage der reduzierten Querschnittsdicke  $h_{red}$  nach Bild 3.18 geführt wird. Der Wert  $h_{red}$  darf unter der Annahme einer linearen Spannungsverteilung nach Gleichung (3.31) ermittelt werden:

$$h_{red} = \frac{h}{2} \left( 1 + \frac{h}{6(e_{0y} + e_{iy})} \right) \leq h \quad (3.31)$$

Es bedeuten:

$h$	die größere der beiden Querschnittsseiten
$e_{iy}$	Zusatzausmitte infolge Imperfektionen in y-Richtung
$e_{0y}$	Lastausmitte nach Theorie I. Ordnung in y-Richtung



\* Im Vergleich zum EC2, Bild NA.5.8.1 wurden die Achsen übereinstimmend zu Bild 3.17 vertauscht.

**Bild 3.18:** Reduzierte Querschnittsdicke

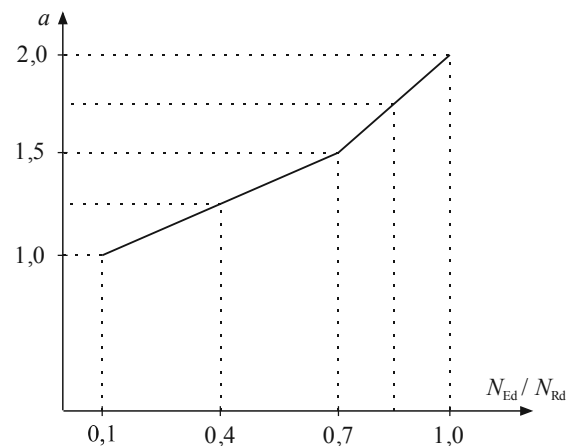
### 3.5.1.2 Nachweis für schiefe Biegung mit Achsdruck

Werden die Bedingungen der Gleichungen (3.30) nicht erfüllt, ist in der Regel eine zweiachsige Lastausmitte einschließlich der Auswirkungen nach Theorie II. Ordnung in beiden Richtungen zu berücksichtigen, wenn sie nicht nach DIN EN 1992-1-1, 5.8.2 (6) oder 5.8.3 vernachlässigt werden dürfen. Wie bereits oben erläutert, ist dann im Allgemeinen eine programmunterstützte Bemessung für schiefe Biegung mit Normalkraft durchzuführen. Der in DIN EN 1992-1-1, 5.8.9 (4) angegebene vereinfachte Nachweis entsprechend Gleichung (3.32) ergibt nach DAfStb-Heft 600, 5.8.9 (4) und Quast (2004) im Stahlbetonbau meist keine befriedigenden Ergebnisse. Lediglich für baupraktische Fälle mit annähernd gleichen Seitenlängen der Rechteckquerschnitte ( $b/h \leq 1,5$ ) liefert der vereinfachte Nachweis akzeptable Ergebnisse. Bild 3.20 zeigt eine graphische Auswertung der Gleichung (3.32).

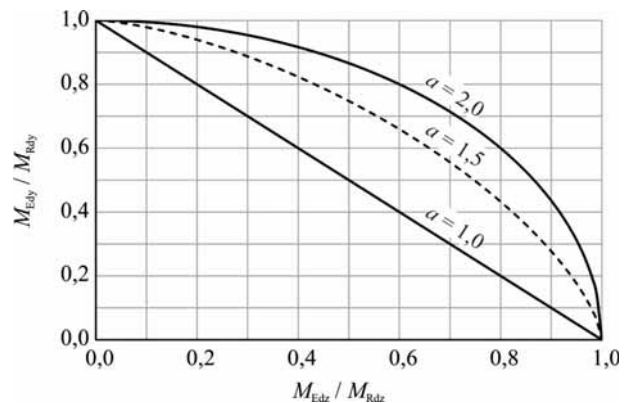
$$\left(\frac{M_{Edz}}{M_{Rdz}}\right)^a + \left(\frac{M_{Edy}}{M_{Rdy}}\right)^a \leq 1,0 \quad (3.32)$$

Es bedeuten:

- $M_{Edz/y}$  siehe Gleichungen (3.30)
- $M_{Rdz/y}$  Biege Widerstand in die jeweilige Richtung
- $a$  Exponent
  - für runde und elliptische Querschnitte:  $a = 2$
  - für rechteckige Querschnitte:  $a$  aus Bild 3.19
- $N_{Rd}$  Bemessungswert der zentrischen Normalkrafttragfähigkeit
 
$$= A_c \cdot f_{cd} + A_s \cdot f_{yd}$$



**Bild 3.19:** Exponent  $a$  für rechteckige Querschnitte



**Bild 3.20:** Interaktionsdiagramm für den Nachweis der schiefen Biegung

### 3.5.2 Veränderliche Steifigkeiten

Für Stützen mit sprunghaft oder gleichmäßig veränderlichem Querschnitt über die Bauteillänge ist der Nachweis des Druckgliedes nach Theorie II. Ordnung mit dem vereinfachten Verfahren mit Nennkrümmung (vgl. Abschnitt 3.4.1) nicht zu empfehlen. Eine solche Bemessung führt in der Regel zu unwirtschaftlichen Ergebnissen und das tatsächliche Tragverhalten mit unterschiedlich großen wirksamen Biegesteifigkeiten

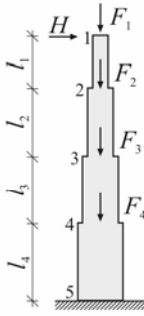
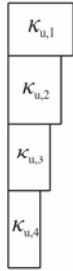
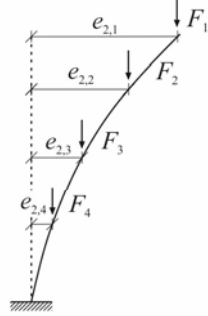
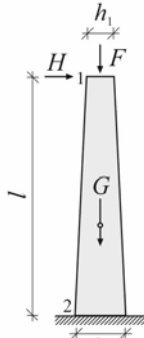
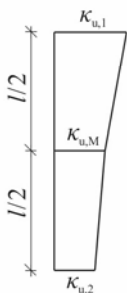
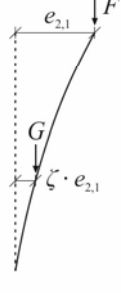
System	vereinfachter Krümmungsverlauf	Verformung	Zusatzausmitte $e_2$	Zusatzmoment $M_2$
			$e_{2,1} = 1/2 \cdot l_1^2 \cdot \kappa_{u,1} \cdot (1 + 2 \cdot l_2/l_1 \cdot \kappa_{u,2}/\kappa_{u,1} + 2 \cdot l_3/l_1 \cdot \kappa_{u,3}/\kappa_{u,1} + 2 \cdot l_4/l_1 \cdot \kappa_{u,4}/\kappa_{u,1}) + e_{2,2}$ $e_{2,2} = 1/2 \cdot l_2^2 \cdot \kappa_{u,2} \cdot (1 + 2 \cdot l_3/l_2 \cdot \kappa_{u,3}/\kappa_{u,2} + 2 \cdot l_4/l_2 \cdot \kappa_{u,4}/\kappa_{u,2}) + e_{2,3}$ $e_{2,3} = 1/2 \cdot l_3^2 \cdot \kappa_{u,3} \cdot (1 + 2 \cdot l_4/l_3 \cdot \kappa_{u,4}/\kappa_{u,3}) + e_{2,4}$ $e_{2,4} = 1/2 \cdot l_4^2 \cdot \kappa_{u,4}$	$M_{2,2} = F_1 \cdot (e_{2,1} - e_{2,2})$ $M_{2,3} = F_1 \cdot (e_{2,1} - e_{2,3}) + F_2 \cdot (e_{2,2} - e_{2,3})$ $M_{2,4} = F_1 \cdot (e_{2,1} - e_{2,4}) + F_2 \cdot (e_{2,2} - e_{2,4}) + F_3 \cdot (e_{2,3} - e_{2,4})$ $M_{2,5} = F_1 \cdot e_{2,1} + F_2 \cdot e_{2,2} + F_3 \cdot e_{2,3} + F_4 \cdot e_{2,4}$
			$e_{2,1} = 1/24 \cdot l^2 \cdot (\kappa_{u,1} + 6 \cdot \kappa_{u,M} + 5 \cdot \kappa_{u,2})$	$M_{2,2} = (F + \zeta \cdot G) \cdot e_{2,1}$ $\zeta = \frac{3 \cdot h_1 + h_2}{6 \cdot (h_1 + h_2)}$

Bild 3.21: Zusatzausmitte bei veränderlichen Querschnitten

wird durch die Bestimmung der Knicklänge auf der Grundlage der Elastizitätstheorie meist nicht ausreichend erfasst. In der Praxis werden solche Stützen deshalb meist mit einem Computerprogramm berechnet, wobei für den ersten Iterationsschritt eine vorhandene Bewehrungsmenge geschätzt werden muss.

Zur Vorbemessung bzw. Kontrolle der Ergebnisse aus einem Computerprogramm kann das Prinzip der virtuellen Kräfte als Grundprinzip des vereinfachten Verfahrens mit Nennkrümmung angewendet werden (vgl. Abschnitt 3.4.1.4). Bild 3.21 zeigt ein mögliches Vorgehen zur Bestimmung des Zusatzmoments  $M_2$  nach Theorie II. Ordnung mit vereinfachtem Krümmungsverlauf.

Für Stützen mit sprunghaft veränderlichem Querschnitt kann zur Ermittlung der Zusatzausmitte  $e_{2,1}$  ein abschnittsweise konstanter Krümmungsverlauf mit der jeweils zugehörigen Grenzkrümmung  $\kappa_{u,i}$  angesetzt werden. Für Druckglieder mit gleichmäßig veränderlichem Querschnitt kann hingegen z. B. ein bilinearer Krümmungsverlauf unter Verwendung der Grenzkrümmungen  $\kappa_{u,2}$  am Stützenfuß,  $\kappa_{u,M}$  in Stützenmitte und  $\kappa_{u,1}$  am Stützenkopf angenommen werden. Die Berücksichtigung des Eigengewichts bei der Abschätzung des Zusatzmoments  $M_{2,2}$  kann unter Annahme einer quadratischen Parabel als Biegelinie durch den in Bild 3.21 angegebenen Faktor  $\zeta$

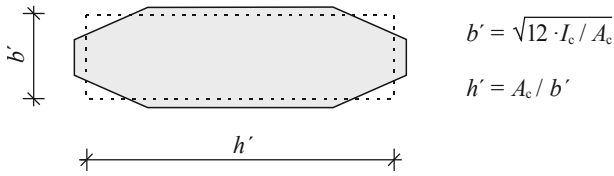
erfolgen. Die Grenzkrümmung  $\kappa_{u,i}$  lässt sich analog zur Gleichung (3.29) wie folgt bestimmen:

$$\kappa_{u,i} = \frac{2 \cdot \varepsilon_{yd}}{0,9 \cdot d_i} \quad (3.33)$$

Dabei ist  $d_i$  die statische Nutzhöhe im jeweils betrachteten Querschnitt.

### 3.5.3 Vom Rechteck und Kreis abweichende Querschnittsformen

Wie bereits in Abschnitt 3.4.1 erläutert, ist das vereinfachte Verfahren mit Nennkrümmung prinzipiell auch für Einzeldruckglieder anwendbar, die vom Rechteck und Kreis abweichenden Querschnittsformen aufweisen. Voraussetzung ist jedoch eine annähernd symmetrische Anordnung der Bewehrung und eine Querschnittsform, welche sich nicht erheblich vom Rechteck unterscheidet. Dann kann der Nachweis für einen Ersatzstab mit Ersatzrechteckquerschnitt unter Beibehaltung der ursprünglichen Werte  $I_c$  und  $A_c$  durchgeführt werden. Dabei erfolgt die Bestimmung des Ersatzquerschnitts gemäß Bild 3.22 im Sinne eines Flächenausgleichs. Die Ersatzhöhe  $h'$  muss kleiner werden als die Höhe des vorhandenen, vom Rechteck abweichenden Querschnitts.



**Bild 3.22:** Umrechnung eines Achtecks mit  $I_c$  und  $A_c$  in ein Ersatzrechteck  $b' \cdot h'$

Für Druckglieder mit Querschnittsformen, die deutlich vom Rechteck abweichen (z. B. ausgeprägte T-, I- und Hohlquerschnitte), wird hingegen empfohlen, eine programmunterstützte Bemessung, z. B. nach dem „Allgemeinen Verfahren“ nach DIN EN 1992-1-1, 5.8.6 bzw. Abschnitt 3.4.2.1, durchzuführen.

### 3.5.4 Umschnürte Druckglieder

Ein mehraxialer Druckspannungszustand, wie er z. B. bei umschnürten Druckgliedern vorliegen kann, führt zu einer Erhöhung der Druckfestigkeit sowie der Verformungsfähigkeit des Betons. Ein expliziter Bemessungsansatz für umschnürte Druckglieder – wie er z. B. in DIN 1045:1972 vorhanden war – ist in DIN EN 1992-1-1 nicht zu finden. Nach DIN EN 1992-1-1, 3.1.9 darf bei der Bemessung jedoch ein mehraxialer Spannungszustand durch eine modifizierte effektive Spannungs-Dehnungs-Linie mit erhöhten Festigkeiten und erhöhten kritischen Dehnungen berücksichtigt werden. Dabei ist zu beachten, dass die erhöhten Festigkeiten und Dehnungen nur für den umschnürten Betonkern  $A_{cc}$  (begrenzt durch die Mittellinien der Umschnürungsbewehrung) angesetzt werden dürfen und der Traganteil der Betondeckung im GZT in der Regel aufgrund von Abplatzungen nicht mehr gegeben ist.

Sind keine genaueren Angaben vorhanden, darf für den umschnürten Kernbeton ein Parabel-Rechteck-Diagramm nach DIN EN 1992-1-1, Bild 3.6 mit folgenden charakteristischen Festigkeitswerten und Dehnungen verwendet werden:

$$f_{ck,c} = f_{ck} \cdot (1,000 + 5,0 \sigma_2 / f_{ck}) \quad \text{für } \sigma_2 \leq 0,05 f_{ck} \quad (3.34a)$$

$$f_{ck,c} = f_{ck} \cdot (1,125 + 2,5 \sigma_2 / f_{ck}) \quad \text{für } \sigma_2 > 0,05 f_{ck} \quad (3.34b)$$

$$\varepsilon_{c2,c} = \varepsilon_{c2} \cdot (f_{ck,c} / f_{ck})^2 \quad (3.35)$$

$$\varepsilon_{cu2,c} = \varepsilon_{cu2} + 0,2 \cdot \sigma_2 / f_{ck} \quad (3.36)$$

Es bedeuten:

$\sigma_2$	(= $\sigma_3$ ) effektive Querdruckspannung im GZT infolge einer Querdehnungsbehinderung
$\varepsilon_{c2}$	Betondehnung bei Erreichen von $f_{ck}$ nach DIN EN 1992-1-1, Tabelle 3.1
$\varepsilon_{cu2}$	Betonbruchdehnung bei einaxialer Druckbeanspruchung nach DIN EN 1992-1-1, Tabelle 3.1

Die effektive Querdruckspannung ( $\sigma_2 = \sigma_3$ ) hängt von einer Vielzahl von Parametern (Dehnungsverhalten des Betons, Querschnittsform, Querbewehrungsgrad und -abstand, Anordnung der Längsbewehrung etc.) ab. Nach *Mander et. al. (1988)* kann  $\sigma_2$  für kreisförmige und rechteckige Umschnürungsbewehrung anhand folgender Formel ermittelt werden.

$$\sigma_2 = k_{ec} \cdot \sigma'_2 \quad (3.37)$$

Es bedeuten:

$\sigma'_2$	Querdruckspannung im GZT infolge einer Querdehnungsbehinderung bei Annahme einer gleichmäßigen Spannungsverteilung über die Oberfläche des umschnürten Betonkerns
$k_{ec}$	Wirksamkeitskoeffizient der Umschnürung (siehe unten) $= A_{ec} / A'_{cc}$
$A_{ec}$	Fläche des effektiv umschnürten Betonkerns (vgl. Bild 3.23 u. Bild 3.24)
$A'_{cc}$	$= A_{cc} \cdot (1 - \rho_{cc}) = A_{cc} - A_{sl}$
$\rho_{cc}$	$= A_{sl} / A_{cc}$ Längsbewehrungsgrad des umschnürten Betonkerns
$A_{cc}$	Querschnittsfläche des umschnürten Betonkerns (begrenzt durch die Mittellinien der Umschnürungsbewehrung)
$A_{sl}$	Querschnittsfläche der Stützenlängsbewehrung

Nach *Mander et. al. (1988)* kann der Wirksamkeitskoeffizient der Umschnürung  $k_{ec}$  bei einer kreisförmigen Bügelbewehrung mit Gleichung (3.38) und bei einer Wendelbewehrung mit Gleichung (3.39) berechnet werden. Die Querdruckspannung  $\sigma'_2$  kann für beide Fälle mit der auf der Kesselformel beruhenden Gleichung (3.40) ermittelt werden.

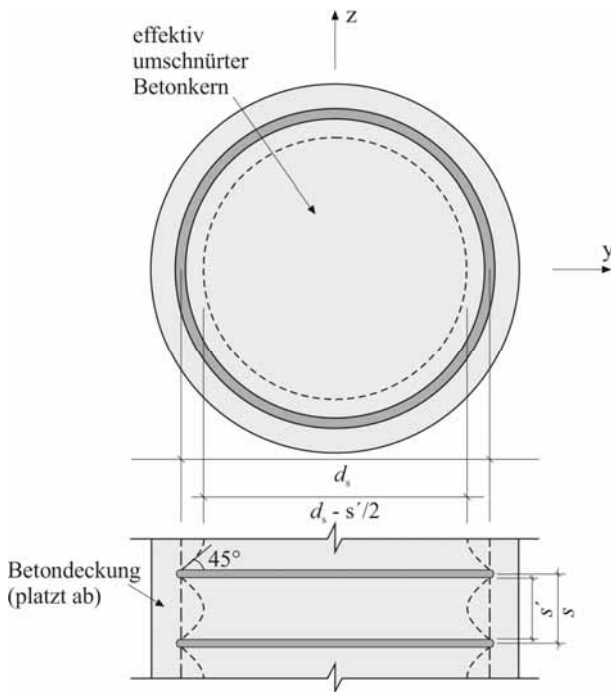
$$k_{ec} = \frac{\left(1 - \frac{s'}{2d_s}\right)^2}{1 - \rho_{cc}} \quad (\text{Bügelbewehrung}) \quad (3.38)$$

$$k_{ec} = \frac{1 - \frac{s'}{2d_s}}{1 - \rho_{cc}} \quad (\text{Wendelbewehrung}) \quad (3.39)$$

$$\sigma'_2 = \frac{2 \cdot A_{sw} \cdot f_{yd}}{s \cdot d_s} \quad (3.40)$$

Es bedeuten:

- $s, s'$  Achsabstand und lichter Abstand der Umschnürungsbewehrung (siehe Bild 3.23 bzw. Bild 3.24)
- $d_s$  Durchmesser des von der Wendel- bzw. kreisförmigen Bügelbewehrung umschnürten Betonkerns (siehe Bild 3.23)
- $A_{sw}$  Querschnittsfläche der Wendel- bzw. kreisförmigen Bügelbewehrung



**Bild 3.23:** Druckglied mit kreisförmiger Umschnürungsbewehrung

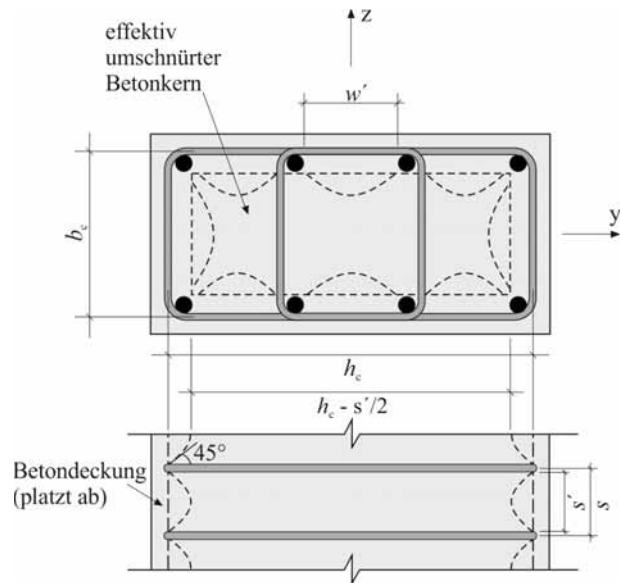
Bei einer Umschnürung mit rechteckigen Bewehrungsformen kann  $k_{ec}$  nach *Mander et. al. (1988)* mit Formel (3.41) bestimmt werden. Bei der Ermittlung der Querdruckspannung  $\sigma'_2$  ist zu berücksichtigen, dass rechteckige Stützen unterschiedliche Umschnürungsbewehrung in y- und z-Richtung und dadurch unterschiedliche Querdruckspannungsniveaus  $\sigma_{2,y}$  und  $\sigma_{2,z}$  aufweisen können (vgl. Bild 3.24). Eine äquivalente Gesamtquerdruckspannung kann nach *Saatcioglu/Razvi (1992)* unter Berücksichtigung der Querschnittsabmessungen  $h_c$  und  $b_c$  mit Gleichung (3.42) bestimmt werden.

$$k_{ec} = \frac{\left(1 - \frac{\sum w_i'^2}{6h_c b_c}\right) \left(1 - \frac{s'}{2h_c}\right) \left(1 - \frac{s'}{2b_c}\right)}{1 - \rho_{cc}} \quad (3.41)$$

$$\sigma'_2 = \frac{\sigma_{2,y} \cdot b_c + \sigma_{2,z} \cdot h_c}{b_c + h_c} \quad (3.42)$$

Es bedeuten:

- $w_i'$  lichter Abstand benachbarter Längsbewehrungsstäbe (siehe Bild 3.24)
- $h_c, b_c$  Höhe und Breite des umschnürten Betonkerns zwischen den Mittellinien der Umschnürungsbewehrung (siehe Bild 3.24)
- $\sigma_{2,y}$  Querdruckspannung, die auf den Betonkern in y-Richtung wirkt  
 $= A_{sw,y} \cdot f_{yd} / (s \cdot b_c)$
- $\sigma_{2,z}$  Querdruckspannung, die auf den Betonkern in z-Richtung wirkt  
 $= A_{sw,z} \cdot f_{yd} / (s \cdot h_c)$
- $A_{sw,y}$  Querschnittsfläche sämtlicher Querbewehrungsstäbe in y-Richtung
- $A_{sw,z}$  Querschnittsfläche sämtlicher Querbewehrungsstäbe in z-Richtung



**Bild 3.24:** Druckglied mit rechteckiger Umschnürungsbewehrung

### 3.5.5 Bewehrte Wände

Bei bewehrten Wänden dürfen die Auswirkungen nach Theorie II. Ordnung vernachlässigt werden, wenn die Schlankheit  $\lambda$  unterhalb des Grenzwertes  $\lambda_{lim}$  liegt (vgl. Bild 3.10). Die Knicklänge  $l_0$  kann dabei nach Abschnitt 3.6.3.5 ermittelt werden.

Für die einzuhaltenden Konstruktionsregeln sowie die erforderliche Mindestbewehrung für bewehrte Wände wird auf DIN EN 1992-1-1, 9.6 verwiesen.

### 3.5.6 Unbewehrte oder gering bewehrte Bauteile

Bauteile aus unbewehrtem Beton oder Bauteile, bei denen die vorhandene Bewehrung die Mindestbewehrung unterschreitet, sind als unbewehrte oder gering bewehrte Bauteile zu betrachten und nach DIN EN 1992-1-1, 12 zu bemessen.

Nach DIN EN 1992-1-1, 12.6.5.1 (NA.6) sind unbewehrte oder gering bewehrte Druckglieder unabhängig von der Schlankheit  $\lambda$  als schlanke Bauteile zu behandeln. Ist  $l/h < 2,5$ , darf eine Schnittgrößenermittlung nach Theorie II. Ordnung entfallen. Die Schlankheit unbewehrter Wände und Stützen in Ortbeton darf nach DIN EN 1992-1-1, 12.6.5.1 (5) in der Regel den Wert  $\lambda = 86$  (d. h.  $l_0/h_w = 25$ ) nicht überschreiten.

Die im GZT aufnehmbare Längsdruckkraft von Einzeldruckgliedern oder Wänden in unverschieblich ausgesteiften Tragwerken darf nach DIN EN 1992-1-1, 12.6.5.2 vereinfachend nach Gleichung (3.43) ermittelt werden. Alternativ kann auch eine aufwendigere Berechnung nach dem „Allgemeinen Verfahren“ nach DIN EN 1992-1-1, 5.8.6 (vgl. Abschnitt 3.4.2.1) erfolgen, die nach DAFStb-Heft 600 zu wirtschaftlicheren Ergebnissen führen kann.

$$N_{Rd} = b \cdot h_w \cdot f_{cd,pl} \cdot \Phi \quad (3.43)$$

Es bedeuten:

$N_{Rd}$	Bemessungswert der aufnehmbaren Normalkraft
$b$	Gesamtbreite des Querschnitts
$h_w$	Gesamtdicke des Querschnitts
$f_{cd,pl}$	Bemessungsdruckfestigkeit für unbewehrten Beton $= \alpha_{cc,pl} \cdot f_{ck}/\gamma_c$
$\alpha_{cc,pl}$	$= 0,7$
$\Phi$	Faktor zur Berücksichtigung der Lastausmitte, einschließlich der Auswirkungen nach Theorie II. Ordnung und ggf. der normalen Auswirkungen des Kriechens

Der Faktor  $\Phi$  darf für ausgesteifte Bauteile wie folgt angenommen werden:

$$\begin{aligned} \Phi &= 1,14 \left( 1 - 2 \cdot \frac{e_{tot}}{h_w} \right) - 0,02 \cdot \frac{l_0}{h_w} \\ &\leq 1 - 2 \cdot \frac{e_{tot}}{h_w} \end{aligned} \quad (3.44)$$

Es bedeuten:

$e_{tot}$	$= e_0 + e_i$
$e_0$	Lastausmitte nach Theorie I. Ordnung, ggf. unter Berücksichtigung der Einwirkungen aus anschließenden Decken (z. B. Einspannmomente zwischen Platte und Wand) sowie horizontaler Einwirkungen
$e_i$	Lastausmitte infolge Imperfektionen, siehe Abschnitt 3.2

Eine Zusatzausmitte infolge von Kriechen in  $e_{tot}$  darf im Allgemeinen vernachlässigt werden.

Nach DIN EN 1992-1-1, 12.6.2 sollte zur Sicherstellung eines ausreichend duktilen Bauteilverhaltens für stabförmige unbewehrte Bauteile mit Rechteckquerschnitt die Ausmitte der Längsdruckkraft in der maßgebenden Einwirkungskombination des GZT auf  $e_{tot}/h < 0,4$  beschränkt werden.

Zu beachten ist auch, dass die konstruktive Durchbildung von schlanken Wänden besonderer Aufmerksamkeit bedarf, da bei Erreichen der Traglast nur eine geringe Aktivierung einer Umschnürungswirkung stattfindet und damit nur geringe Umlagerungsmöglichkeiten vorhanden sind.

Die Bemessung zweiachsig exzentrisch beanspruchter Druckglieder mit rechteckigem Querschnitt darf nach *Förster/Graubner (2018)* auf Grundlage der Tragfähigkeit ausschließlich einachsig exzentrisch beanspruchter Druckglieder mit rechnerisch reduzierten Querschnittsabmessungen erfolgen. Dabei kann für die Ermittlung der Tragfähigkeit bei einachsig exzentrischer Beanspruchung vereinfachend die aufnehmbare Längsdruckkraft von Einzeldruckgliedern oder Wänden gemäß Gleichung (3.43) verwendet werden.

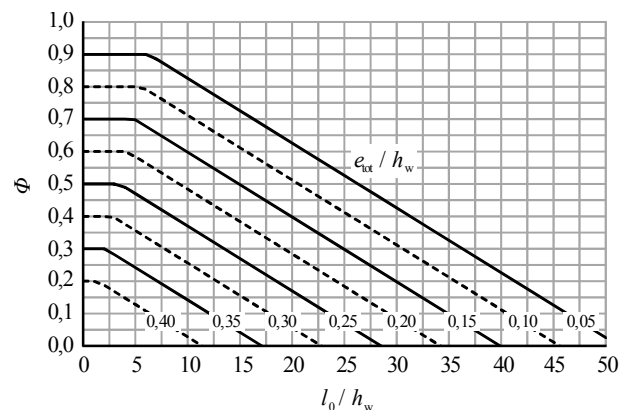
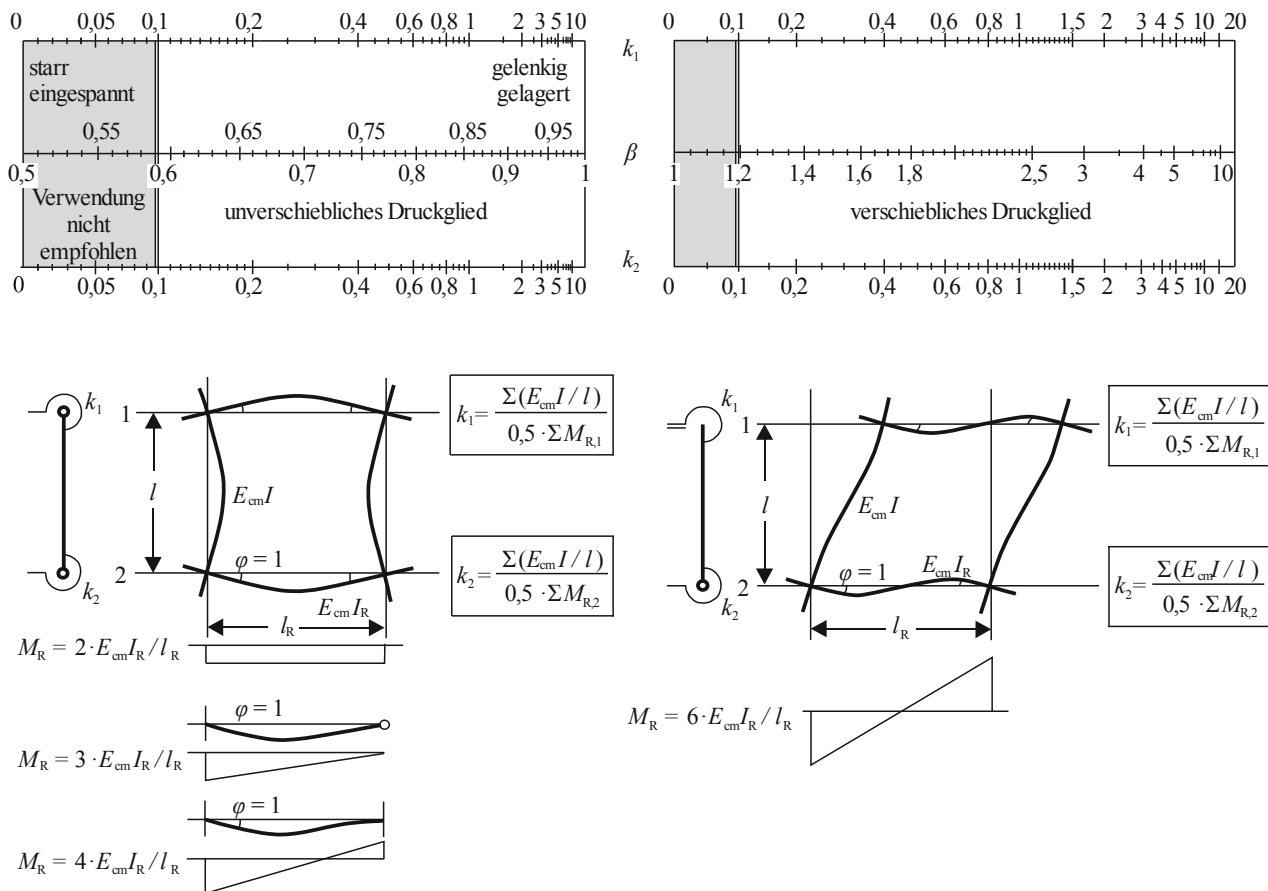


Bild 3.25: Beiwert  $\Phi$





**Bild 3.26:** Knicklängenbeiwerte  $\beta$  in unverschieblichen und verschieblichen Rahmen

### 3.6 Knicklänge

#### 3.6.1 Allgemeines

Die Knicklänge  $l_0$  wird nach der folgenden Gleichung bestimmt:

$$l_0 = \beta \cdot l \quad (3.45)$$

Es bedeuten:

$\beta$	Knicklängenbeiwert
$l$	Stützenlänge

Für Druckglieder in unverschieblichen Rahmen kann die Bestimmung des Knicklängenbeiwertes uneingeschränkt mit Bild 3.26 erfolgen. Bei verschieblichen Rahmen liefert Bild 3.26 nur zutreffende Ergebnisse, wenn eine Regelmäßigkeit vorliegt und die Stabkennzahlen  $\varepsilon = l \cdot \sqrt{N/EI}$  der Stützen in aufeinanderfolgenden Geschossen folgende Bedingung erfüllen:

$$0,80 \leq \varepsilon_i / \varepsilon_{i+1} \leq 1,25 \quad (3.46)$$

Ist diese Voraussetzung nicht erfüllt oder handelt es sich generell um ein unregelmäßiges System (z. B.

eine in den Obergeschossen durchgehende Stütze fehlt im Erdgeschoss) ist nach *Kordina/Quast (1990)* ein Nachweis am Gesamtsystem zu führen (vgl. Abschnitt 3.3).

Bei der Knicklängenbeiwertbestimmung anhand von Bild 3.26 werden die Auswirkungen der Einspannbedingungen beider Stützenenden auf die Knicklänge berücksichtigt. Eingangsparameter sind die Einspannverhältnisse  $k$  am Stützenkopf 1 und Stützenfuß 2 des betrachteten Geschosses:

$$k = \frac{\sum(E_{cm} \cdot I/l)}{0,5 \cdot \sum M_R} \quad (3.47)$$

Es bedeuten:


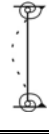
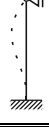
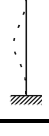
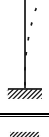
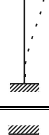

$E_{cm}$	mittlerer Sekanten-Elastizitätsmodul des Betons
$I, I_R$	Flächenträgheitsmomente von Stütze und Riegel im Zustand I
$l, l_R$	Systemlänge von Stütze und Riegel

Werte kleiner als 0,1 sollten jedoch nicht angesetzt werden, da in der Realität aufgrund der Rissbildung in den Stahlbetonriegeln oder der Fundamentverdrehung

keine starre Einspannung auftritt. Bei der Ermittlung der Knicklängen sind nach DIN EN 1992-1-1, 5.8.3.2 (5), die Auswirkungen einer Rissbildung auf die Steifigkeit einspannender Bauteile zu berücksichtigen. DAfStb-Heft 600 empfiehlt daher, dass für die Druckglieder die Steifigkeit des ungerissenen Betonquerschnitts und für die einspannenden Riegel die Hälfte der Steifigkeit des ungerissenen Betonquerschnitts angesetzt werden.

Alternativ zur Anwendung der Nomogramme in Bild 3.26 können auch die in DIN EN 1992-1-1, 5.8.3.2 (3) angegebenen Formeln zur Berechnung der Knicklänge von Druckgliedern in üblichen Rahmen verwendet werden.

**Tabelle 3.4:** Knicklängenbeiwerte  $\beta$  für Standardfälle

	Lagerung	Verschieblichkeit	System	$\beta$
1	beide Enden gelenkig	unverschieblich		1,0
2	beide Enden elastisch eingespannt	unverschieblich		$\geq 0,7$
3	ein Ende starr eingespannt, das andere gelenkig	unverschieblich		$\sim 0,7$
4	beide Enden starr eingespannt	unverschieblich		0,5
5	ein Ende starr eingespannt	verschieblich		2,0
6	beide Enden starr eingespannt	verschieblich		1,0
7	beide Enden elastisch eingespannt	verschieblich		$\geq 1,3$

### 3.6.2 Standardfälle

Tabelle 3.4 gibt eine Übersicht der Knicklängen für häufig benötigte Standardfälle. Bei der Anwendung dieser Tabelle ist zu berücksichtigen, dass bis auf die Lagerungsfälle 2 und 7 nur ideale Einspannbedingungen („vollkommen gelenkig“ und „vollständig eingespannt“) erfasst werden.

### 3.6.3 Sonderfälle

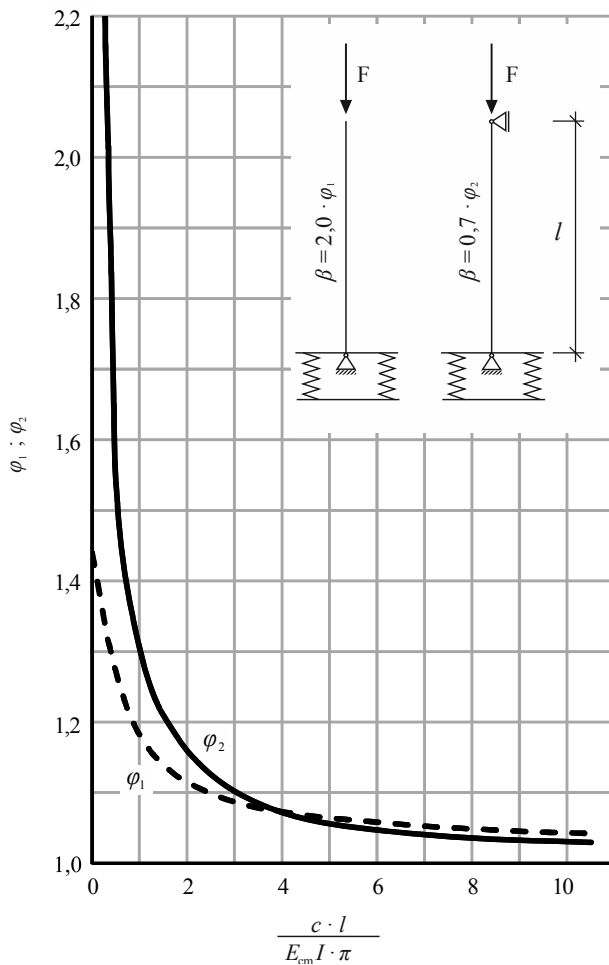
#### 3.6.3.1 Elastisch in Fundamente eingespannte Stützen

Die Nachgiebigkeit des Baugrunds kann bei der Ermittlung des Knicklängenbeiwerts durch die Beiwerte  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  berücksichtigt werden (Bild 3.27). Der Eingangsparameter  $c \cdot l / (E_{\text{cm}} \cdot I \cdot \pi)$  lässt sich berechnen mit:

- $c$  Drehfederkonstante des Fundaments [MNm]  
 $= 4 \cdot E_{\text{dyn}} \cdot I_F / \sqrt{A_F}$
- $I$  Trägheitsmoment der Stütze, bezogen auf die Knickachse [m<sup>4</sup>]
- $E_{\text{dyn}}$  dynamischer Steifemodul des Bodens für Kurzzeitbelastung [MN/m<sup>2</sup>] (siehe z. B. Tabelle 3.5)
- $I_F$  Trägheitsmoment der Fundamentfläche bezogen auf die Knickachse [m<sup>4</sup>]
- $A_F$  Fundamentfläche [m<sup>2</sup>]

**Tabelle 3.5:** Anhaltswerte für den dynamischen Steifemodul des Bodens bei Kurzzeitbelastung aus Rausch et al. (1973)

	Bodenart	Steifemodul (dynamisch) $E_{\text{dyn}}$ [MN/m <sup>2</sup> ]
nichtbindig	Sand, locker, rund	150 - 300
	Sand, locker, eckig	150 - 300
	Sand, mitteldicht, rund	200 - 500
	Sand, mitteldicht, eckig	200 - 500
	Kies ohne Sand	300 - 800
	Naturschotter, scharfkantig	300 - 800
bindig	Ton, hart	100 - 500
	Ton, halbfest	40 - 150
	Ton, schwer knetbar, steif	30 - 80
	Lehm, Geschiebemergel, fest	100 - 500
	Lehm, weich, Lösslehm	50 - 150
	Schluff	30 - 100
	Schlick, Klei, org. mager	10 - 30



**Bild 3.27:** Knicklängenbeiwerte  $\beta$  für elastisch in Fundamente eingespannte Stützen

### 3.6.3.2 Gekoppelte Kragstützen

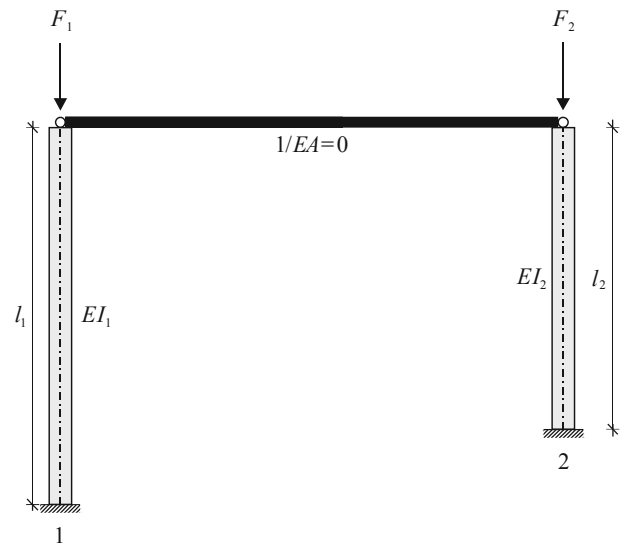
Werden zwei Kragstützen über einen am Kopf gelenkig angeschlossenen Riegel miteinander gekoppelt (Bild 3.28a), ist die gegenseitige Beeinflussung der beiden Stützen bei der Bestimmung der Knicklänge zu berücksichtigen. Diese können in Abhängigkeit von den Parametern

$$\mu = \frac{F_2}{F_1} \cdot \frac{l_1}{l_2} \quad (3.48)$$

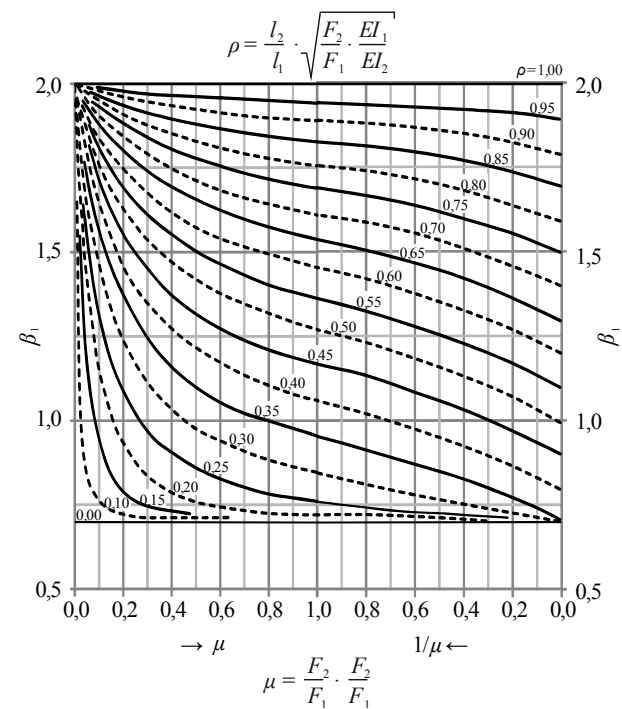
und

$$\rho = \frac{l_2}{l_1} \cdot \sqrt{\frac{F_2}{F_1} \cdot \frac{EI_1}{EI_2}} \quad (3.49)$$

mit Bild 3.28 erfasst werden. Hierbei ist die Bezugsstütze "1" so zu wählen, dass  $0 \leq \rho \leq 1$  gilt.



**a System**



**b Knicklängenbeiwert  $\beta_1$**

**Bild 3.28:** Gekoppelte Kragstützen

Aus der Ablesung in Bild 3.28b ergeben sich die beiden Knicklängen

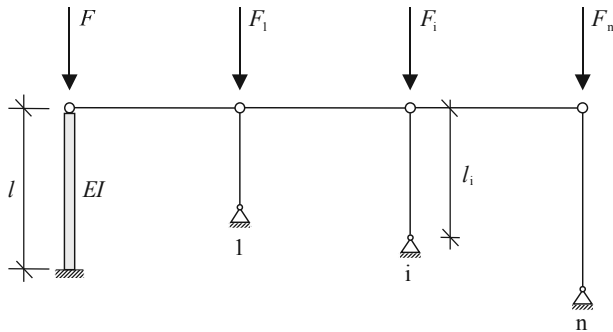
$$l_{0,1} = \beta_1 \cdot l_1 \quad (3.50)$$

und

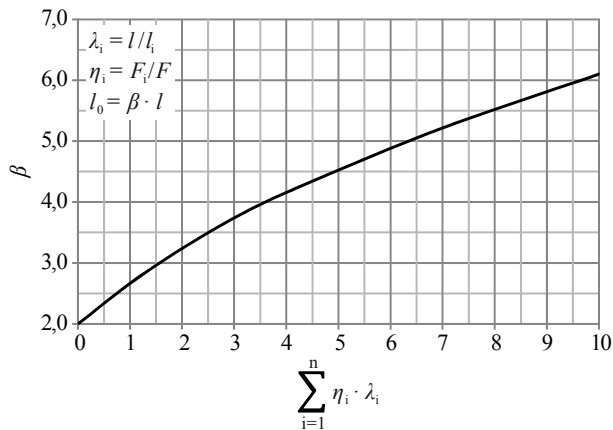
$$l_{0,2} = \beta_2 \cdot l_2 = \frac{\beta_1}{\rho} \cdot l_2 \quad (3.51)$$

### 3.6.3.3 Kragstütze mit angehängten Pendelstützen

Werden eine oder mehrere Pendelstützen an eine aussteifende Kragstütze angehängt, führen horizontale Abtriebskräfte aus den angehängten Pendelstützen zu einer deutlichen Erhöhung der Knicklänge der Kragstütze. Diese kann anhand des Diagramms in Bild 3.29 ermittelt werden, wobei  $n$  die Anzahl der Pendelstützen bezeichnet.



a System



b Knicklängenbeiwert  $\beta$

**Bild 3.29:** Angehängte Pendelstützen

Weitere Diagramme zu gekoppelten oder angehängten Rahmensystemen finden sich z. B. in *Petersen (2011)*.

### 3.6.3.4 Kragstütze mit Auflast und konstanter Eigenlast

Das Eigengewicht der Stütze kann vereinfachend zur am Stützenkopf einwirkenden Normalkraft  $N_o$  hinzuaddiert werden. Diese Vereinfachung führt insbesondere bei auskragenden Stützen mit kleiner Auflast und großer Eigenlast zu einer unwirtschaftlicheren Bemessung. Für solche Fälle kann der Knicklängenbeiwert  $\beta$  mit Gleichung (3.52) bestimmt werden (siehe Bild 3.30).

$$\beta = 2 \cdot \sqrt{\frac{1 + 2 \cdot N_o / N_u}{3}} \quad (3.52)$$

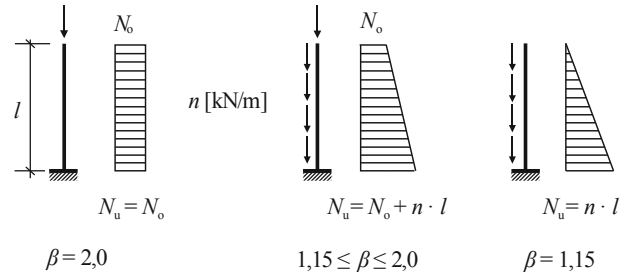
Es bedeuten:

$N_o$

Normalkraft am Stützenkopf

$N_u$

Normalkraft am Stützenfuß



**Bild 3.30:** Kragstütze mit Auflast und Eigenlast aus *Bindseil (2002)*

Weitere Formeln zur Bestimmung der Knicklänge von Stützen mit kleiner Auflast und großer Eigenlast für andere Lagerungsfälle finden sich z. B. in *Albert et al. (2016)*.

### 3.6.3.5 Wände

Die Knicklänge  $l_0$  von Wänden kann mit

$$l_0 = \beta \cdot l_w \quad (3.53)$$

ermittelt werden, wobei  $l_w$  die lichte Wandhöhe bezeichnet.

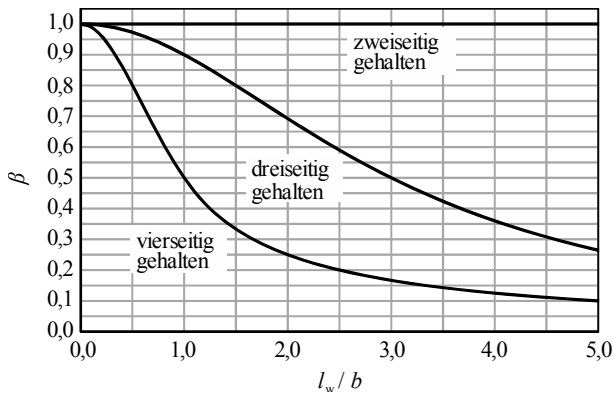
Entsprechend der Lagerungsbedingungen lassen sich die Knicklängenbeiwerte  $\beta$  gemäß DIN EN 1992-1-1, 12.6.5.1 oder Bild 3.31 bestimmen. Dabei bezeichnet  $b$  die lichte Wandbreite. Querwände dürfen als aussteifende Wände angenommen werden, wenn sie die folgenden Voraussetzungen erfüllen, mit  $l_w$  als lichte Höhe und  $h_w$  als Gesamtdicke der ausgesteiften Wand:

- Gesamtdicke  $\geq 0,5 \cdot h_w$
- Höhe  $= l_w$
- Länge  $l_{ht} \geq l_w/5$
- keine Öffnungen innerhalb der Länge  $l_w/5$

Sowohl den Angaben in DIN EN 1992-1-1, 12.6.5.1, Tabelle 12.1 als auch Bild 3.31 liegt zugrunde, dass die Wand keine Öffnungen aufweist, deren Höhe 1/3 von  $l_w$  oder deren Fläche 1/10 der Wandfläche  $l_w \cdot b$  überschreitet. Werden diese Voraussetzungen nicht eingehalten, sind in der Regel die zwischen den Öffnungen liegenden Wandteile als zweiseitig gehalten

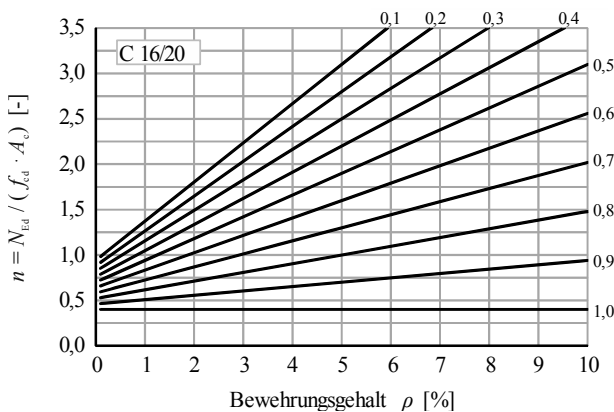
und ggf. die zwischen Öffnung und aussteifender Querwand liegenden Wandteile als dreiseitig gehalten zu betrachten.

Sind Kopf- und Fußende einer zweiseitig gehaltenen Wand monolithisch mit anderen Tragwerksteilen und ausreichender Bewehrung zur Aufnahme der Einspannmomente verbunden, darf die Knicklänge zu  $l_0 = 0,85 \cdot l_w$  gewählt werden.

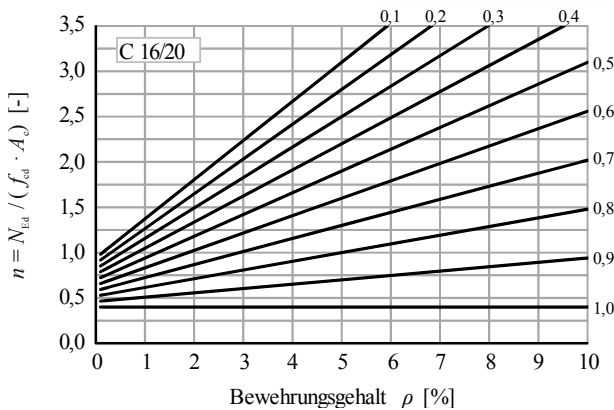


**Bild 3.31:** Knicklängenbeiwerte  $\beta$  für Wände

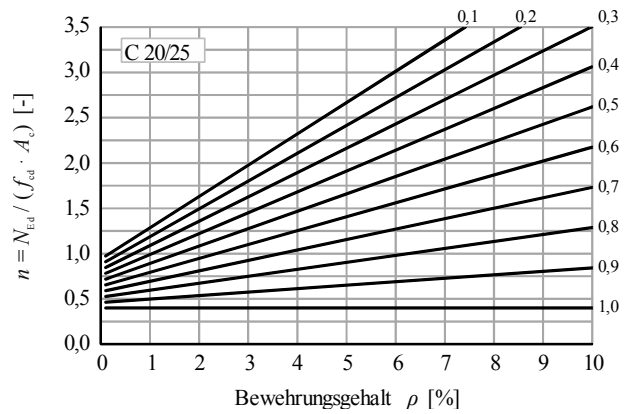
### 3.7 Nomogramme zur Ermittlung des Beiwerts $K_r$



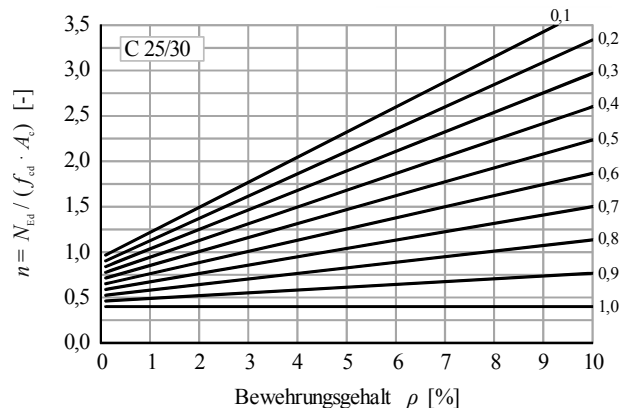
**Bild 3.32:** Beiwert  $K_r$  für C12/15



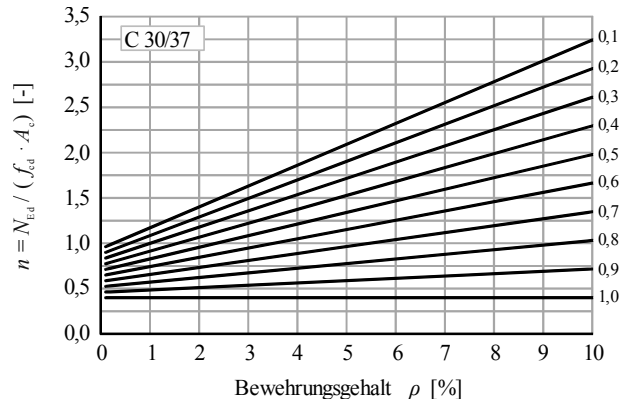
**Bild 3.33:** Beiwert  $K_r$  für C16/20



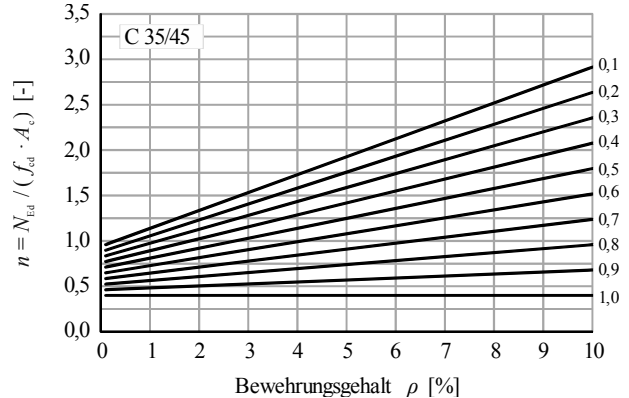
**Bild 3.34:** Beiwert  $K_r$  für C20/25



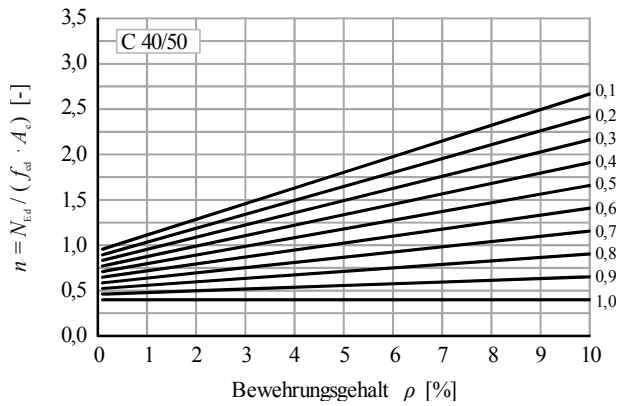
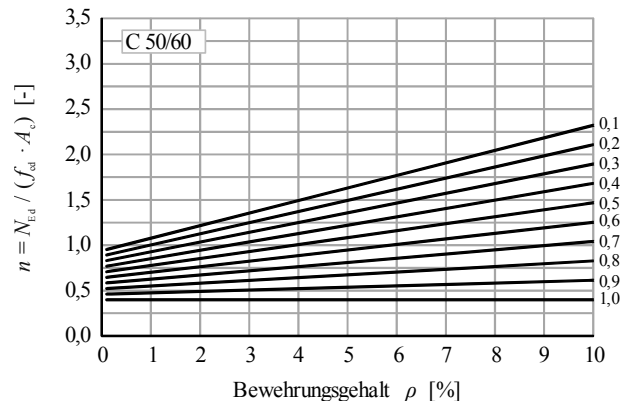
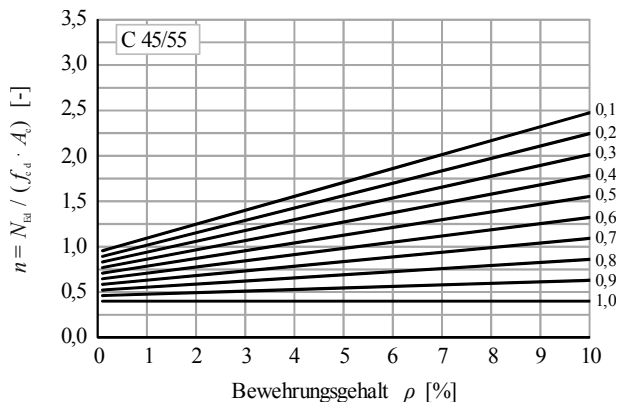
**Bild 3.35:** Beiwert  $K_r$  für C25/30



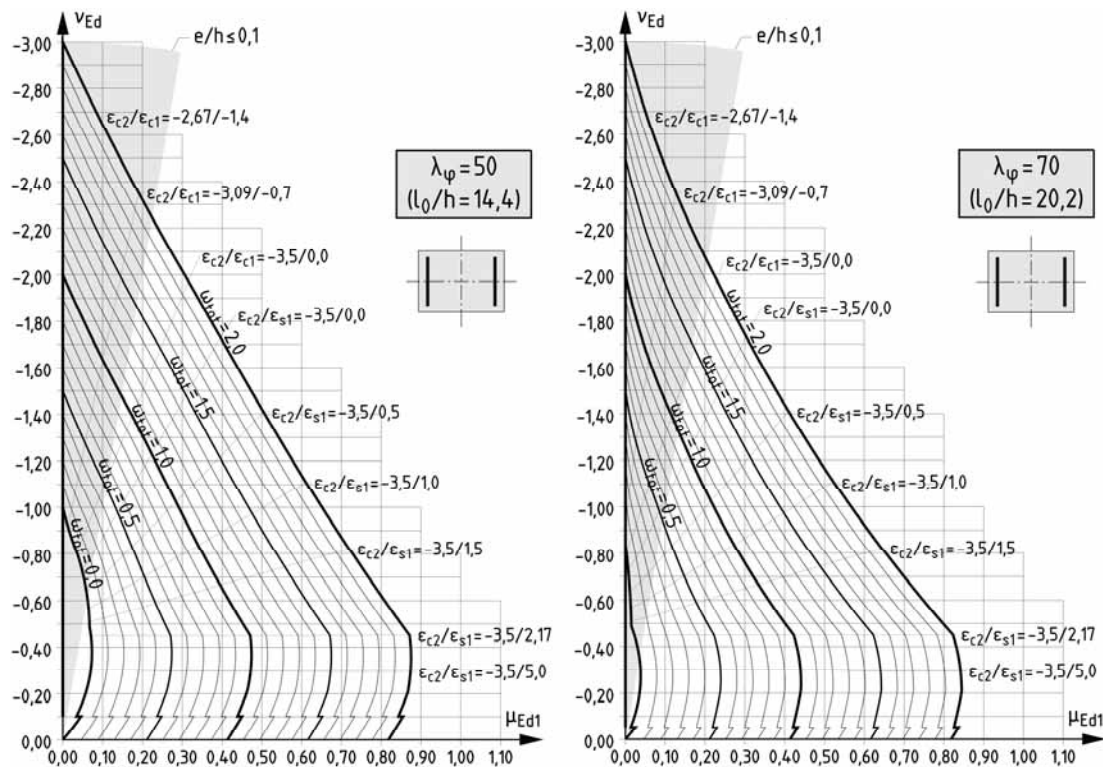
**Bild 3.36:** Beiwert  $K_r$  für C30/37

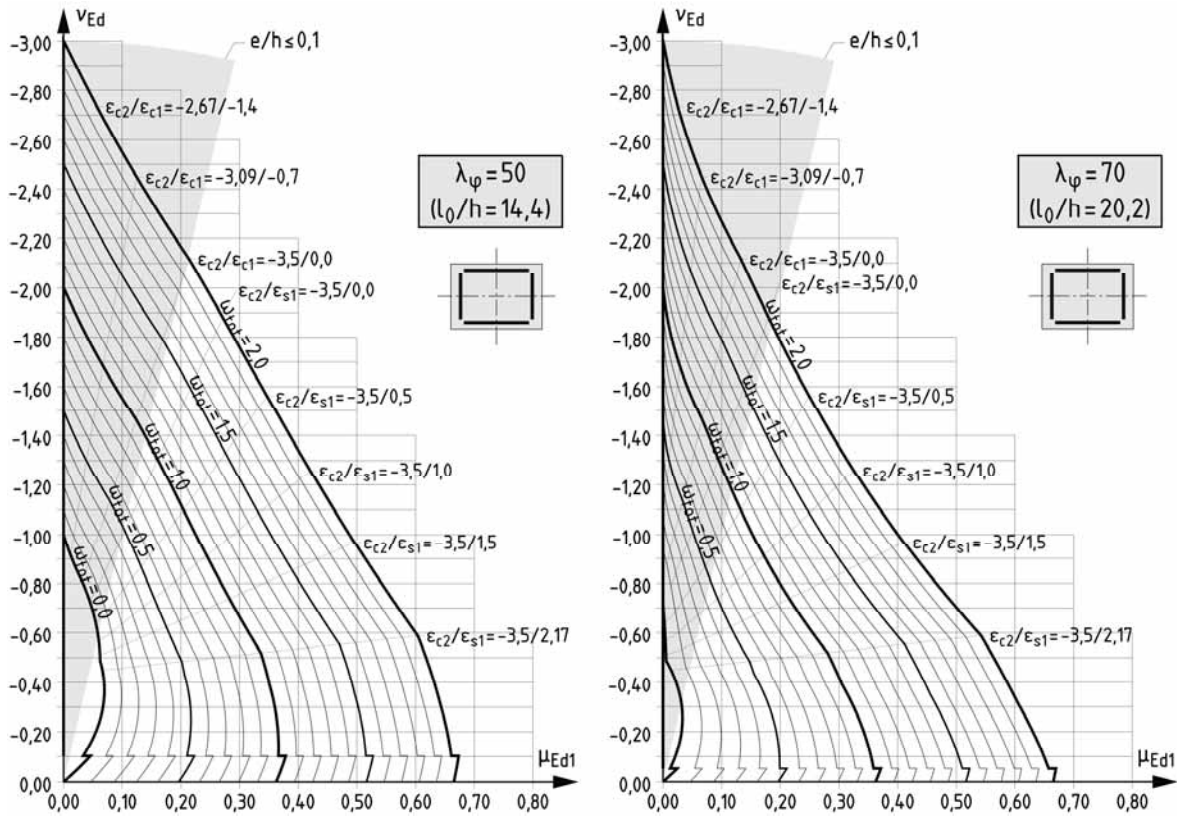


**Bild 3.37:** Beiwert  $K_r$  für C35/45

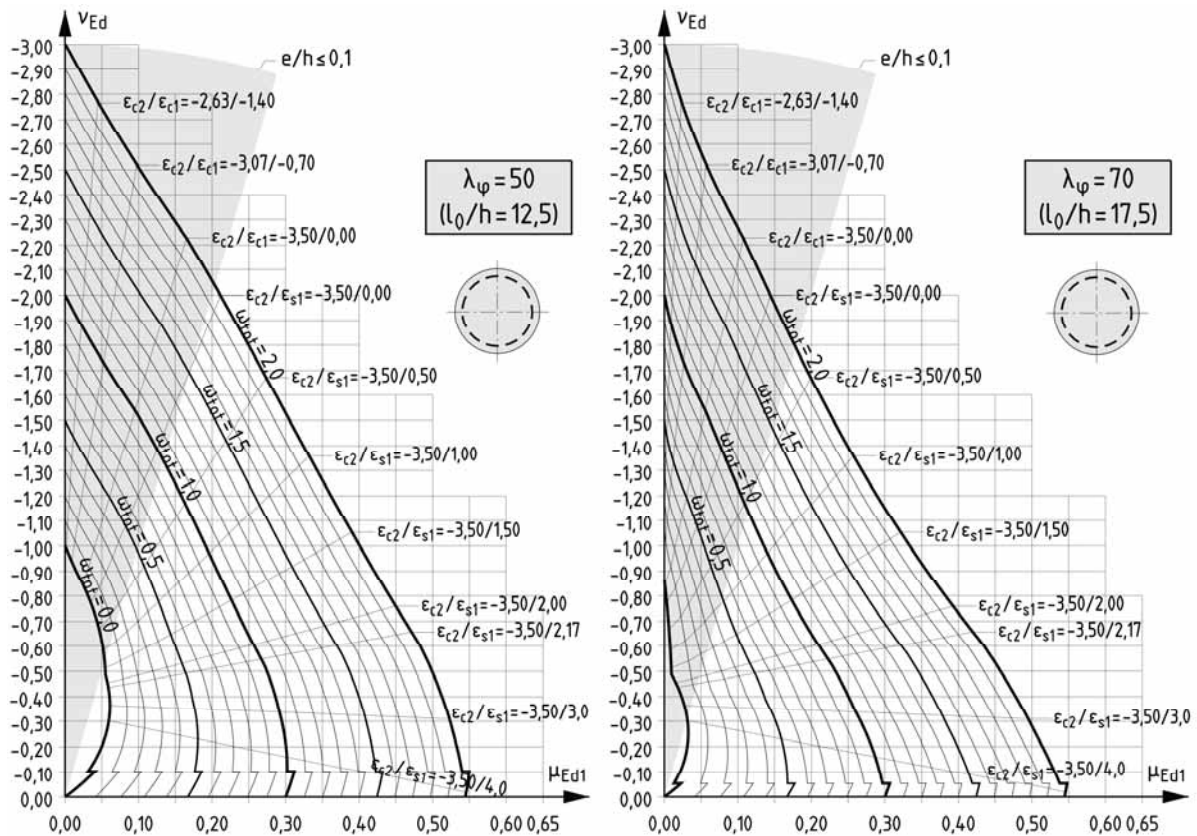
Bild 3.38: Beiwert  $K_r$  für C40/50Bild 3.40: Beiwert  $K_r$  für C50/60Bild 3.39: Beiwert  $K_r$  für C45/55

### 3.8 Ausgewählte Interaktionsdiagramme nach dem Modellstützenverfahren

Bild 3.41: Interaktionsdiagramme für den symmetrisch bewehrten Rechteckquerschnitt (C12/15 bis C50/60;  $d_1/h = 0,10$ )



**Bild 3.42:** Interaktionsdiagramme für den vierseitig bewehrten Rechteckquerschnitt (C12/15 bis C50/60;  $d_1/h = 0,10$ )



**Bild 3.43:** Interaktionsdiagramme für den konzentrisch bewehrten Kreisquerschnitt (C12/15 bis C50/60;  $d_1/h = 0,10$ )

### 3.9 Literatur

- Albert, A. et al.: *Schneider – Bautabellen für Ingenieure mit Berechnungshinweisen und Beispielen*. 22. Auflage, Köln, Bundesanzeiger, 2016.
- Bindseil, P.: *Massivbau – Bemessung im Stahlbetonbau*. 3. Auflage, Braunschweig/Wiesbaden: Friedrich Vieweg & Sohn, 2002.
- DAfStb-Heft 600: *Erläuterungen zu DIN EN 1992-1-1 und DIN EN 1992-1-1/NA (Eurocode 2)*. Berlin, Beuth Verlag, 2012.
- DAfStb-Heft 631: *Hilfsmittel zur Schnittgrößenermittlung und zu besonderen Detailnachweisen bei Stahlbetontragwerken*. Berlin, Beuth Verlag, 2018.
- DIN 1045:1972-01: *Beton und Stahlbetonbau, Bemessung und Ausführung*.
- DIN EN 1992-1-1:2011-01: *Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau*. Berlin, Beuth Verlag.  
Mit: DIN EN 1992-1-1/A1:2015-03.
- DIN EN 1992-1-1/NA:2013-04: *Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau*. Berlin, Beuth Verlag.  
Mit: DIN EN 1992-1-1/NA/A1:2015-12.
- European Concrete Platform ASBL: *Eurocode 2 – Commentary* (2008). Version 08.11.2016.
- Fingerloos, F.; Zilch, K.: *Neuausgabe von DIN 1045-1 – Hintergründe und Erläuterungen*. In: *Bauingenieur* (2008), Band 83, Heft 4, S. 147-157.
- Förster, V.; Graubner, C.-A.: *Tragfähigkeit unbewehrter Betondruckglieder bei zweiachsig exzentrischer Beanspruchung*. In: *Beton- und Stahlbetonbau* (113), Heft 2, 2018, S. 136-146.
- Goris, A.; Schmitz, P.: *Bemessungstabellen nach Eurocode 2 – Normalbeton, Hochfester Beton, Leichtbeton*. Köln, Bundesanzeiger Verlag, 2. Auflage, 2014.
- Goris, A.; Schmitz, U. P.: *Bemessungs- und Konstruktionstabellen nach EC 2*. In: Albert, A. (Hrsg.), *Schneider – Bautabellen für Ingenieure mit Berechnungshinweisen und Beispielen*. 22. Auflage, Köln: Bundesanzeiger, 2016.
- Kordina, K.; Quast, U.: *Bemessung von schlanken Bauteilen – Knicksicherheitsnachweis*. In: *Betonkalender – Teil I* (1990), S. 489-583.
- Kordina, K.; Quast, U.: *Bemessung von schlanken Bauteilen für den durch Tragwerksverformungen beeinflussten Grenzzustand der Tragfähigkeit – Stabilitätsnachweis*. In: *Betonkalender – Teil I* (2001), S. 349-416.
- Mander, J.-B. et al.: *Theoretical stress-strain model for confined concrete*. In: *Journal of Structural Engineering* (1988), No. 8, S. 1804-1826.
- Quast, U.: *Stützenbemessung*. In: *Betonkalender – Teil II* (2004), S. 377-448.
- Petersen, Ch.: *Statik und Stabilität der Baukonstruktionen*. Vieweg+Teubner Verlag, 2011.
- Rausch, E. et al.: *Maschinenfundamente und andere dynamisch beanspruchte Baukonstruktionen*. In: *Betonkalender – Teil II* (1973), S. 131-217.
- Saatcioglu, M.; Razvi, S. R.: *Strength and ductility of confined concrete*. In: *Journal of Structural Engineering* (1992), No. 6, S. 1590-1607.
- VDI-Richtlinie 6201: *Softwaregestützte Tragwerksberechnung – Grundlagen, Anforderungen, Modellbildung*. Verein Deutscher Ingenieure (VDI), 2015.
- Zilch, K.; Zehetmaier, G.: *Bemessung im konstruktiven Betonbau – Nach DIN 1045-1 (Fassung 2008) und EN 1992-1-1 (Eurocode 2)*. 2. Auflage, Berlin/Heidelberg: Springer-Verlag, 2010.



## 4 Begrenzung der Rissbreiten

### 4.1 Allgemeines

Risse entstehen im Beton immer dort, wo die effektiv vorhandene Betonzugfestigkeit überschritten ist. Die hierzu erforderliche Betonzugspannung wird durch zahlreiche Faktoren und Randbedingungen beeinflusst. Zur Unterscheidung wird oftmals eine Unterteilung in Rissbildungen infolge

- betontechnologischer Randbedingungen,
- äußerer Last- und Zwangeinwirkungen und
- sonstiger Effekte

gemacht.

Rissbildungen infolge betontechnologischer Randbedingungen treten vor allen Dingen im frühen Betonalter auf und werden z. B. hervorgerufen durch:

- plastisches Schwinden
- plastisches Absetzen des Betons in der Schalung
- ungleichmäßige Temperaturverteilungen infolge Hydratationswärme

Rissbildungen infolge sonstiger Effekte werden oftmals durch Volumenveränderungen im erhärteten Beton ausgelöst; diese können z. B. sein:

- Bewehrungskorrosion
- Frost-Tau-Wechsel
- Kriecheffekte
- sekundäre Ettringitbildung

Neben diesen Parametern hängt die Rissbildung aber auch von geometrischen und mechanischen Einflussgrößen ab, wie z. B.:

- Bauteildicke und Bauteilform
- Betondeckung
- Bewehrungsgrad
- Lage und Führung der Bewehrung
- Stabdurchmesser der Bewehrung
- Verbundeigenschaften der Bewehrung
- Vorhandensein von Querbewehrungselementen

Grundsätzlich sind die dann auftretenden Rissbildungen durch geeignete Maßnahmen in ihrem Auftreten und ihrer Rissbreite zu begrenzen, um Anforderungen u. a. im Hinblick auf Dauerhaftigkeit, Aussehen, Nutzung, Dichtigkeit (ggf. auch gegen spezielle Umwelteinflüsse) zu erfüllen.

Hierzu sind direkt am Anfang der Planung die Anforderungen an die Rissbreiten festzulegen. Dabei ist zunächst zwischen „normalen“ und „erhöhten“ Anforderungen zu unterscheiden. Normale Anforderungen liegen z. B. bei Bauteilen des Hochbaus vor. Grenzwerte für rechnerische Rissbreiten von Hochbauten finden sich in DIN EN 1992-1-1, 7.3.1. Erhöhte Anforderungen liegen vor, wenn besondere Ansprüche z. B. an die Dauerhaftigkeit und Dichtigkeit gestellt werden. Dies können Bauteile von Straßenbrücken, Behältern und Sichtbetonbauteilen sein. Hier sind weitergehende Regelungen (z. B. *WU-Richtlinie (2017)*, *DAfStb-Heft 555 (2006)*, *BUMwS-Richtlinie (2011)*) zu beachten oder ggf. ist eine Vereinbarung mit dem Bauherrn zu treffen.

Die Nachweisführung im Rahmen der Begrenzung der Rissbreite unterteilt sich in:

- Mindestbewehrung für die Begrenzung der Rissbreite und
- Begrenzung der Rissbreite

Die Mindestbewehrung für die Begrenzung der Rissbreite hat folgende Ziele:

- Verhinderung einer plötzlichen und unkontrollierten Rissöffnung bei Erstrissbildung
- Begrenzung der Rissbreite bei aufgezwungenen oder behinderten Verformungen
- Verhinderung von Plastifizierung der Bewehrung unter Gebrauchslasten

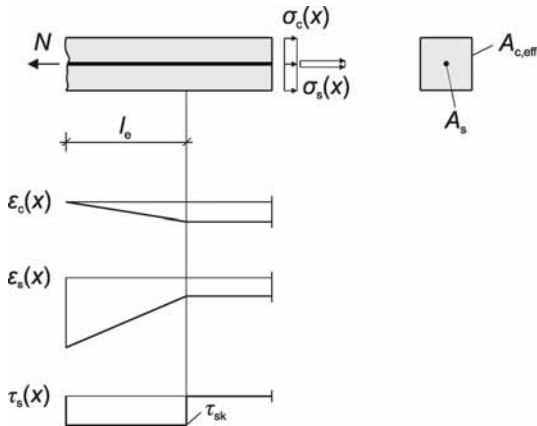
Die Begrenzung der Rissbreite erfolgt für eine bestimmte Einwirkungskombination (je nach Expositionsklasse und Bewehrungsart) und festgelegte Rechenwerte der Rissbreiten direkt auf Basis von mechanischen Modellen oder ohne direkte Berechnung mit Hilfsmitteln, wie z. B. Tabellen oder Diagrammen (z. B. *Meyer/Meyer (2007)*).

### 4.2 Theoretische Grundlagen für die direkte Berechnung der Rissbreite

Bei der Berechnung der Rissbreite wird im Allgemeinen zwischen einzelnen Rissen im Zustand der Erstrissbildung und einem Risszustand unter Einbeziehung der bei weiterer Laststeigerung sukzessiv entstandenen Risse, dem Zustand der abgeschlossenen Rissbildung, unterschieden (*König/Tue (1996)*).

Im Zustand der Erstrissbildung können die Zugspannungen der Bewehrung im Riss über den aktivierten Verbundmechanismus immer noch in den umgeben-

den Beton bis zum Zustand der Dehnungsverträglichkeit ( $\varepsilon_s = \varepsilon_c$ ) zwischen Beton und Bewehrung eingeleitet werden. Die Rissbreite leitet sich dann aus der Integration der auftretenden Relativverschiebung zwischen Bewehrung und umgebenden Beton (Schlupf) entlang der Einleitungslänge  $l_e$  beiderseits des Risses ab (Bild 4.1).



**Bild 4.1:** Erstrissbildung – Verlauf der Stahl- und Betondehnungen sowie der Verbundspannungen für starr-plastisches Verbundverhalten

Unter der vereinfachenden Annahme eines starr-plastischen Verbundverhaltens lässt sich die rechnerische Rissbreite  $w_k$  bei Erstrissbildung über die folgende Beziehung beschreiben (*Model Code (1990)*):

$$w_k = 2 \cdot \frac{\sigma_{sr} \cdot \phi_s}{4 \cdot \tau_{sk}} \cdot 0,6 \cdot \frac{\sigma_{sr}}{E_s} \quad (4.1)$$

Hierin bedeuten:

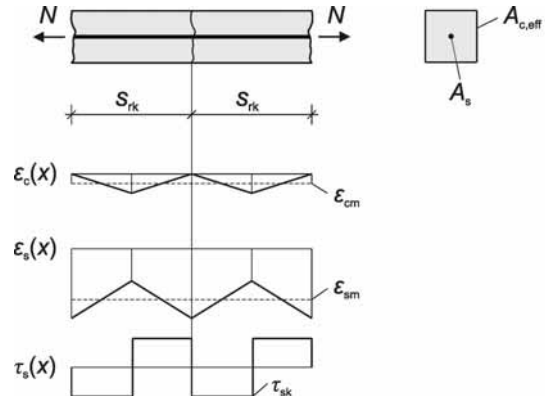
$\sigma_{sr}$	Stahlspannung bei Erstrissbildung im Rissquerschnitt
$\phi_s$	Stabdurchmesser der Betonstahlbewehrung
$\tau_{sk}$	Verbundspannung über der Einleitungslänge
$E_s$	Elastizitätsmodul der Bewehrung

Mit der Annahme  $\tau_{sk} = 1,8 \cdot f_{ct,eff}$  nach DAfStb-Heft 600, zu 7.3.4 (3) (siehe auch Abschnitt 4.7.1) folgt dann für die Erstrissbildung:

$$w_k = \frac{\sigma_{sr} \cdot \phi_s}{3,6 \cdot f_{ct,eff}} \cdot 0,6 \cdot \frac{\sigma_{sr}}{E_s} \quad (4.2)$$

Der Zustand der abgeschlossenen Rissbildung wird bei Stahlspannungen erreicht, die etwa dem 1,2- bis 1,5-fachen der Stahlspannung bei Erstrissbildung  $\sigma_{sr}$  entsprechen. Danach kann davon ausgegangen

werden, dass die zwischen den Rissen aktivierten Verbundspannungen und die Einleitungslänge nicht mehr ausreichen, um zwischen zwei benachbarten Rissen eine Betondehnung aufzubauen, die zu einer weiteren Rissbildung führen könnte.



**Bild 4.2:** Abgeschlossene Rissbildung – Verlauf der Stahl- und Betondehnungen sowie der Verbundspannungen für starr-plastisches Verbundverhalten

Die rechnerische Rissbreite  $w_k$  bei abgeschlossener Rissbildung ergibt sich wiederum unter Ansatz eines starr-plastischen Verbundverhaltens über die folgende Bestimmungsgleichung:

$$\begin{aligned} w_k &= \frac{\phi_s}{3,6 \cdot \rho_{p,eff}} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \\ &= \frac{\phi_s}{3,6 \cdot \rho_{p,eff}} \cdot \frac{(\sigma_s - k_t \cdot \sigma_{sr})}{E_s} \end{aligned} \quad (4.3)$$

Zusätzlich zu den bereits in Gleichung (4.1) aufgeführten Parametern bedeuten hierin:

$\rho_{p,eff}$	effektiver Bewehrungsgrad
$\sigma_s$	Stahlspannung im Rissquerschnitt
$k_t$	Beiwert zur Erfassung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen (oft auch als „Völligkeitsbeiwert“ bezeichnet)

Der erste Term in Gleichung (4.3) beschreibt den charakteristischen bzw. maximalen Rissabstand  $s_{r,max}$  und der zweite Term die mittlere Dehnungsdifferenz über den Bereich des verschieblichen Verbundes (Bild 4.2).

### 4.3 Einflussgrößen

#### 4.3.1 Stahlspannung bei Erstrissbildung $\sigma_{sr}$

Die Betonstahlspannung bei Erstrissbildung  $\sigma_{sr}$  ergibt sich aus der nach einem Riss freiwerdenden Zugkraft, die von der im Verbund liegenden Bewehrung aufgenommen werden muss. Insofern besteht eine direkte Abhängigkeit zu der Betonzugzone unmittelbar vor der Rissbildung und der in dieser Fläche vorhandenen effektiven Betonzugfestigkeit. Für einen gleichmäßig bewehrten Betonzugkörper gilt:

$$\sigma_{sr} = \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} \cdot \left( 1 + \frac{E_s}{E_{c,eff}} \cdot \rho_{p,eff} \right) \quad (4.4)$$

Hierin sind:

$E_{c,eff}$	$= E_{cm}$
$E_{cm}$	mittlerer Elastizitätsmodul des Betons als Sekante
$f_{ct,eff}$	wirksame Zugfestigkeit des Betons

#### 4.3.2 Wirksame Zugfestigkeit des Betons $f_{ct,eff}$

Die Betonzugfestigkeit wird durch zahlreiche Faktoren beeinflusst, z. B.:

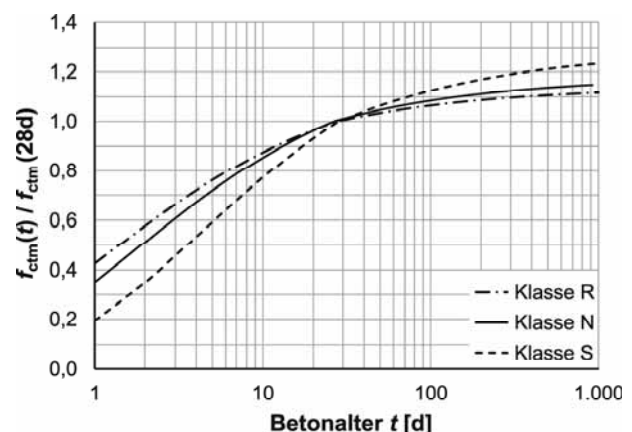
- Spannungszustand
- Geometrie des Bauteils
- Witterungsbedingungen

Dadurch weicht die effektive Betonzugfestigkeit eines Bauteils auch von der im Labor an Prüfkörpern ermittelten Betonzugfestigkeit mehr oder weniger stark ab. Selbst die im Labor eingesetzte Versuchsart (zentrischer Zug, Biegezug, Spaltzug) hat einen nennenswerten Einfluss auf die Prüfwerte. Daher müssen die in der Literatur oder in Vorschriften angegebenen Werte als Richt- oder Rechenwerte für allgemeine Anwendungen betrachtet werden.

Zu beachten ist weiterhin, dass die Betonzugfestigkeit eine zeitabhängige Größe ist, die sich insbesondere im frühen Betonalter stark verändert. Die zeitliche Entwicklung der Betonzugfestigkeit ist z. B. abhängig von

- der Betonzusammensetzung
- der Art und Festigkeitsklasse des Zements
- der Bauteilgröße
- den Erhärtingsbedingungen
- der Art der Nachbehandlung
- dem Grad der Nacherhärtung

Die wirksame Zugfestigkeit des Betons zum Zeitpunkt der Rissbildung  $f_{ct,eff}$  lässt sich in Anlehnung an DIN EN 1992-1-1, 3.1.2 (9) abschätzen. Die grafische Auswertung in Bild 4.3 zeigt, dass z. B. bei einem Betonalter von 3 bis 5 Tagen nach dem Betonieren je nach der Anfangsfestigkeit von einer Betonzugfestigkeit zwischen  $0,45$  und  $0,75 \cdot f_{ctm}(28d)$  ausgegangen werden kann. In ähnlicher Form ergeben sich bei einem Betonalter von einem Jahr je nach der Anfangsfestigkeit Werte zwischen  $1,10$  und  $1,20 \cdot f_{ctm}(28d)$ . Wenn die zeitliche Entwicklung von wesentlicher Bedeutung ist, werden Baustoffprüfungen mit den expliziten Randbedingungen empfohlen.



**Bild 4.3:** Zeitabhängige Entwicklung der Zugfestigkeit des Betons (Klasse R = CEM 42,5 R, CEM 52,5 N, CEM 52,5 R, hochfester Beton; Klasse N = CEM 32,5 R, CEM 42,5 N; Klasse S = CEM 32,5 N)

Zu beachten ist auch, dass in den Nachweisen im Allgemeinen zunächst einmal der Mittelwert der Betonzugfestigkeit  $f_{ctm}(t)$  verwendet wird. Bei ungünstigen Fällen, z. B. bei aufgezwungenen Verformungen, kann es erforderlich sein, auch die Auswirkungen von oberen Grenzwerten zu untersuchen, d. h. die Nachweise mit oberen charakteristischen Werten der Betonzugfestigkeit  $f_{ctk;0,95}(t) = 1,3 \cdot f_{ctm}(t)$  zu führen.

Des Weiteren reduzieren Eigenspannungen und Mikrorisse infolge Hydratationswärme und Schwinden im jungen Alter die Betonzugfestigkeit. Dieser Effekt ist insbesondere bei massigen Querschnitten vorhanden. Der Einfluss wird in DIN EN 1992-1-1, 7.3.2 über den Beiwert  $k$  erfasst. Eine gute Nachbehandlung des Betons kann aber dazu führen, dass nur wenige Eigenspannungen oder Mikrorisse auftreten und dieser Beiwert nicht angesetzt werden darf.

### 4.3.3 Wirkungsbereich der Bewehrung $A_{c,eff}$

Der Wirkungsbereich der Bewehrung  $A_{c,eff}$  beschreibt den Umgebungsbereich der Bewehrung, der effektiv an der Spannungsaufnahme und der Bildung von weiteren sekundären Rissen mitwirkt.

Der daraus abgeleitete effektive Bewehrungsgrad  $\rho_{p,eff}$  ergibt sich bei Stahlbetonbauteilen zu:

$$\rho_{p,eff} = \frac{A_s}{A_{c,eff}} \quad (4.5)$$

Hierin sind:

- $A_s$  Querschnittsfläche der in  $A_{c,eff}$  liegenden Betonstahlbewehrung  
 $A_{c,eff}$  Wirkungsbereich der Bewehrung

Für Rechteckquerschnitte mit konstanter Breite kann der Wirkungsbereich der Bewehrung  $A_{c,eff}$  über die einfache Beziehung

$$A_{c,eff} = b \cdot h_{c,ef} \quad (4.6)$$

beschrieben werden, wobei sich die wirksame Höhe  $h_{c,ef}$  aus den folgenden Gleichungen bestimmen lässt.

Zentrischer Zug:

$$h_{c,ef} = \min \left\{ \frac{h}{2}, 2,5 \cdot d_1 \right\} \quad (4.7)$$

Biegung:

$$h_{c,ef} = \min \left\{ \frac{(h - x^II)}{3}, 2,5 \cdot d_1 \right\} \quad (4.8)$$

Hierin sind:

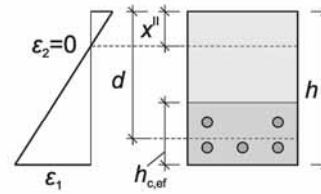
- $h$  Gesamthöhe des Querschnitts  
 $d_1 = h - d$   
 $d$  statische Nutzhöhe  
 $x^II$  Druckzonenhöhe im Zustand II

Wenn in Gleichung (4.8) die Bewehrung nicht innerhalb des Grenzbereiches  $(h - x^II)/3$  liegt, sollte dieser auf  $(h - x^I)/2$  vergrößert werden ( $x^I$ : Druckzonenhöhe im Zustand I).

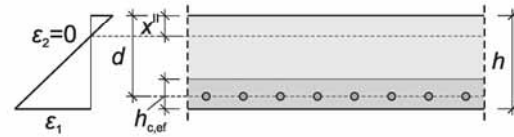
Des Weiteren ist bei Anwendung der Gleichungen (4.7) und (4.8) zu beachten, dass dieser Ansatz nur für eine konzentrierte Bewehrungsanordnung und dünne Bauteile ausreichend genau gilt (Bild 4.4). Bei zunehmender Bauteildicke verändert sich der Wirkungsbereich der Bewehrung. Die Veränderung von  $h_{c,ef}$  bzw.

$h_{c,ef}/d_1$  ist in Bild 4.5 in Abhängigkeit der Beanspruchungsart und der Bauteilhöhe  $h$  bzw. über dem Verhältnis  $h/d_1$  aufgetragen.

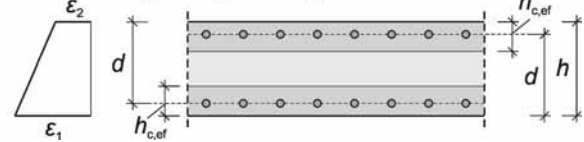
Träger:



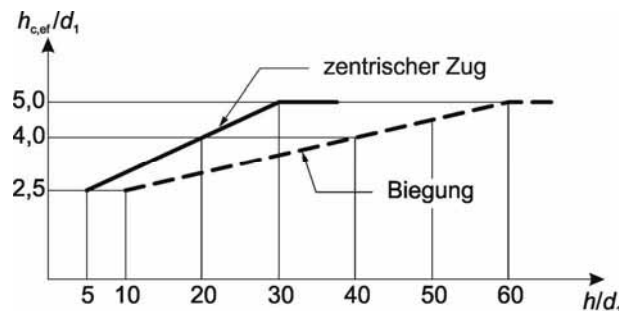
Platte/Decke:



Bauteil unter Zugbeanspruchung:



**Bild 4.4:** Wirkungsbereich der Bewehrung nach DIN EN 1992-1-1



**Bild 4.5:** Wirksame Höhe der Bewehrung für dicke Bauteile

### 4.3.4 Unterschiedliche Stabdurchmesser und Stabbündel

Setzt sich die Betonstahlbewehrung aus Stäben mit unterschiedlichen Durchmessern zusammen, ist ein äquivalenter Durchmesser bzw. Ersatzdurchmesser zu bestimmen. Dieser kann in Anlehnung an DIN EN 1992-1-1, 7.3.3 und 7.3.4 über die folgende allgemeine Beziehung ermittelt werden:

$$\phi_{eq} = \frac{\sum (n_i \cdot \phi_i^2)}{\sum (n_i \cdot \phi_i)} \quad (4.9)$$

Es bedeuten:

$n_i$	Anzahl der Stäbe mit dem Durchmesser $\phi_i$
$\phi_i$	Durchmesser einer Stabstahlbewehrung

Derartige Fälle treten häufig bei Bauteilen mit einer gleichmäßigen Grundbewehrung und einer auf die Zugkraftdeckung abgestimmten Zulagebewehrung auf, z. B. Bereiche mit hohen Stützmomenten. In diesem Zusammenhang ist aber zu beachten, dass der Durchmesser des größeren Stabes nur etwa das 1,5- bis 1,7-fache des Durchmessers des kleineren Stabes betragen sollte. Bei größeren Abweichungen müssen die unterschiedlichen Verbundsteifigkeiten in der Ermittlung der Stahlspannungen berücksichtigt werden (siehe Abschnitt 4.7.9).

Bei Stabbündeln aus Betonstahlbewehrung mit  $n$  Einzelstäben ( $n \leq 4$  gemäß DIN EN 1992-1-1) und dem Stabdurchmesser  $\phi_s$  ist ebenfalls ein äquivalenter Durchmesser bzw. Ersatzdurchmesser zu ermitteln, der sich aus der folgenden Gleichung ergibt:

$$\phi_{eq} = \phi_s \cdot \sqrt{n} \quad (4.10)$$

#### 4.3.5 Spannungsermittlung

Die Betonstahlspannung unter der maßgebenden Einwirkungskombination im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (GZG) kann über verschiedene Methoden ermittelt werden:

- Ableitung aus den Berechnungsergebnissen im Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT)
- Analytische Lösungen für Rechteck- und Plattenbalkenquerschnitte
- Numerische Ermittlung mit Computerprogrammen für allgemeine Randbedingungen

Die Verwendung von Berechnungsergebnissen aus den Tragfähigkeitsberechnungen ist eine starke Vereinfachung, die für Handrechnungen oder Plausibilitätskontrollen aber gut geeignet ist. Näherungsweise gilt bei reiner Biegung für die Stahlzugspannung unter der maßgebenden Einwirkungskombination im GZG:

$$\sigma_s = f_{yd} \cdot \frac{A_{s,req}}{A_{s,prov}} \cdot \frac{M_{GZG}}{M_{GZT}} \quad (4.11)$$

Es bedeuten:

$A_{s,req}$	erforderliche Querschnittsfläche der Zugbewehrung im Grenzzustand der Tragfähigkeit
$A_{s,prov}$	vorhandene Querschnittsfläche der Zugbewehrung
$M_{GZG}$	Moment unter der maßgebenden Einwirkungskombination im GZG
$M_{GZT}$	Bemessungsmoment im GZT

Genauere Ergebnisse für die Betonstahlspannung werden durch die Anwendung der analytisch hergeleiteten Gleichungen für biegebeanspruchte Rechteck- und Plattenbalkenquerschnitte erhalten. Es gelten:

- Rechteckquerschnitt ohne Druckbewehrung

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{c,eff}(t)} \quad (4.12)$$

$$x = \alpha_e \cdot \frac{A_{s1}}{b} \cdot \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot b \cdot h}{\alpha_e \cdot A_{s1}}} \right) \quad (4.13)$$

$$\sigma_s = \frac{M_{Ed,GZG}}{(d - x/3) \cdot A_{s1}} \quad (4.14)$$

- Plattenbalken ohne Druckbewehrung:

$$\sigma_s = \frac{M_{Ed,GZG}}{(d - h_{pl}/2) \cdot A_{s1}} \quad (4.15)$$

Hierin ist:

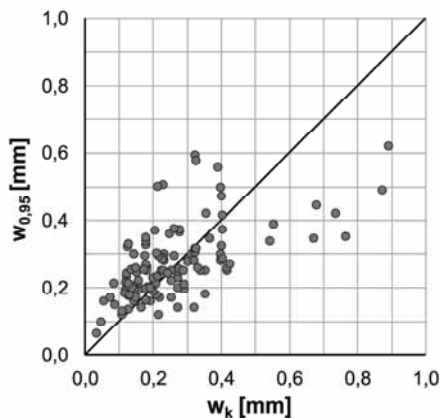
$h_{pl}$  Höhe des Plattenbalkengurts

Weitere Formeln zur Bestimmung der Betonstahlspannung sind z. B. in *Goris/Schmitz (2014)* zu finden, wo auch die Berücksichtigung einer Druckbewehrung erfasst ist.

Die computerunterstützte Ermittlung der Stahlspannungen ist heutzutage die gebräuchlichste Methode zur Ermittlung der Stahlspannungen. Hiermit lassen sich nicht nur beliebige Querschnittsformen mit beliebiger Bewehrungsanordnung erfassen, sondern auch besondere Einflussgrößen, wie z. B. zeitabhängige Einflüsse und unterschiedliche Verbundeigenschaften, detailliert verfolgen.

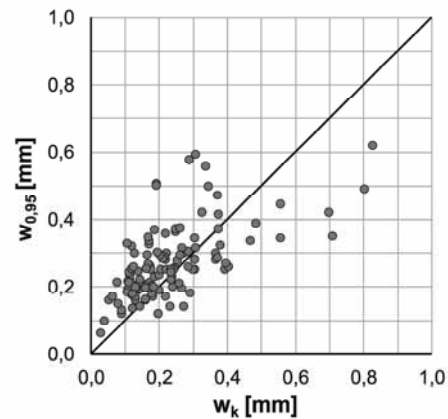
#### 4.4 Vergleich der Rissbreitenberechnung mit Tests

Die Berechnung der Rissbreite mit theoretisch abgeleiteten Rechenmodellen (wie z. B. nach DIN EN 1992-1-1/NA) kann als Ergebnis nicht die „exakte“ Vorhersage der Rissbreite haben. Die Rechenwerte der Rissbreite sind lediglich Anhaltswerte, die im Bauwerk auch (geringfügig) überschritten werden können. Zur Validierung der Berechnungsmodelle ist aber eine Gegenüberstellung von im Labor an Zugversuchen gemessenen Rissbreiten und errechneten Rissbreiten erforderlich. Dies ist in Bild 4.6 und Bild 4.7 für den Ansatz nach DIN EN 1992-1-1/NA durchgeführt worden. Die Leistungsfähigkeit des Modells wird durch die Lage der Ergebnisse zur Gerade und durch die Streuung der Punkte gekennzeichnet. Insgesamt kann eine gute Vorhersagegenauigkeit festgestellt werden. Weitere Ausführungen zur Vorhersagegenauigkeit der Rissbreite normativer Modelle können *Empelmann/Busse (2018)* entnommen werden.



**Bild 4.6:** Vergleich der rechnerischen Rissbreiten  $w_k$  ( $k_t = 0,4$ ) mit 95 %-Quantil aus Versuchsergebnissen  $w_{0,95}$  (Zug) nach DBV-Heft 38

Im Zusammenhang mit der oben vorgenommenen Validierung der Rissbreitenformel nach DIN EN 1992-1-1/NA ist aber nochmals anzumerken, dass die rechnerische Bestimmung der Rissbreite in Bezug auf die in der Praxis vorliegenden Bedingungen und auftretenden Rissbreiten nur als eine Vorhersage zu betrachten ist. Überfestigkeiten, geometrische Abweichungen, Langzeitaspekte und der statistische Effekt einer im Bauteil meist größeren Rissanzahl als im Versuch werden in den rechnerischen Modellen nicht genügend abgebildet (siehe auch Abschnitt 4.7).



**Bild 4.7:** Vergleich der rechnerischen Rissbreiten  $w_k$  ( $k_t = 0,6$ ) mit 95 %-Quantil aus Versuchsergebnissen  $w_{0,95}$  (Zug) nach DBV-Heft 38

#### 4.5 Begrenzung der Rissbreite ohne direkte Berechnung

##### 4.5.1 Tabellen nach DIN EN 1992-1-1/NA

Zur Vereinfachung des Nachweises zur Begrenzung der Rissbreite sind in DIN EN 1992-1-1/NA Tabellen für den Grenzdurchmesser bei Betonstählen (Tabelle 7.2DE) und für den Höchstabstand der Stababstände (Tabelle 7.3N) angegeben.

Wenn die Formel für die Erstrissbildung

$$w_k = \frac{\sigma_s \cdot \phi_s}{3,6 \cdot f_{ct,eff}} \cdot 0,6 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \quad (4.16)$$

nach dem Stabdurchmesser  $\phi_s$  aufgelöst wird, ergibt sich:

$$\phi_s = w_k \cdot 3,6 \cdot f_{ct,eff} \cdot \frac{E_s}{0,6 \cdot \sigma_s^2} \quad (4.17)$$

Wenn für Normalbetone als Mittelmaß die Betonfestigkeitsklasse C30/37 gewählt wird, folgt dann mit  $f_{ct,eff} = 2,9 \text{ N/mm}^2$  der Grenzdurchmesser  $\phi_s^*$ :

$$\begin{aligned} \phi_s^* &= w_k \cdot 3,6 \cdot 2,9 \cdot \frac{200.000}{0,6 \cdot \sigma_s^2} \\ &= \frac{3,48 \cdot 10^6 \cdot w_k}{\sigma_s^2} \end{aligned} \quad (4.18)$$

Die Auswertung von Gleichung (4.18) für verschiedene Rissbreiten  $w_k$  und Stahlspannungen  $\sigma_s$  ergibt die Werte für den Grenzdurchmesser  $\phi_s^*$  in Tabelle 4.1, die gerundet den Angaben in DIN EN 1992-1-1/NA, Tabelle 7.2DE entsprechen.

**Tabelle 4.1:** Grenzdurchmesser  $\phi_s^*$  für Erstrissbildung und  $f_{ct,eff} = 2,9 \text{ N/mm}^2$  (C30/37)

$w$ [mm]	Stahlspannung $\sigma_s$ [N/mm <sup>2</sup> ]						
	160	200	240	280	320	360	400
0,2	27,2	17,4	12,1	8,9	6,8	5,4	4,4
0,3	40,8	26,1	18,1	13,3	10,2	8,1	6,5
0,4	54,4	34,8	24,2	17,8	13,6	10,7	8,7

Um sich die in DIN EN 1992-1-1/NA angegebene Umrechnung auf andere Betonzugfestigkeiten

$$\phi_s = \phi_s^* \cdot \frac{f_{ct,eff}}{2,9} \quad (4.19)$$

zu ersparen, sind im Folgenden Tabellen für den Grenzdurchmesser mit weiteren Festigkeitswerten für die Betonzugfestigkeit aufgeführt.

**Tabelle 4.2:** Stabdurchmesser  $\phi_s$  für Erstrissbildung und  $f_{ct,eff} = 2,2 \text{ N/mm}^2$  (C20/25)

$w$ [mm]	Stahlspannung $\sigma_s$ [N/mm <sup>2</sup> ]						
	160	200	240	280	320	360	400
0,2	20,6	13,2	9,2	6,7	5,2	4,1	3,3
0,3	30,9	19,8	13,8	10,1	7,7	6,1	5,0
0,4	41,3	26,4	18,3	13,5	10,3	8,1	6,6

**Tabelle 4.3:** Stabdurchmesser  $\phi_s$  für Erstrissbildung und  $f_{ct,eff} = 4,1 \text{ N/mm}^2$  (C50/60)

$w$ [mm]	Stahlspannung $\sigma_s$ [N/mm <sup>2</sup> ]						
	160	200	240	280	320	360	400
0,2	38,4	24,6	17,1	12,6	9,6	7,6	6,2
0,3	57,7	36,9	25,6	18,8	14,4	11,4	9,2
0,4	76,9	49,2	34,2	25,1	19,2	15,2	12,3

Die Umstellung der Gleichung (4.3) für den Zustand der abgeschlossenen Rissbildung, in einer ähnlichen Weise wie für Erstrissbildung (Gleichung (4.17)), gelingt zunächst nicht. In *Zilch/Rogge (2004)* wird eine mathematische Herleitung mit gewissen Vereinfachungen dargestellt. Letztendlich kann aber die Bestimmungsgleichung

$$w_k = \frac{\phi_s}{3,6 \cdot \rho_{p,eff}} \cdot 0,6 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \quad (4.20)$$

als eine „Mischung“ angesehen werden, bei der die Formulierung des Rissabstandes bei abgeschlossenem Risszustand und die Formulierung der mittleren

Dehnung beim Erstrisszustand verwendet wird. Wenn nun der effektive Bewehrungsgrad  $\rho_{p,eff}$  weiter aufgelöst wird, ergibt sich:

$$\begin{aligned} \phi_s &= w_k \cdot 3,6 \cdot \rho_{p,eff} \cdot \frac{E_s}{0,6 \cdot \sigma_s} \\ &= w_k \cdot 3,6 \cdot \left( \frac{A_s \cdot \sigma_s}{4 \cdot (h - d) \cdot b} \right) \cdot \frac{E_s}{0,6 \cdot \sigma_s^2} \end{aligned} \quad (4.21)$$

Der Term in der Klammer kann nun zu „2,9“ gesetzt werden und damit folgt wiederum Gleichung (4.17), sodass die Angaben in den Tabellen 4.1 bis 4.3 auch für den Zustand der abgeschlossenen Rissbildung gültig wären.

Aus dem Klammersausdruck in Gleichung (4.21) ergibt sich dann auch der zweite Umrechnungsterm in DIN EN 1992-1-1/NA zur Anwendung der Tabelle 7.2DE:

$$\phi_s = \phi_s^* \cdot \frac{\sigma_s \cdot A_s}{4 \cdot (h - d) \cdot b \cdot 2,9} \quad (4.22)$$

Bei der Anwendung von Tabelle 7.2DE ist allerdings zu beachten, dass mit der Annahme

$$h_{c,ef} = 4 \cdot (h - d) = 4 \cdot d_1 \quad (4.23)$$

Bauteile unter zentrischem Zug mit  $h/d_1 = 20$  und unter Biegung mit  $h/d_1 = 40$  zugrunde liegen (siehe Bild 4.5). Damit handelt es sich um vergleichsweise „hohe“ Bauteile, die nicht immer die Verhältnisse im üblichen Hochbau wiedergeben.

Im Hinblick auf die Anwendung von DIN EN 1992-1-1/NA, Tabelle 7.3N für den Höchstabstand der Stababstände ist zu beachten, dass diese nur unter gewissen (stark einschränkenden) Randbedingungen gilt. Dies sind:

- Platte im üblichen Hochbau mit den dort in der Regel verwendeten kleinen Stabdurchmessern
- einlagige Bewehrung
- $h_{c,ef} = 2,5 \cdot d_1$
- $d_1 = 4 \text{ cm}$

Für Balken und bei mehrlagiger Bewehrung liegen die Werte in Tabelle 7.3N im Allgemeinen auf der unsicheren Seite. Insofern sollte die Anwendung von Tabelle 7.3N mit Bedacht erfolgen. Falls die Angaben in Tabelle 7.2DE nicht zielführend für die Bemessungsaufgabe sind, sollte nicht „blind“ auf Tabelle 7.3N gewechselt werden, sondern der Nachweis eher über eine direkte Berechnung der Rissbreite geführt werden.

#### 4.5.2 Weitere Tabellen und Nomogramme für die abgeschlossene Rissbildung

Eine Verbesserung der oben aufgeführten Verhältnisse für die abgeschlossene Rissbildung kann erreicht werden, wenn in Gleichung (4.21) zum einen der effektive Bewehrungsgrad  $\rho_{p,eff}$  nicht weiter aufgelöst wird und zum anderen keine „Mischung“ mit der mittleren Stahldehnung im Erstrisszustand erfolgt. Hierzu werden die Gleichungen für die abgeschlossene Rissbildung (Gleichung (4.3) unter Langzeitbeanspruchung mit  $k_t = 0,4$ ) nach dem Stabdurchmesser  $\phi_s$  aufgelöst:

$$\phi_s = \frac{w_k \cdot 3,6 \cdot \rho_{p,eff} \cdot E_s}{\sigma_s - 0,4 \cdot \sigma_{sr}} \quad (4.24)$$

$$\phi_s = \frac{w_k \cdot 3,6 \cdot \rho_{p,eff} \cdot E_s}{\sigma_s - 0,4 \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}}} \quad (4.25)$$

Mit  $f_{ct,eff} = 2,9 \text{ N/mm}^2$  für eine Betonfestigkeitsklasse C30/37 ergibt sich dann der Grenzdurchmesser  $\phi_s^*$  in Abhängigkeit von  $\rho_{p,eff}$  in den folgenden Tabellen 4.4 bis 4.8.

Eine Umrechnung auf andere Betonzugfestigkeiten kann über die folgende Gleichung erfolgen:

$$\phi_s = \phi_s^* \cdot \frac{\sigma_s - 0,4 \cdot \frac{2,9}{\rho_{p,eff}}}{\sigma_s - 0,4 \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}}} \quad (4.26)$$

**Tabelle 4.4:** Grenzdurchmesser  $\phi_s^*$  für ein abgeschlossenes Rissbild und  $\rho_{p,eff} = 1,0 \%$   
( $f_{ct,eff} = 2,9 \text{ N/mm}^2$ )

w [mm]	Stahlspannung $\sigma_s$ [N/mm <sup>2</sup> ]						
	160	200	240	280	320	360	400
0,2	32,7	17,1	11,6	8,8	7,1	5,9	5,1
0,3	49,1	25,7	17,4	13,2	10,6	8,9	7,6
0,4	65,5	34,3	23,2	17,6	14,1	11,8	10,1

Erstrissbildung beachten (siehe Bilder 4.8 bis 4.10)

**Tabelle 4.5:** Grenzdurchmesser  $\phi_s^*$  für ein abgeschlossenes Rissbild und  $\rho_{p,eff} = 2,0 \%$   
( $f_{ct,eff} = 2,9 \text{ N/mm}^2$ )

w [mm]	Stahlspannung $\sigma_s$ [N/mm <sup>2</sup> ]						
	160	200	240	280	320	360	400
0,2	28,2	20,3	15,8	13,0	11,0	9,5	8,4
0,3	42,4	30,4	23,7	19,5	16,5	14,3	12,6
0,4	56,5	40,6	31,6	25,9	22,0	19,1	16,8

**Tabelle 4.6:** Grenzdurchmesser  $\phi_s^*$  für ein abgeschlossenes Rissbild und  $\rho_{p,eff} = 3,0 \%$   
( $f_{ct,eff} = 2,9 \text{ N/mm}^2$ )

w [mm]	Stahlspannung $\sigma_s$ [N/mm <sup>2</sup> ]						
	160	200	240	280	320	360	400
0,2	35,6	26,8	21,5	17,9	15,4	13,4	12,0
0,3	53,4	40,2	32,2	26,9	23,0	20,2	17,9
0,4	71,2	53,6	42,9	35,8	30,7	26,9	23,9

**Tabelle 4.7:** Grenzdurchmesser  $\phi_s^*$  für ein abgeschlossenes Rissbild und  $\rho_{p,eff} = 4,0 \%$   
( $f_{ct,eff} = 2,9 \text{ N/mm}^2$ )

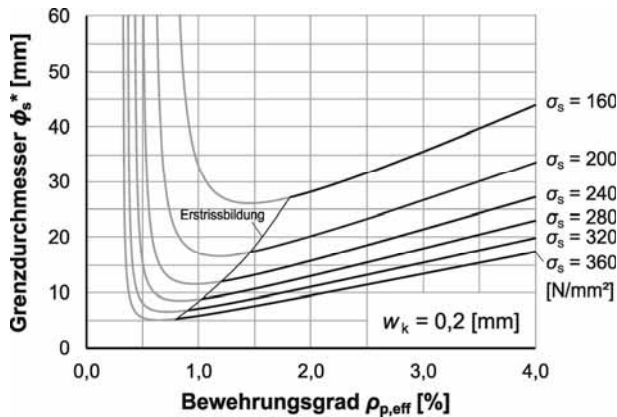
w [mm]	Stahlspannung $\sigma_s$ [N/mm <sup>2</sup> ]						
	160	200	240	280	320	360	400
0,2	44,0	33,7	27,3	22,9	19,8	17,4	15,5
0,3	66,0	50,5	40,9	34,4	29,7	26,1	23,3
0,4	87,9	67,4	54,6	45,9	39,6	34,8	31,1

**Tabelle 4.8:** Grenzdurchmesser  $\phi_s^*$  für ein abgeschlossenes Rissbild und  $\rho_{p,eff} = 5,0 \%$   
( $f_{ct,eff} = 2,9 \text{ N/mm}^2$ )

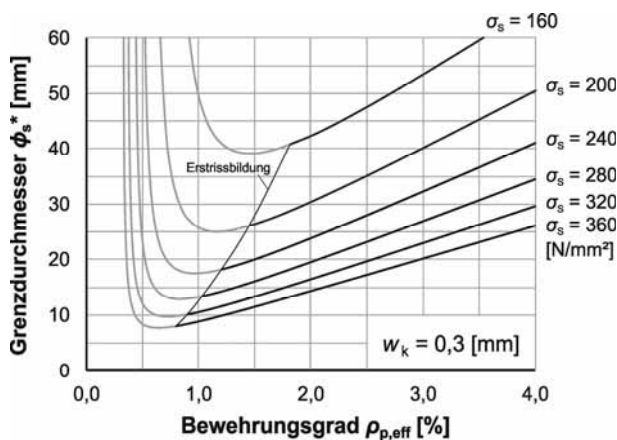
w [mm]	Stahlspannung $\sigma_s$ [N/mm <sup>2</sup> ]						
	160	200	240	280	320	360	400
0,2	52,6	40,7	33,2	28,0	24,3	21,4	19,1
0,3	78,9	61,1	49,8	42,1	36,4	32,1	28,7
0,4	105	81,4	66,4	56,1	48,5	42,8	38,2

Neben der Vereinfachung des Nachweises zur Begrenzung der Rissbreite durch die oben aufgeführten Tabellen können aber auch Nomogramme für eine einfache Bemessung verwendet werden (Bilder 4.8 bis 4.10).

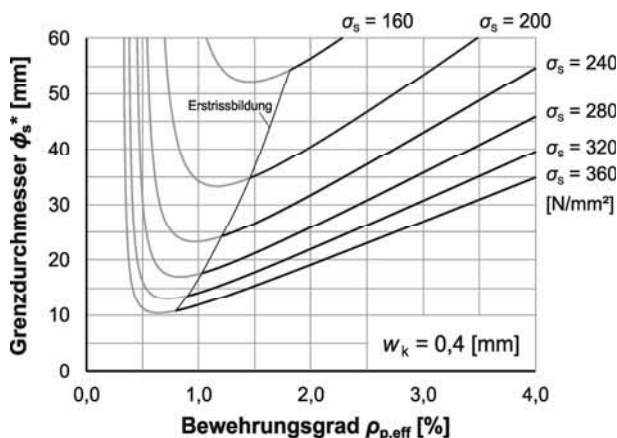




**Bild 4.8:** Grenzdurchmesser  $\phi_s^*$  für  $w_k = 0,2$  mm ( $f_{ct,eff} = 2,9$  N/mm<sup>2</sup>)



**Bild 4.9:** Grenzdurchmesser  $\phi_s^*$  für  $w_k = 0,3$  mm ( $f_{ct,eff} = 2,9$  N/mm<sup>2</sup>)



**Bild 4.10:** Grenzdurchmesser  $\phi_s^*$  für  $w_k = 0,4$  mm ( $f_{ct,eff} = 2,9$  N/mm<sup>2</sup>)

## 4.6 Mindestbewehrung für die Begrenzung der Rissbreite

Die Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite  $A_{s,min}$  ist, wie bereits in Abschnitt 4.1 erwähnt, unabhängig vom Nachweis der Rissbreite  $w_k < w_{lim}$

zu ermitteln. Hierbei ist die während der Erstribbildung stattfindende Kraftumlagerung vom gerissenen (ausfallenden) Beton auf die den Riss kreuzende Bewehrung derart zu kontrollieren, dass hierbei die angestrebte rechnerische Rissbreite  $w_{lim}$  (Grenzzrissbreite) nicht überschritten wird. Aus der Forderung des Gleichgewichtes zwischen Stahl- und Betonschnittkraft ergibt sich die allgemeine Bestimmungsgleichung für die Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite  $A_{s,min}$  zu:

$$A_{s,min} \cdot \sigma_s(w_{lim}) = k_c \cdot k \cdot f_{ct,eff} \cdot A_{ct} \quad (4.27)$$

Hierin sind:

$\sigma_s(w_{lim})$  zulässige Stahlspannung in Abhängigkeit von der Grenzzrissbreite  $w_{lim}$ , z. B. in Abhängigkeit vom Stabdurchmesser  $\phi_s$  nach Gleichung (4.18) oder Tabelle 4.1

$k_c$  Beiwert zur Berücksichtigung des Einflusses der Spannungsverteilung innerhalb des Querschnitts vor der Erstribbildung

$k$  Beiwert zur Berücksichtigung von nichtlinear verteilten Betonzugspannungen und weiteren risskraftreduzierenden Einflüssen

$f_{ct,eff}$  wirksame Zugfestigkeit des Betons zum betrachteten Zeitpunkt  $t$ , die beim Auftreten des ersten Risses zu erwarten ist

Die Erläuterung der Reduktionsfaktoren  $k_c$  und  $k$  in Gleichung (4.27) zeigt, dass auch die Bestimmung der Mindestbewehrung für die Begrenzung der Rissbreite von zahlreichen Einflussfaktoren abhängig ist. Auch die Zugfestigkeit des Betons  $f_{ct,eff}$  spielt im Zusammenhang mit dem zeitlichen Auftreten der Rissbildung und den damit verbundenen Nachweisen für den „frühen Zwang“ oder „späten Zwang“ eine sehr wichtige Rolle. An dieser Stelle soll aber auf weitere Ausführungen verzichtet werden und auf die weitergehende Literatur verwiesen werden, z. B. *Tue/Turner (2016)*, *Fingerloos/Hegger (2016)*, *DBV-Merkblatt „Begrenzung der Rissbildung im Stahlbeton- und Spannbetonbau“*.

## 4.7 Sonderfragen

### 4.7.1 Verbundbedingungen

Die Gleichungen (4.1) und (4.3) gelten durch die Annahme eines starr-plastischen Verbundverhaltens ( $\tau_{sk} = 1,8 \cdot f_{ct,eff}$ ) nur für gerippte Betonstähle. Wenn

der Einfluss der Güte des Verbundes und damit der Verbundspannung näher betrachtet werden soll (z. B. bei glatten oder profilierten Betonstählen in Bauteilen im Bestand), kann eine näherungsweise Berücksichtigung über eine Modifizierung von Gleichung (4.3) in der folgenden Formulierung herangezogen werden.

$$w_k = \frac{\phi_s}{2 \cdot k_b \cdot \rho_{p,eff}} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \quad (4.28)$$

$$= \frac{\phi_s}{2 \cdot k_b \cdot \rho_{p,eff}} \cdot \frac{(\sigma_s - k_{t,b} \cdot \sigma_{sr})}{E_s}$$

Hierin bedeuten:

$$k_{t,b} \quad \text{„Völligkeitsbeiwert“ in Abhängigkeit der vorliegenden Verbundbedingungen}$$

$$k_b = \tau_{sk} / f_{ct,eff}$$

Eine näherungsweise Berücksichtigung von gegenüber dem Rissbreitenmodell des DIN EN 1992-1-1/NA abweichenden Verbundbedingungen kann vereinfachend über eine Modifikation des Beiwerts  $k_b$  in der folgenden Form erfolgen:

- $k_b = 1,8$  (gerippte Betonstahlstäbe)
- $k_b = 1,2$  (profilierter Betonstahlstäbe)
- $k_b = 0,9$  (glatte Betonstahlstäbe)

Eine weitergehende Berücksichtigung von „guten“ und „mäßigen“ Verbundbedingungen findet sich in *Empelmann/Krakowski (2015)*. Dort wurden in einer umfangreichen Parameterstudie über Integration von nichtlinearen Verbundbeziehungen entsprechende Parameter in Abhängigkeit des Verhältnisses  $\phi_s / \rho_{s,eff}$  ermittelt. Für die praktische und auf der sicheren Seite liegende Anwendung kann bei „mäßigen“ Verbundbedingungen der Rissabstand mit einem konstanten Faktor von 1,6 multipliziert werden, sodass sich für gerippte Betonstahlstäbe näherungsweise  $k_b = 1,1$  ergibt.

Der „Völligkeitsbeiwert“  $k_{t,b}$  als Abzugsterm in der Dehnungsdifferenz wurde ebenfalls in *Empelmann/Krakowski (2015)* untersucht. Für „mäßige“ Verbundbedingungen braucht keine Anpassung vorgenommen zu werden, da sich die schlechteren Verbundeigenschaften vor allen Dingen in einem vergrößerten Rissabstand bemerkbar machen.

Da die wirklichkeitsnahe Erfassung von geänderten Verbundbedingungen grundsätzlich komplex ist, kann vereinfachend (für nicht gerippte Stäbe) auch  $k_{t,b} = 0,5$  unabhängig von einer Langzeit- oder Kurzzeitbeanspruchung (siehe Abschnitt 4.7.3) angesetzt werden.

## 4.7.2 Spannbewehrung

Wenn Spannglieder im Verbund in der Zugzone des untersuchten Bauteils liegen, liefern diese natürlich einen Beitrag zur Aufnahme der Zugkräfte (additive Spannstahlkraft  $\xi_1 \cdot A_p' \cdot \Delta\sigma_p$ ) und wirken sich entsprechend vermindern auf die Ermittlung der Betonstahlspannung aus. Zum anderen können diese bis zu einem Abstand von 150 mm von der Mitte des Spannglieds bei der Ermittlung des Rissabstandes angesetzt werden. Dies geschieht durch eine Addition beim effektiven Bewehrungsgrad  $\rho_{p,eff}$ , sodass sich dann die folgende Formulierung ergibt:

$$\rho_{p,eff} = \frac{A_s + \xi_1^2 \cdot A_p'}{A_{c,eff}} \quad (4.29)$$

Hierin sind:

$$\xi_1^2 = \sqrt{\xi \cdot \phi_s / \phi_p}$$

$\xi$  Verhältnis der mittleren Verbundfestigkeit von Spannstahl zu der von Betonstahl nach DIN EN 1992-1-1, 6.8.2

$\phi_s$  größter vorhandener Stabdurchmesser der Betonstahlbewehrung

$\phi_p$  äquivalenter Durchmesser der Spannstahlbewehrung nach DIN EN 1992-1-1, 6.8.2

$A_p'$  Querschnittsfläche der in  $A_{c,eff}$  liegenden Spannglieder im Verbund

## 4.7.3 Langzeitbeanspruchung

### 4.7.3.1 Kriechen des Verbundes

Unter einer dauernd wirkenden Beanspruchung kann in Verbundversuchen eine zeitabhängige Schlupfzunahme beobachtet werden, die als Verbundkriechen bezeichnet wird.

Im Zustand der abgeschlossenen Rissbildung wird durch das Verbundkriechen nur die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen beeinflusst. Da rechnerisch bereits alle Risse entstanden sind, ergibt sich kein Einfluss auf den Rissabstand. Das Verbundkriechen wird in Gleichung (4.3) über den Faktor  $k_t$  berücksichtigt; es gilt näherungsweise:

- $k_{t,0} = 0,6$  (Kurzzeitbeanspruchung)
- $k_{t,\infty} = 0,4$  (Langzeitbeanspruchung)

D. h., die Verbundwirkung nimmt für  $t = \infty$  auf etwa 66 % der kurzzeitigen Verbundwirkung ab.

Eine detailliertere Erfassung mit Hilfe des sogenannten Isochronenverfahrens findet sich in *Empelmann (1995)* und ergibt:

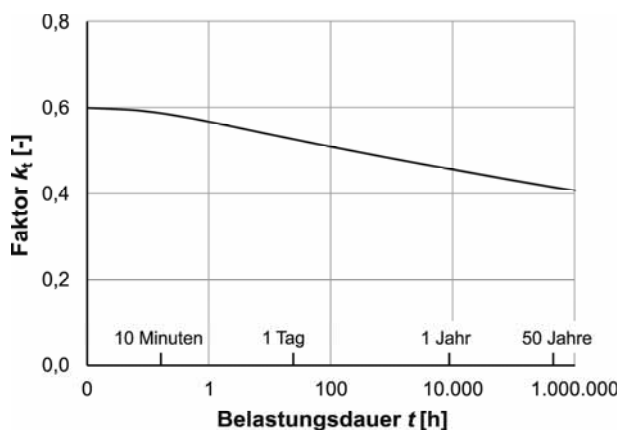
$$k_t(t) = 0,6 \cdot \left( \frac{1}{1 + \varphi_v(t)} \right)^{0,30} \quad (4.30)$$

Hierin bedeuten:

$$\frac{\varphi_v(t)}{t} = (1 + 10 \cdot t)^{0,08} - 1$$

Belastungsdauer in Stunden

Bild 4.11 zeigt den Faktor  $k_t$  in Abhängigkeit der Belastungsdauer in Stunden.



**Bild 4.11:** Zeitabhängige Entwicklung des Faktors  $k_t(t)$

Im Zustand der Erstrissbildung kann das Verbundkriechen zu einer deutlicheren Zunahme der Rissbreiten führen. Da hier nur Einzelrisse vorhanden sind, ergibt sich eine Vergrößerung der Einleitungslängen beidseits des Risses und damit eine größere Integrationslänge für die gegenseitigen Verschiebungen von Beton und Bewehrung. Eine Berücksichtigung des Verbundkriechens kann durch die Erweiterung von Gleichung (4.1) in folgender Form erfolgen:

$$w_k(t) = 2 \cdot \frac{\sigma_{sr}(t) \cdot \phi_s}{4 \cdot k_b(t) \cdot f_{ct,eff}} \cdot 0,6 \cdot \frac{\sigma_{sr}(t)}{E_s} \quad (4.31)$$

Hierin bedeuten:

$$k_b(t) \quad \text{Verbundbeiwert (für } t = 0: k_{b,0} = 1,8)$$

Auch hier kann in guter Näherung vom Isochronenverfahren Gebrauch gemacht werden, sodass sich dann in analoger Form zu Gleichung (4.30) ergibt:

$$k_b(t) = 1,8 \cdot \left( \frac{1}{1 + \varphi_v(t)} \right)^{0,30} \quad (4.32)$$

Damit reduziert sich der Verbundbeiwert bei einer Belastungsdauer von 50 Jahren von  $k_{b,0} = 1,8$  auf etwa  $k_{b,50a} = 1,25$ .

Im Zustand der Erstrissbildung unter einer Dauerbelastung ist allerdings auch zu beachten, dass sich die Betonzugfestigkeit infolge der Dauerlast reduziert und somit weitere Risse auftreten, sodass im Laufe der Beanspruchung ggf. sogar das abgeschlossene Rissbild auftreten kann.

Ausführungen zum Verbundkriechen im Hinblick auf unterschiedliche Belastungsformen unter nicht-ruhenden Beanspruchungen können beispielsweise *Sippel (2003)* entnommen werden.

#### 4.7.3.2 Schwinden

Als weitere zeitabhängige Komponente des Betons hat auch das Schwinden einen Einfluss auf die Zunahme der Rissbreiten unter Langzeitbeanspruchungen. Hierbei ist wieder zwischen dem Zustand der Erstrissbildung und der abgeschlossenen Rissbildung zu unterscheiden. Im Zustand der abgeschlossenen Rissbildung ergibt sich durch das Schwinden lediglich eine Rissöffnung; im Zustand der Erstrissbildung ergibt sich auch eine Verlängerung der Einleitungslänge, da sich in den ungerissenen Bereichen durch das Schwinden Eigenspannungen im Querschnitt aufbauen.

Gemäß *Model Code (2010)* kann eine Berücksichtigung des Schwindens über die folgende Formulierung erfolgen:

$$w_k = \frac{\phi_s}{3,6 \cdot \rho_{p,eff}} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} - \eta_r \cdot \varepsilon_{cs}(t)) \quad (4.33)$$

Hierin sind:

$\varepsilon_{cs}(t)$	Schwindmaß (Vorzeichen beachten)
$\eta_r$	Beiwert zur Berücksichtigung des Beitrags des Schwindens

Nach *Model Code (2010)* kann angenommen werden:

- $\eta_r = 1,0$  abgeschlossene Rissbildung
- $\eta_r = 0,0$  Erstrisszustand

Aus den Betrachtungen in *Empelmann (1995)* ergibt sich bei einer isolierten Betrachtung des Schwindens:

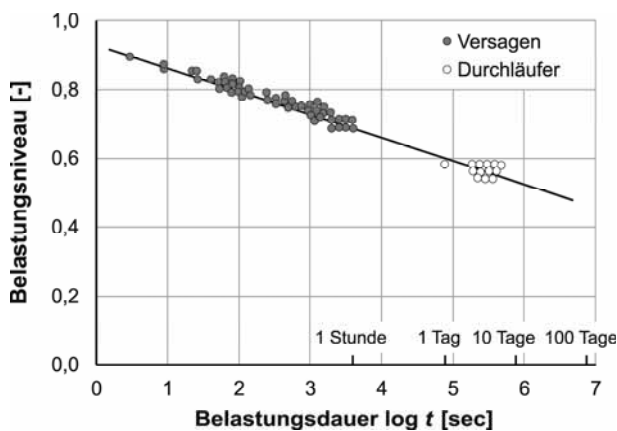
- $\eta_r = 0,9$  abgeschlossene Rissbildung
- $\eta_r = 0,5$  Erstrisszustand

Grundsätzlich ist aber zu beachten, dass das Schwinden als zeitabhängige Größe nicht alleine auftritt, sondern zeitgleich mit dem Kriechen des Betons und dem Verbundkriechen. Dies hat zur Folge, dass sich Dehnungs- bzw. Verschiebungsanteile überlagern und auch in Versuchen nicht ohne weiteres getrennt werden können.

#### 4.7.4 Zugfestigkeit unter Dauerlast

Analog zu dem Abfall der Betondruckfestigkeit unter Dauerlasten (Berücksichtigung in der Bemessung über den Dauerstandsbeiwert  $\alpha_{cc}$ ) reduziert sich auch die aufnehmbare Betonzugfestigkeit unter einer Dauerlast. In Bild 4.12 sind exemplarisch die Ergebnisse einer Versuchsreihe dargestellt und das Dauerstandverhalten in Abhängigkeit des Belastungsniveaus aufgetragen (gefüllter Kreis = Versagen; leerer Kreis = Durchläufer, d. h. Versuch hielt der Dauerzugbeanspruchung stand). Vereinfachend kann angenommen werden:

$$f_{ct,eff}(t) = \left(1 - \frac{\log t}{12}\right) \cdot f_{ct,eff} \geq 0,6 \quad (4.34)$$



**Bild 4.12:** Abnahme der zentrischen Zugfestigkeit in Abhängigkeit von Belastungsniveau und Versuchsdauer nach Reinhardt/Cornelissen (1985)

Allerdings wird die Größe der Rissbreite hierdurch im Allgemeinen nicht beeinflusst; es treten lediglich zusätzliche Risse auf (siehe Abschnitt 4.7.3.1). Dies gilt im Übrigen auch für den Zustand der abgeschlossenen Rissbildung.

#### 4.7.5 Wiederholte Einwirkungen / Beanspruchungen

Für eine wirklichkeitsnahe Bestimmung der Rissbreite unter dynamischer Beanspruchung sind – ähnlich wie bei Langzeitbeanspruchung – folgende Einflussgrößen zu berücksichtigen:

- Einfluss des Verbundkriechens unter dynamischer Beanspruchung
- Veränderung des Dehnungsverhaltens infolge dynamischer Belastung
- Abnahme der Betonzugfestigkeit infolge dynamischer Belastung

Die unter dynamischer oder schwellender Beanspruchung eintretende von der Lastspielzahl abhängige Verschiebungszunahme kann wiederum mit Hilfe des sogenannten Isochronenverfahrens berücksichtigt werden. In Gleichung (4.30) ist  $\varphi_v$  durch

$$\varphi_{dyn}(N) = (1 + N)^{0,107} - 1 \quad (4.35)$$

mit:

$N$  Anzahl der Lastspiele

zu ersetzen. Damit ergibt sich eine etwas größere Abnahme der Mitwirkung des Betons als unter Dauerlast. Ebenso kann mit Gleichung (4.32) verfahren werden.

In Abhängigkeit von der Lastspielzahl  $N$  ergibt sich auch eine Abnahme der effektiven Betonzugfestigkeit  $f_{ct,eff}$ . Nach *Model Code (2010)* kann dies durch die Beziehung

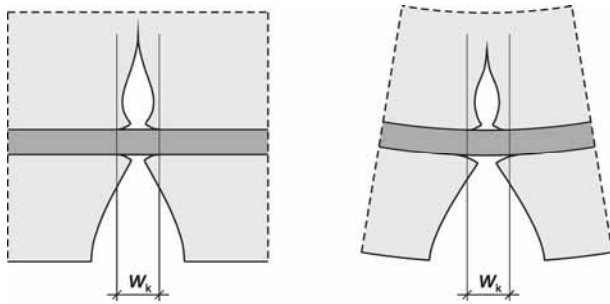
$$f_{ct,eff}(N) = \left(1 - \frac{\log N}{12}\right) \cdot f_{ct,eff} \quad (4.36)$$

erfasst werden.

#### 4.7.6 Biegebeanspruchte Bauteile

Häufig werden die Gleichungen zur Berechnung der Rissbreite an zentrisch beanspruchten Zugstäben abgeleitet. Bei biegebeanspruchten Bauteilen werden die Rissbreiten in der Regel aber an der Betonunterseite sichtbar und die gemessenen Größen dann gegenüber den vereinbarten Zielgrößen (Grenzzissbreiten) bewertet.

Hieraus ergibt sich eine Diskrepanz zwischen der rechnerischen Rissbreite in Höhe der Bewehrungslage und der gemessenen Rissbreite an der Betonoberfläche (siehe auch Bild 4.13).



**Bild 4.13:** Zusammenhang zwischen Rechenwert der Rissbreite und Rissbreite an der Oberfläche nach DAfStb-Heft 525

Um diesen Einfluss zu berücksichtigen, kann nach *Model Code (2010)* eine Korrektur über die folgende Gleichung vorgenommen werden:

$$w_{k,b} = \frac{h - x^{\text{II}}}{d - x^{\text{II}}} \cdot w_k \quad (4.37)$$

Hierin sind:

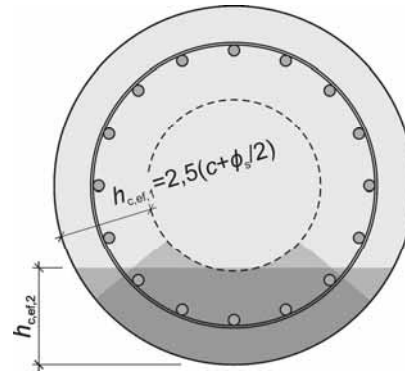
$h$	Gesamthöhe des Querschnitts
$d$	statische Nutzhöhe
$x^{\text{II}}$	Druckzonenhöhe im Zustand II

Weitere Ausführungen zu Rissbreiten an biegebeanspruchten Bauteilen können *Empelmann/Cramer (2018)* entnommen werden.

#### 4.7.7 Andere Querschnittsformen

Ähnlich wie bei der Biegebemessung, wo die Bemessungsgleichungen und Hilfsmittel in der Regel an rechteckigen Betondruckzonen abgeleitet werden und beim Vorliegen von nicht rechteckigen Druckzonen besondere Überlegungen erforderlich werden, verhält es sich bei der Begrenzung der Rissbreiten mit den Zugzonen. Auch hier werden die Modelle im Allgemeinen an Rechteckquerschnitten mit konstanter Breite hergeleitet, die auch für die überwiegende Mehrzahl der in der Praxis anzutreffenden Anwendungsfälle gültig sind. Falls sich die Verhältnisse aber deutlich unterscheiden, sind die wirksame Betonfläche und damit der wirksame Bewehrungsgrad anzupassen.

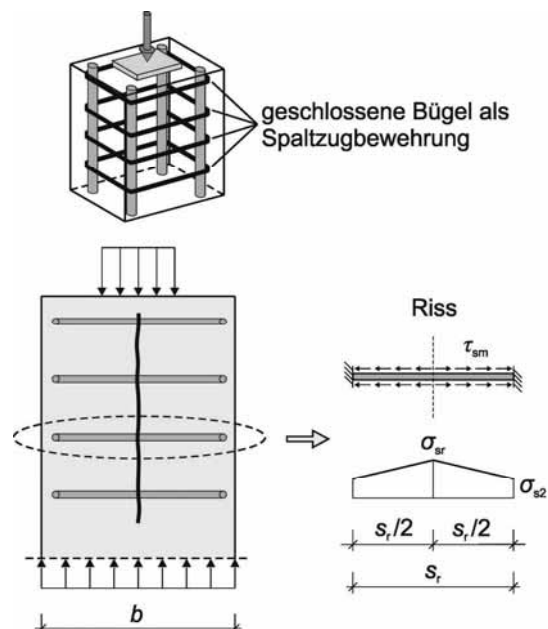
Stellvertretend können hier Kreisquerschnitte mit den typischen Anwendungen bei Pfählen und Pfeilern aufgeführt werden. Die wirksame Betonfläche und der wirksame Bewehrungsgrad entstehen gemäß Bild 4.14 aus einem Kreisringsegment des unteren Quadranten. Weiterführende Ausführungen finden sich z. B. in *Wiese et al. (2004)*.



**Bild 4.14:**  $A_{c,eff}$  an Kreisquerschnitten

#### 4.7.8 Spannungs- und Verformungskonzentrationen (Stabwerkmodelle)

Auch im Bereich von Spannungs- und Verformungskonzentrationen, z. B. in Lasteinleitungsbereichen, ist für die Zugstreben der Nachweis der Begrenzung der Rissbreite zu führen. Allerdings können hier Gleichung (4.1) und (4.3) oder die aufgeführten Tabellen für den Grenzdurchmesser und die Höchstwerte der Stababstände im Allgemeinen nicht verwendet werden, da, wie Bild 4.15 zeigt, bei solchen „kurzen Zugstreben“ vom Grundsatz her eher ein im Beton eingebetteter Stab mit Endverankerung vorliegt.



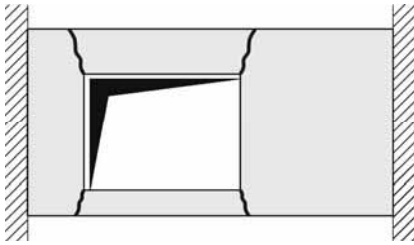
**Bild 4.15:** Bemessungsansatz zur Rissbreitenberechnung bei „kurzen verankerten Zugstreben“ nach *Empelmann/Wichers (2009)*

In *Empelmann/Wichers (2009)* wird zur Herleitung vereinfachend eine Einzelrissbildung angenommen. Dann folgt unter Ansatz eines starr-plastischen Verbundverhaltens für den eingebetteten Stabbereich und

eines ideal-starren Ankerkörpers für die zur vollen Verankerung der Zugstrebe erforderlichen Bewehrungsabbiegungen der Zusammenhang:

$$w_k = \left( 2 \cdot \sigma_{sr} - \frac{3,6 \cdot f_{ct,eff} \cdot s_r}{\phi_s} \right) \cdot \frac{s_r}{2 \cdot E_s} \quad (4.38)$$

Allerdings ist bei solchen Modellen – noch mehr als bei den Verhältnissen nach Abschnitt 4.5 – zu beachten, dass es unter aufgezwungenen und behinderten Verformungen lokal zu einer erhöhten Rissbildung kommen kann. Dies ist beispielsweise auch der Fall in der Nähe von Aussparungen in Platten und Wänden (siehe Bild 4.16). Um klaffende Risse zu verhindern, ist unter Umständen eine tiefergehende Verformungsuntersuchung in diesem Bereich durchzuführen (Zahn/Wochner (2016)).



**Bild 4.16:** Beispiel für Verformungskonzentrationen

#### 4.7.9 Stark unterschiedliche Durchmesser

Bei stark unterschiedlichen Stabdurchmessern ist die unterschiedliche Verbundsteifigkeit der Bewehrungsstäbe bei der Bestimmung der tatsächlich auftretenden Stahlspannungen zu berücksichtigen. Dies kann bei starr-plastischen Verbundverhältnissen im abgeschlossenen Risszustand mit einem einfachen Federmodell erfolgen.

Für zwei verschiedene Durchmesser ergeben sich die Verbundelemente bei gegebenem Rissabstand  $s_r$  zu:

$$T_{\emptyset 1} = U_{\emptyset 1} \cdot s_r / 2 \quad (4.39)$$

$$T_{\emptyset 2} = U_{\emptyset 2} \cdot s_r / 2 \quad (4.40)$$

Für die Federsteifigkeiten der Bewehrungsstränge folgt:

$$K_{\emptyset 1} = \frac{A_{s,1}}{s_r / 2} \quad (4.41)$$

$$K_{\emptyset 2} = \frac{A_{s,2}}{s_r / 2} \quad (4.42)$$

Aus der Verträglichkeitsbedingung können dann die anteiligen Zugkräfte  $F_{s,1}$  im Bewehrungsstrang 1 und  $F_{s,2}$  im Bewehrungsstrang 2 am Riss abgeleitet werden:

$$F_{s,1} = \frac{F_s \cdot K_{\emptyset 1} + T_{\emptyset 1} \cdot K_{\emptyset 2} \cdot 0,5}{\frac{K_{\emptyset 1} + K_{\emptyset 2}}{T_{\emptyset 2} \cdot K_{\emptyset 1} \cdot 0,5} - \frac{K_{\emptyset 1} + K_{\emptyset 2}}{K_{\emptyset 1} + K_{\emptyset 2}}} \quad (4.43)$$

$$F_{s,2} = \frac{F_s \cdot K_{\emptyset 2} - T_{\emptyset 1} \cdot K_{\emptyset 2} \cdot 0,5}{\frac{K_{\emptyset 1} + K_{\emptyset 2}}{T_{\emptyset 2} \cdot K_{\emptyset 1} \cdot 0,5} + \frac{K_{\emptyset 1} + K_{\emptyset 2}}{K_{\emptyset 1} + K_{\emptyset 2}}} \quad (4.44)$$

#### 4.7.10 Einfluss einer großen Betondeckung

In der Regel werden die Modelle zur Begrenzung der Rissbreiten mit den in den Versuchen gemessenen Oberflächenrissbreiten validiert. Die sich daraus ergebende Diskrepanz zwischen Mess- und Rechenwerten kann auch durch die Darstellung in Bild 4.13 veranschaulicht werden.

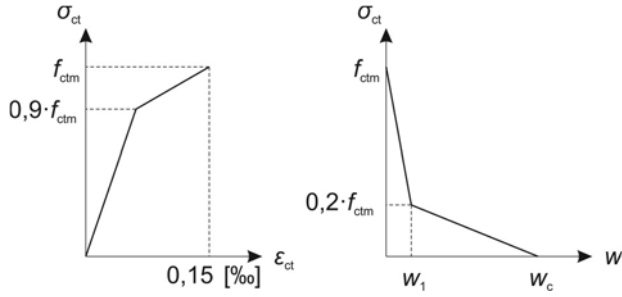
In *Empelmann/Krakowski (2015)* wird unter Auswertung der wenigen hierzu in der Literatur vorliegenden Arbeiten ausgeführt, dass die Differenz zwischen der Rissbreite in Höhe der Stahllagen und der Oberfläche bei Betondeckungen zwischen 50 und 80 mm Werte zwischen  $\Delta w = 0,025$  bis 0,15 mm annehmen kann.

Vereinfachend kann bei Verwendung von Gleichung (4.1) und (4.3) für die Rissbreite an der Oberfläche  $w_{k,c}$  bei einer großen Betondeckung ( $c > 50$  mm), bis zum Vorliegen weiterer Untersuchungen, bei einer Stahlspannung von  $\sigma_s = 250$  N/mm<sup>2</sup> eine Aufweitung des Risses von etwa  $\Delta w = 0,1$  mm angenommen werden, die dann entsprechend über einen Additionsterm  $\Delta w$  berücksichtigt wird:

$$w_{k,c} = w_k + \Delta w \quad (4.45)$$

#### 4.7.11 Sehr kleine Rissbreiten

Bei sehr kleinen Rissbreiten mit  $w < 0,10$  mm und monotoner Belastung wirkt noch die Nachrisszugfestigkeit des Betons (engl.: Tension-Softening). Dabei werden noch kleine Betonzugspannungen über die Rissufer hinweg übertragen (siehe Bild 4.17).



**Bild 4.17:** Tension-Softening nach *Model Code (2010)*

Nach *Model Code (2010)* gilt für  $w \leq w_1$ :

$$\sigma_{ct}(w) = f_{ctm} \cdot \left(1,0 - 0,8 \cdot \frac{w}{w_1}\right) \quad (4.46)$$

und für  $w_1 < w \leq w_c$ :

$$\sigma_{ct}(w) = f_{ctm} \cdot \left(0,25 - 0,05 \cdot \frac{w}{w_1}\right) \quad (4.47)$$

Hierin bedeuten:

$w$	vorhandene Rissbreite in mm
$w_1$	$= G_F / f_{ct,eff}$
$w_c$	$= 5 \cdot G_F / f_{ct,eff}$
$G_F$	Bruchenergie

Die Bruchenergie ist ein bruchmechanischer Kennwert, der sich nach *Model Code (2010)* für Normalbeton vereinfachend als Funktion der Betondruckfestigkeit  $f_{cm}$  zu

$$G_F = 73 \cdot f_{cm}^{0,18} \quad (4.48)$$

ergibt.

Mit dem „Tension-Softening“ ergibt sich im Rissquerschnitt dann ein Betonzugtraganteil, der zu einer „Entlastung“ der Bewehrung führt. Für das Gleichgewicht im Riss gilt dann:

$$\sigma_{s,eff} = \frac{\sigma_s^{II} \cdot A_s - \sigma_{ct}(w) \cdot A_{c,eff}}{A_s} \quad (4.49)$$

#### 4.7.12 Faserbeton

Wenn dem Beton geeignete Fasern zugegeben werden, sind diese nach einer Rissbildung in der Lage, Zugkräfte über den Riss zu übertragen (Bild 4.18) und „entlasten“ damit die Betonstahlbewehrung (*Niemann (2000)*). Als Folge werden die Einleitungslänge des Betonstahles bzw. der Rissabstand sowie die mittleren Beton- und Stahldehnungen gegenüber Gleichung (4.1) und (4.3) verändert.



**Bild 4.18:** Zugstab mit zusätzlich zur Betonstahlbewehrung rissüberbrückenden Stahlfasern

Zur rechnerischen Berücksichtigung wird das Verhältnis der zentrischen Nachrisszugfestigkeit des Stahlfaserbetons  $f_{ct,F}$  zur Betonzugfestigkeit  $f_{ct,eff}$  verwendet:

$$\alpha_F = \frac{f_{ct,F}}{f_{ct,eff}} \quad (4.50)$$

Damit ergibt sich für den Zustand der Erstrissbildung:

$$w_k = \frac{(1 - \alpha_F) \cdot \sigma_{sr} \cdot \phi_s}{3,6 \cdot f_{ct,eff}} \cdot 0,6 \cdot \frac{(1 - \alpha_F) \cdot \sigma_{sr}}{E_s} \quad (4.51)$$

und für den Zustand der abgeschlossenen Rissbildung:

$$w_k = \frac{(1 - \alpha_F) \cdot \phi_s}{3,6 \cdot \rho_{p,eff}} \cdot \frac{(1 - \alpha_F) \cdot (\sigma_s - k_t \cdot \sigma_{sr})}{E_s} \quad (4.52)$$

Bei Anwendung der obigen Gleichungen ist zu beachten, dass es sich bei der Berücksichtigung der Stahlfaserwirkung um eine „Kombibewehrung“ mit unterschiedlichen Steifigkeiten und auch unterschiedlichem Langzeitverhalten handelt. Hierzu sind derzeit nur einige systematische Versuchsreihen vorhanden. Daher erscheint es bei der Berechnung der Rissbreiten vorerst angezeigt, die in der Regel an Biegezugversuchen ermittelte zentrische Nachrisszugfestigkeit des Stahlfaserbetons  $f_{ct,F}$ , je nach den Anforderungen an die Verlässlichkeit der Rissbreitenberechnung, nicht in vollem Maße zu berücksichtigen.

#### 4.7.13 Hochfeste und ultrahochfeste Betone

Die Ausführungen zur Begrenzung der Rissbreite in DIN EN 1992-1-1, 7.3 gelten auch für Betone bis zu einer Betonfestigkeitsklasse C100/115 und damit auch für hochfeste Betone. Die Rissentwicklung von hochfesten Betonen verläuft prinzipiell ähnlich wie bei normalfesten Betonen, die Verteilung der Rissabstände und die Rissbreiten beim abgeschlossenen Rissbild weisen aber – bedingt durch die höheren Herstellungs- und Ausführungsanforderungen – geringere Streuungen auf. Dies sollte auch im Zusammen-

hang mit der vereinfachten Annahme  $\tau_{sk} = 1,8 \cdot f_{ct,eff}$  und  $s_{r,max} = 2 \cdot l_e$  in den Gleichungen (4.1) bis (4.3) beachtet werden. Daher empfiehlt sich bei hochfesten Betonen aus wirtschaftlichen Überlegungen, die Begrenzung der Rissbreiten ggf. über andere in der Literatur verfügbare Rissbreitenmodelle nachzuweisen.

Bei ultrahochfesten Betonen gilt diese obige Empfehlung umso mehr, da hier neben den betontechnologischen Maßnahmen zur Festigkeitssteigerung in der Regel zusätzlich noch Stahlfasern der Betonmischung zugegeben werden. Weitere Ausführungen zur Rissbildung von ultrahochfestem Beton finden sich in *Leutbecher (2007)*.

#### 4.7.14 Schiefwinklige Bewehrung

In vielen Bauteilen des Hoch- und Ingenieurbaus, z. B. in punktgestützten Platten, Wandscheiben, Schalentragwerken etc., treten Zugspannungen auf, die nicht in Richtung der Stäbe des eingebauten Bewehrungsnetzes wirken. Nach der Rissbildung kreuzen die Risslinien die (orthogonal verlegten) Bewehrungsstäbe dann nicht rechtwinklig, sondern schiefwinklig. Solche schiefwinklig bewehrten Bauteile weisen, bei sonst gleichen Stahlspannungen, größere Rissbreiten auf als Bauteile mit Bewehrung in Beanspruchungsrichtung. Nach DIN EN 1992-1-1, 7.3.4 sind gesonderte Betrachtungen zu führen, wenn die Achsen der Hauptzugspannung in orthogonal bewehrten Bauteilen einen Winkel von mehr als  $15^\circ$  zur Richtung der zugeordneten Bewehrung bilden. Weitergehende Hinweise sind z. B. in *Krakowski/Empelmann (2015)* zu finden.

#### 4.7.15 Einwirkungskombination im Gebrauchszustand

Im Hinblick auf eine sichere Berechnung der Rissbreiten ist zu beachten, dass die Rechenwerte beim Stahlbeton im Allgemeinen unter der quasi-ständigen Einwirkungskombination bestimmt werden. Während der Nutzungsdauer können aber Beanspruchungszustände auftreten, die oberhalb dieser Bemessungskombination liegen (häufig, selten (charakteristisch)). Im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit wird zwar von einem linear-elastischen Werkstoffverhalten des Betons und der Bewehrung ausgegangen, allerdings ist das Verbundverhalten nach einer Rissbildung in der Regel nichtlinear. Damit schließen sich Risse nach einer über die Bemessungskombination hinausgehenden Beanspruchung nicht mehr vollständig. Falls eine besondere Verlässlichkeit bei der Begrenzung der Rissbreiten erforderlich wird, ist dieser Effekt gesondert zu betrachten.

#### 4.7.16 Andere Maßnahmen zur Begrenzung der Rissbildung

Der Vollständigkeit halber soll aufgeführt werden, dass neben den oben beschriebenen mechanischen Modellen und bewehrungstechnischen Regeln zur Rissbreitenbegrenzung auch konstruktive Maßnahmen zur Begrenzung der Rissbildung und der Rissbreiten möglich und ggf. zielführend sind. In diesem Zusammenhang können die Anordnung von Bewegungsfugen und Sollrissstellen sowie die Festlegung von Betonierfolgen, Bauabschnitten, Ausschallfristen etc. genannt werden.

### 4.8 Literatur

Comité Euro-International Du Beton: CEB-FIP Model Code 1990. Juni 1991.

Comité Euro-International Du Beton: fib Model Code for Concrete Structures 2010. September 2011.

DAfStb-Heft 525: Erläuterungen zu DIN 1045-1 – Teil 2. 1. Auflage. Berlin, Beuth Verlag, 2003.

DAfStb-Heft 555: Erläuterungen zur DAfStb-Richtlinie Wasserundurchlässige Bauwerke aus Beton. Berlin, Beuth Verlag, 2006.

DAfStb-Heft 600: Erläuterungen zu DIN EN 1992-1-1 und DIN EN 1992-1-1/NA (Eurocode 2). Berlin, Beuth Verlag, 2012.

DAfStb-Richtlinie: Betonbau beim Umgang mit wassergefährdenden Stoffen (BUMWS-Richtlinie). Berlin, Beuth Verlag, Ausgabe 2011-03.

DAfStb-Richtlinie: Wasserundurchlässige Bauwerke aus Beton (WU-Richtlinie). Berlin, Beuth Verlag, Ausgabe 2017-12.

DBV-Merkblatt:2016-05: Begrenzung der Rissbildung im Stahlbeton- und Spannbetonbau. Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein E.V.

DBV-Heft 38 „Merkblatt Rissbildung – Hintergründe und Erläuterungen“. Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein E.V. (in Vorbereitung)

DIN EN 1992-1-1:2011-01: Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau. Berlin, Beuth Verlag.

Mit: DIN EN 1992-1-1/A1:2015-03.



- DIN EN 1992-1-1/NA:2013-04: Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau. Berlin, Beuth Verlag.  
Mit: DIN EN 1992-1-1/NA/A1:2015-12.
- Empelmann, M.: Zum nichtlinearen Trag- und Verformungsverhalten von Stabtragwerken aus Konstruktionsbeton unter besonderer Berücksichtigung von Betriebsbeanspruchungen. RWTH Aachen, Dissertation, 1995.
- Empelmann, M.; Busse, D.: Vergleich von normativen Modellen zur Berechnung der Rissbreite. In: Beton- und Stahlbetonbau 113 (2018); Heft 4, S. 298-306.
- Empelmann, M.; Cramer, J.: Rissbreiten an biegebeanspruchten Bauteilen. In: Beton- und Stahlbetonbau 113 (2018); Heft 4, S. 291-297.
- Empelmann, M.; Krakowski, W.: Erweitertes Modell zur Berechnung der Rissbreite. In: Beton- und Stahlbetonbau 110 (2015); Heft 7, S. 458-467.
- Empelmann, M.; Wichers, M.: Stabwerke und Teilflächenbelastung nach DIN 1045-1 und Eurocode 2: Modelle und Anwendungen. In: Beton- und Stahlbetonbau 104 (2009), Heft 4, S. 226-235.
- Fingerloos, F.; Hegger, J.: Erläuterungen zur Änderung des deutschen Nationalen Anhangs zu Eurocode 2 (DIN EN 1992-1-1/NA/A1:2015-12). In: Beton- und Stahlbetonbau 111 (2016), Heft 1, S. 2-8.
- Goris, A.; Schmitz, P.: Bemessungstabellen nach Eurocode 2 – Normalbeton, Hochfester Beton, Leichtbeton. Köln, Bundesanzeiger Verlag, 2. Auflage, 2014.
- König, G.; Tue, N. V.: Grundlagen und Bemessungshilfen für die Rissbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton sowie Kommentare, Hintergrundinformationen und Anwendungsbeispiele zu Regelungen nach DIN 1045, EC 2 und Model Code 90. DAFStb-Heft 466, Berlin, Beuth Verlag, 1996.
- Krakowski, W.; Empelmann, M.: Rissbreitenberechnung bei Flächentragwerken mit beliebig orientierter Bewehrung - Erweiterte Nachweisführung zur DIN EN 1992-1-1/NA. In: Beton- und Stahlbetonbau 110 (2015), Heft 3, S. 201-209.
- Leutbecher, T.: Rissbildung und Zugtragverhalten von mit Stabstahl und Fasern bewehrtem Ultrahochfesten Beton (UHPC), Dissertation, Universität Kassel, 2007.
- Meyer, G.; Meyer, R.: Rissbreitenbeschränkung nach DIN 1045: Diagramme zur direkten Bemessung. Düsseldorf: Bau + Technik, 2007.
- Niemann, P.: Gebrauchsverhalten von Betonbauteilen aus Stahlfaserbeton mit Betonstahlbewehrung – Teilvorhaben I: Bemessung für Zwangsbeanspruchung bei einer kombinierten Bewehrung. Versuchsbericht. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, Technische Universität Braunschweig, 2000.
- Reinhardt, H. W., Cornelissen, H. A. W.: Zeitstandzugversuche in Beton. In: Baustoffe (1985), Wiesbaden: Bauverlag, S. 162-167.
- Sippel, T. M.: Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetontragwerken unter Betriebsbelastung. DAFStb-Heft 540, Berlin, Beuth Verlag, 2003.
- Tue, N. V.; Turner, K.: Begrenzung der Rissbreite nach Eurocode 2 – Erläuterungen zum Beiwert  $k_c$ . In: Beton- und Stahlbetonbau 111 (2016), Heft 8, S. 516-521.
- Wiese, H.; Curbach, M.; Speck, K.; Weiland, S.; Eckfeldt, L.; Hampel, T.: Rissbreitennachweis für Kreisquerschnitte. In: Beton- und Stahlbetonbau 99 (2004), Heft 4, S. 253-261.
- Zilch, K.; Rogge, A.: Bemessung von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen im Brücken- und Hochbau. In: Beton Kalender (2004), Teil 2, S. 221-373.
- Zahn, F.; Wochner, M.: Betrachtungen zur rechnerischen Rissbreite bei frühem und spätem Zwang und bei geometrischen Schwachstellen In: Beton- und Stahlbetonbau 111 (2016), Heft 3, S. 132-140.

## 5 Begrenzung der Verformung unter Gebrauchslast

### 5.1 Übersicht

#### 5.1.1 Allgemeines

Grundsätzlich ist die Verformung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit zu beschränken, wenn durch zu große Durchbiegungen Schäden an Bauteilen entstehen können oder ihre Nutzung bzw. Gebrauchstauglichkeit beeinträchtigt wird. Auf einen rechnerischen Nachweis kann nur verzichtet werden, wenn konstruktive Vorkehrungen zur Vermeidung derartiger Schäden getroffen werden.

Die Größe der schadenauslösenden Verformungen kann nicht einheitlich angegeben werden. Bei ihrer Festlegung müssen nicht nur die Auswirkungen auf die Funktionsfähigkeit des betrachteten Bauteiles, wie z. B.

- unplanmäßige Entwässerung bzw. Wasseransammlung auf Dachdecken,
- ungewollter Durchhang des Bauteils,
- geänderte Lagerungsbedingung / Verkantungen,

sondern auch mögliche Schäden in anschließenden Bauteilen, wie z. B.

- Risse in leichten Trennwänden aber auch tragenden Wänden,
- Putz- und Belagschäden,
- unplanmäßige Beanspruchungen von Fassaden, Verglasungen, haustechnischen Anlagen oder Oberflächenstrukturen,

beachtet werden.

#### 5.1.2 Einflussfaktoren

Die Größe und zeitliche Entwicklung der Durchbiegung von überwiegend auf Biegung beanspruchten Stahlbetonbauteilen hängen von einer Vielzahl von Einflussparametern ab, die in folgende übergeordnete Kategorien eingeteilt werden können:

- Materialeigenschaften
- System (statisches Modell)
- Einwirkungen
- Bauart (Verbundwerkstoff)

Bei den Materialeigenschaften sind z. B. folgende Kenngrößen größeren Streuungen unterworfen:

- Elastizitätsmodul des Betons
- Zugfestigkeit des Betons
- Größe und zeitlicher Verlauf von Kriechen und Schwinden des Betons

Die Systemparameter können z. B. im Hinblick auf die nachstehenden Größen nennenswert variieren:

- Querschnittsabmessungen bzw. tatsächlich vorhandene geometrische Größen (u. a. mitwirkende Breiten der Gurtplatten)
- Lage, Anordnung und Staffelung der Bewehrung (sowohl in der Zug- als auch in der Druckzone)
- ein- oder zweiachsige Lastabtragung
- effektive Stützweite
- Einspanngrad an den Auflagern

Abweichungen von den angenommenen Einwirkungen können sich in der Wirklichkeit u. a. ergeben aus:

- planmäßigen Abweichungen von den Rechengrößen der Lastnormen (z. B. Verkehrslasten nach DIN EN 1991, die während der Lebensdauer der Bauteile nur selten und meist auch nur kurzfristig auftreten)
- unplanmäßigen bzw. nicht erfassten Last- und Zwangbeanspruchungen (z. B. Temperatur)
- eingepägten Beanspruchungszuständen aus den Bauverfahren oder vorherigen Belastungen

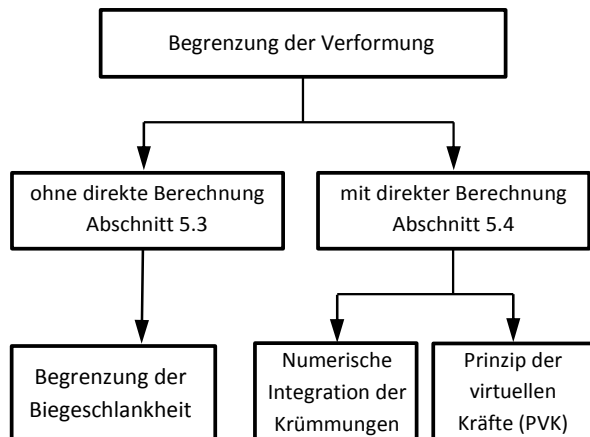
Darüber hinaus sind bei Stahlbetonkonstruktionen folgende Auswirkungen der Bauart bzw. aus einer beanspruchungsabhängigen Veränderung der angesetzten Steifigkeit zu berücksichtigen:

- Rissbildung nach Überschreiten der Betonzugfestigkeit
- Veränderung der Materialparameter durch Kurzzeit-/Langzeit-/Wechselbelastung bzw. dynamische Belastungen

Im Zusammenhang mit den zahlreichen oben genannten Einflussparametern ist darüber hinaus zu beachten, dass diese nicht nur von Bauteil zu Bauteil, sondern auch längs der Stabachse und durch die Überlagerung mit während der Herstellung eingepägten Verformungen (Steifigkeit der Schal- und Rüstsysteme) weiteren Streuungen unterworfen sind. Daher kann die auftretende Durchbiegung bzw. der auftretende Durchhang nicht exakt berechnet, sondern nur näherungsweise abgeschätzt werden.

### 5.1.3 Nachweisverfahren

Die Begrenzung der Verformungen von biegebeanspruchten Stahlbetonbauteilen unter Gebrauchslasten kann nach DIN EN 1992-1-1 grundsätzlich ohne direkte oder mittels direkter Berechnung der Verformungen erfolgen (Bild 5.1).



**Bild 5.1:** Verfahren zur Verformungsbegrenzung

Ein vereinfachter Nachweis zur Begrenzung der Verformungen ohne direkte Berechnung darf über die Einhaltung von Biegeschlankheiten geführt werden (vgl. Abschnitt 5.3.1), wenn folgende Voraussetzungen erfüllt sind:

- Stahlbetonbalken und -platten des üblichen Hochbaus
- Gleichlasten (d. h., nicht anzuwenden bei konzentrierten Lastenleitungen aus Wänden oder Stützen)
- statische Beanspruchungen

Für eine Vordimensionierung der erforderlichen Bauteildicke von Stahlbetonbauteilen kann der Maximalwert der zulässigen Biegeschlankheit nach DIN EN 1992-1-1 angesetzt werden (vgl. Abschnitt 5.3.2). Für eine näherungsweise Verformungsbegrenzung können die Verfahren von

- Zilch/Donaubauer (vgl. Abschnitt 5.3.3),
- Krüger/Mertzsch (vgl. Abschnitt 5.3.4) oder
- Jeromin (vgl. Abschnitt 5.3.5)

verwendet werden. Diesen Verfahren liegen bestimmte Annahmen zugrunde und sie sollten nur in diesen Grenzen angewandt werden.

Wenn die Randbedingungen für die Begrenzung der Biegeschlankheit nicht gegeben sind, vorgespannte Bauteile nachgewiesen werden sollen oder wenn eine

höhere „Genauigkeit“ und Wirklichkeitsnähe erforderlich ist (z. B. für die Überhöhung der Schalung oder aus anderen konstruktiven oder nutzungsspezifischen Gründen) und bestimmte Grenzwerte der Durchbiegung eingehalten werden müssen, ist eine rechnerische Ermittlung der Durchbiegung notwendig. Die direkte Berechnung der Verformung kann u. a. anhand folgender Verfahren durchgeführt werden:

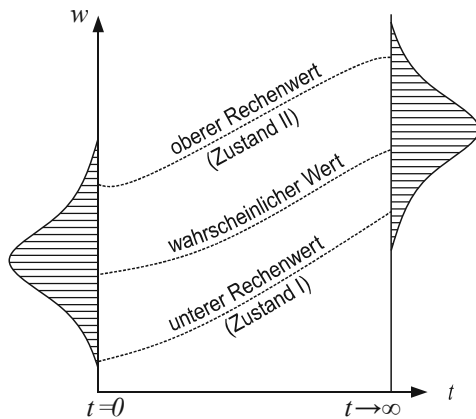
- Vereinfachte Berechnung der Verformung nach DIN EN 1992-1-1 (vgl. Abschnitt 5.4.2)
- Verfahren mit dem Prinzip der virtuellen Kräfte unter Ansatz einer konstanten (vgl. Abschnitt 5.4.3) oder bereichsweise konstanten Biegesteifigkeit (vgl. Abschnitt 5.4.4)
- Finite-Elemente-Methode (vgl. Abschnitt 5.4.5)

Hierbei ist zu beachten, dass die direkte Berechnung der Durchbiegung

- das tatsächliche Bauwerksverhalten mit einer Genauigkeit wiedergeben sollte, die dem Berechnungszweck entspricht und
- nur ein Hinweis auf die zu erwartende Größenordnung sein kann und nicht erwartet werden darf, dass sich der Rechenwert im späteren Bauwerk exakt so einstellt.

Die direkten Berechnungsverfahren basieren daher auf einer Grenzwertbetrachtung der Verformung, um die sich in der Realität einstellende Durchbiegung möglichst genau einzugrenzen. So wird in der Regel der Größtwert der Durchbiegung, z. B. wegen Einhaltung von Lichtraumprofilen oder Toleranzen zu anschließenden Bauteilen, benötigt. Manchmal können aber auch Probleme auftreten, wenn die Durchbiegung zu groß berechnet wurde, was z. B. zu einer zu großen Überhöhung von Schalungen führt. Dann ist der untere Grenzwert der Durchbiegung besser geeignet. Häufig wird es genügen, mit der Bestimmung solcher Grenzwerte die Größe der Durchbiegung zu erfassen, sodass die dann am wirklichen Bauteil auftretende Durchbiegung nur noch mit einer gewissen geringeren Wahrscheinlichkeit unter- oder überschritten wird. Zusätzlich kann aber ein wahrscheinlicher Wert der Durchbiegung bestimmt werden, der – wenn die Einflussparameter zutreffend geschätzt werden – im Mittel erwartet werden darf.

Bild 5.2 zeigt schematisch die verschiedenen Rechenwerte der Durchbiegung und ihre zeitliche Entwicklung.



**Bild 5.2:** Darstellung der rechnerischen Grenzwerte sowie des wahrscheinlichen Wertes der Durchbiegung und deren zeitlicher Verlauf

Die unteren Rechenwerte der Durchbiegung ergeben sich im Allgemeinen zum Zeitpunkt der Erstbelastung ( $t = 0$ ) und unter Zugrundelegung des ungerissenen Zustandes I. Die oberen Rechenwerte der Durchbiegung resultieren aus einer Zugrundelegung des reinen gerissenen Zustandes II auf der gesamten Trägelänge, ohne jegliche Mitwirkung des Betons in der Zugzone und unter Einschluss der Kriech- und Schwindverformungen ( $t \rightarrow \infty$ ).

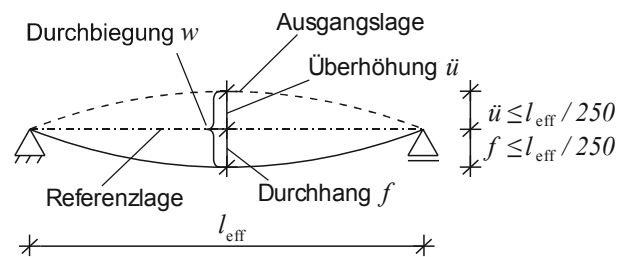
Der wahrscheinliche Wert der Durchbiegung wird unter Berücksichtigung des Umstandes bestimmt, dass Teilbereiche des Trägers in Zustand II übergehen, während andere ungerissen bleiben. Er wird zwischen dem unteren und oberen Rechenwert liegen.

Bei schwach bewehrten Stahlbetonbauteilen nähert sich der wahrscheinliche Wert der Durchbiegung mit abnehmendem Bewehrungsgrad  $\rho$  immer mehr dem unteren Rechenwert der Durchbiegung, weil in diesem Bereich unter Gebrauchslast ein Übergang in Zustand II nicht mehr zu erwarten ist. In solchen Fällen (etwa  $\rho < 0,6\%$ ) wird empfohlen, zur Vereinfachung den sich nach Zustand I ergebenden Wert als wahrscheinlichen Wert der Durchbiegung anzunehmen und den unteren bzw. oberen Rechenwert durch einen Ab- bzw. Zuschlag von 20 % auf den wahrscheinlichen Wert abzuschätzen. Damit wird die Streuung des Elastizitätsmoduls, der Querschnittsabmessungen etc. berücksichtigt.

## 5.2 Grenzwerte der rechnerischen Durchbiegung

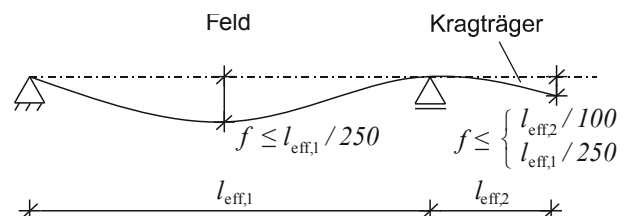
Das Erscheinungsbild und die Gebrauchstauglichkeit eines Tragwerks können beeinträchtigt werden, wenn der berechnete Durchhang eines Balkens, einer Platte oder eines Kragbalkens unter quasi-ständiger

Einwirkungskombination 1/250 der Stützweite überschreitet. Der Durchhang ist auf die Verbindungslinie der Unterstützungspunkte zu beziehen (Bild 5.3). Überhöhungen dürfen eingebaut werden, um einen Teil oder die gesamte Durchbiegung auszugleichen. Die Schalungsüberhöhung darf in der Regel 1/250 der Stützweite nicht überschreiten. Als Stützweite wird grundsätzlich die effektive Stützweite  $l_{\text{eff}}$  angesetzt. Die Bezeichnungen  $l_{\text{eff}}$  und  $l$  werden im gesamten Abschnitt analog zur DIN EN 1992-1-1, 7.4 als gleichbedeutend benutzt (es gilt also  $l = l_{\text{eff}}$ ).



**Bild 5.3:** Definitionen von Durchbiegung, Durchhang und Überhöhung

Bei Kragträgern darf für die Stützweite die 2,5-fache Kraglänge angesetzt werden, d. h.  $\text{Durchhang} \leq 1/100$  der Kraglänge. Der maximal zulässige Durchhang eines Kragträgers sollte jedoch den des benachbarten Feldes nicht überschreiten (Bild 5.4).



**Bild 5.4:** Durchhang bei Kragträgern

In Fällen, in denen der Durchhang weder die Gebrauchstauglichkeit beeinträchtigt noch besondere Anforderungen an das Erscheinungsbild gestellt werden, darf dieser Wert erhöht werden.

Verformungen, die angrenzende Bauteile des Tragwerks beschädigen könnten, sind in der Regel zu begrenzen. Für die Durchbiegung unter quasi-ständiger Einwirkungskombination nach Einbau dieser Bauteile darf als Richtwert für die Begrenzung 1/500 der Stützweite angenommen werden. Andere Grenzwerte dürfen je nach Empfindlichkeit der angrenzenden Bauteile berücksichtigt werden.

Eine Zusammenstellung der Grenzwerte der Verformungen unter quasi-ständiger Einwirkungskombination nach DIN EN 1992-1-1, 7.4.1 kann Tabelle 5.1 entnommen werden.

Wenn das Auftreten übermäßiger Verformungen erhebliche Schäden verursacht (z. B. bei Glasfassaden) oder wenn maßgebende Verkehrslasten wegen dem Kombinationsbeiwert  $\psi_2 = 0$  keine Berücksichtigung finden würden (z. B. Schneelasten), kann nach DIN EN 1990, A1.4.3 die Annahme einer ungünstigeren Lastkombination als die quasi-ständige Einwirkungskombination notwendig sein. Die bei Nutzlasten ggf. berücksichtigten Trennwandzuschläge sollten ebenfalls nicht mit  $\psi_2$  abgemindert werden. In solchen Sonderfällen ist im Allgemeinen eine direkte Berechnung der Verformungen erforderlich.

**Tabelle 5.1:** Grenzwerte der Verformungen (quasi-ständige Einwirkungskombination)

Verformung	Grenzwert
Durchhang im Endzustand von Ein- und Mehrfeldbalken und -platten	$f \leq l_{\text{eff}}/250$
Durchhang im Endzustand von Kragbalken und -platten	$f \leq l_{\text{eff}}/100$
Überhöhung im Bauzustand	$\ddot{u} \leq l_{\text{eff}}/250$
Durchbiegung nach Einbau verformungsempfindlicher angrenzender Bauteile	$w \leq l_{\text{eff}}/500$

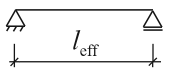
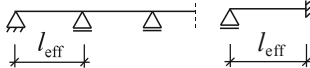
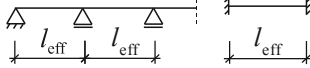
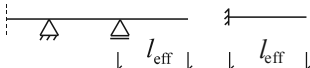
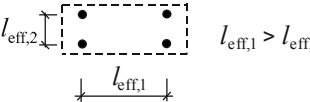
### 5.3 Nachweis der Begrenzung der Verformungen ohne direkte Berechnung

#### 5.3.1 Nachweis nach DIN EN 1992-1-1

Nach DIN EN 1992-1-1, 7.4.1 (6) darf der Nachweis der Beschränkung der Durchbiegung für Stahlbetonbalken oder -platten im Hochbau durch einen vereinfachten Nachweis der Begrenzung der Biegeschlankheit nach DIN EN 1992-1-1, 7.4.2 geführt werden. Dabei darf die vorhandene Biegeschlankheit  $(l/d)_{\text{vorh}}$  von biegebeanspruchten Bauteilen, die mit ausreichender Überhöhung der Schalung hergestellt sind, die zulässige Biegeschlankheit  $(l/d)_{\text{zul}}$  sowie den Maximalwert der Biegeschlankheit  $(l/d)_{\text{max}}$  nicht überschreiten.

Die Vorgehensweise und die einzelnen Berechnungsschritte beim Nachweis der Begrenzung der Biegeschlankheit sind in Bild 5.5 abgebildet. Bei der zulässigen Biegeschlankheit  $(l/d)_{\text{zul}}$  wird der Einfluss des statischen Systems über den Beiwert  $K$ , die Belastung über den erforderlichen Zugbewehrungsgrad  $\rho$  bzw. Druckbewehrungsgrad  $\rho'$ , der Beton über die charakteristische Betondruckfestigkeit  $f_{\text{ck}}$  und weitere Einflussgrößen über die Faktoren  $k_0$ ,  $k_1$  und  $k_2$  berücksichtigt. Der Beiwert  $K$  zur Berücksichtigung des statischen Systems kann Tabelle 5.2, der Grundwert der Biegeschlankheit  $\chi$  für Bauteile ohne Druckbewehrung Bild 5.6 bzw. Bild 5.7 und der Referenzbewehrungsgrad  $\rho_0$  Tabelle 5.3 entnommen werden.

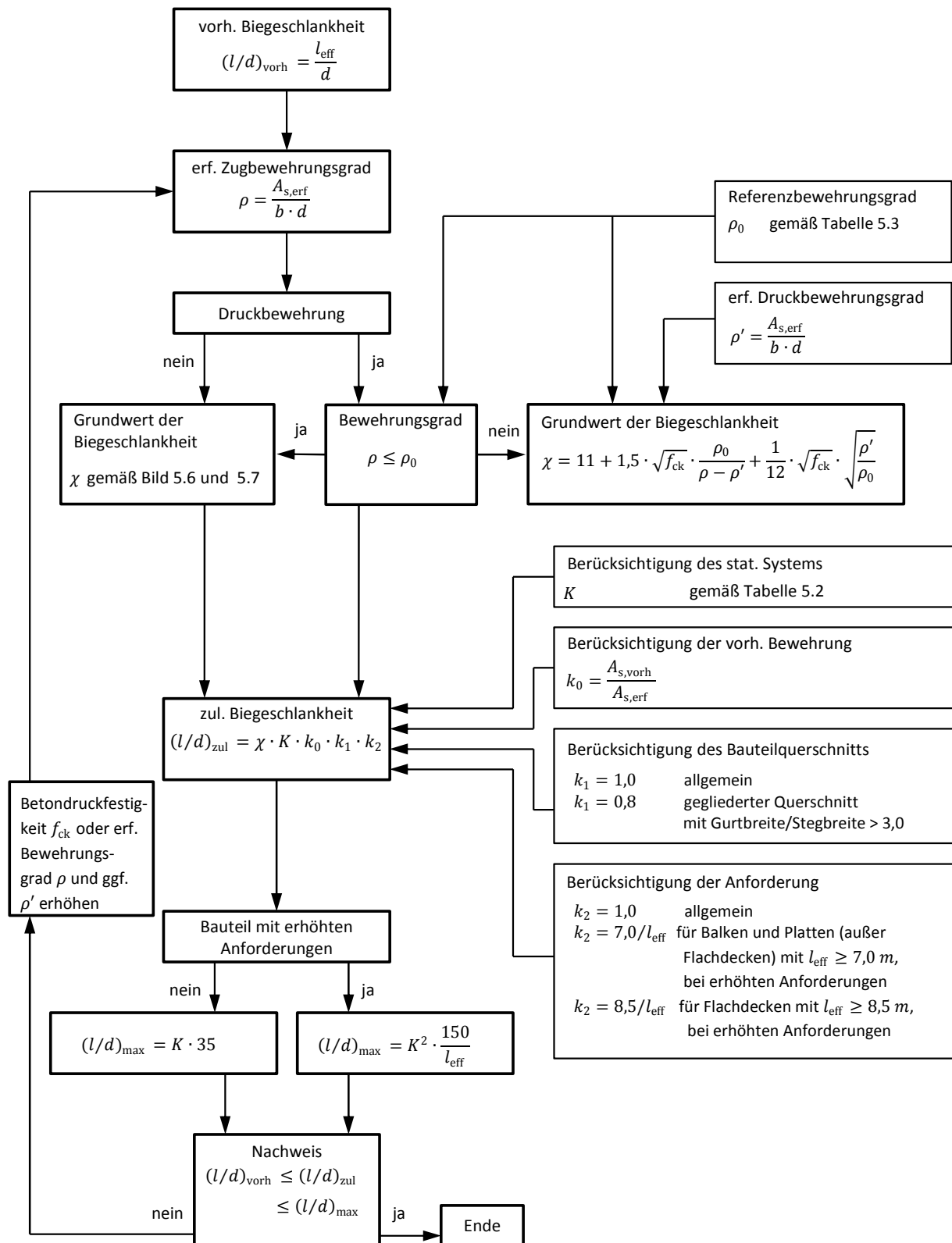
**Tabelle 5.2:** Beiwert  $K$  zur Berücksichtigung des statischen Systems

Beschreibung	Statisches System	Beiwert $K$ [-]
frei drehbar gelagerter Einfeldträger; gelenkig gelagerte einachsige oder zweiachsige gespannte Platte		1,0
Endfeld eines Durchlaufträgers oder einer einachsigen gespannten durchlaufenden Platte; Endfeld einer zweiachsigen gespannten Platte, die kontinuierlich über einer längeren Seite durchläuft		1,3
Mittelfeld eines Balkens oder einer einachsigen oder zweiachsigen gespannten Platte		1,5
Kragträger		0,4
Platte, die ohne Unterzüge auf Stützen gelagert ist (Flachdecke) (auf Grundlage der größeren Spannweite)		1,2

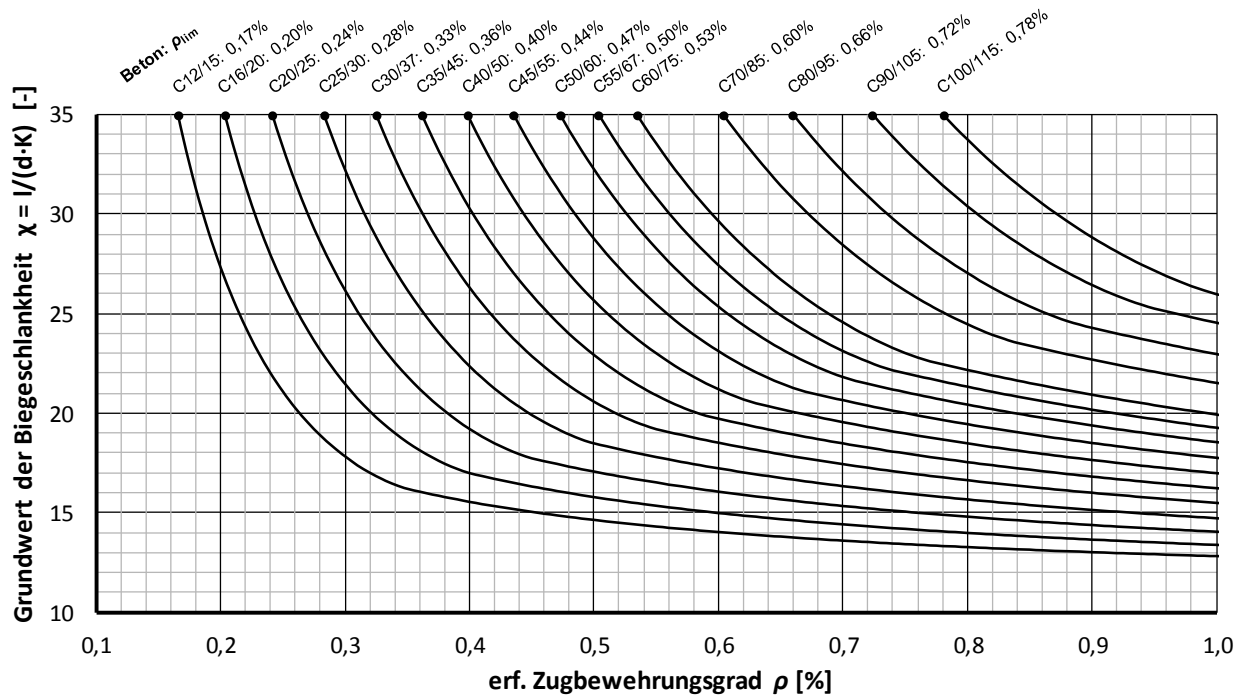
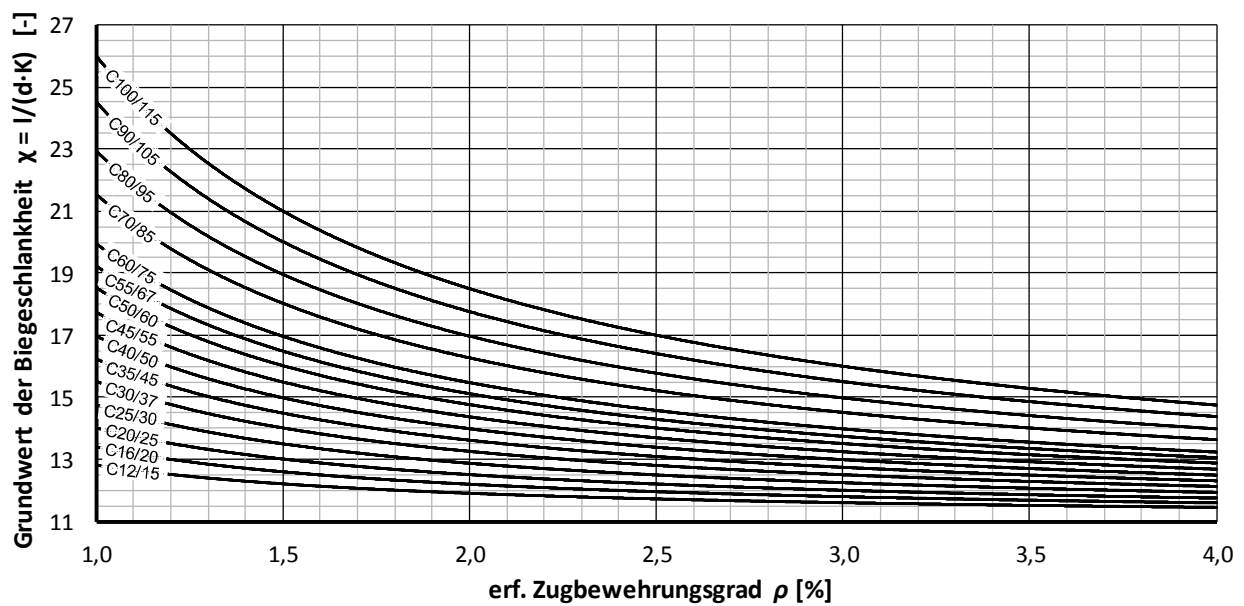
Hinweise: Für zweiachsige gespannte Platten ist in der Regel der Nachweis mit der kürzeren Stützweite zu führen. Bei Flachdecken ist in der Regel die größere Stützweite zugrunde zu legen.

Beim Maximalwert der Biegeschlankheit  $(l/d)_{\max}$ , nach DIN EN 1992-1-1/NA, 7.4.2 (2), der die oberste zulässige Grenze darstellt, erfolgt nur eine Berücksichtigung des statischen Systems über den

Beiwert  $K$ . Werden diese beiden Grenzwerte eingehalten, kann man nach DIN EN 1992-1-1, 7.4.2 (2) davon ausgehen, dass die Verformungsgrenzen gemäß Tabelle 5.1 eingehalten werden.



**Bild 5.5:** Nachweis der Verformung durch Begrenzung der Biegeschlankheit

Bild 5.6: Grundwert der Biegeschlankheit  $\chi$  für Bauteile ohne Druckbewehrung für  $\rho \leq 1,0$ Bild 5.7: Grundwert der Biegeschlankheit  $\chi$  für Bauteile ohne Druckbewehrung für  $1,0 \leq \rho \leq 4,0$ Tabelle 5.3: Referenzbewehrungsgrad  $\rho_0$  und Grenzbewehrungsgrad  $\rho_{lim}$  in Abhängigkeit der Betonfestigkeit  $f_{ck}$ 

$f_{ck}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90	100
$\rho_0$ [%]	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,59	0,63	0,67	0,71	0,74	0,77	0,84	0,89	0,95	1,00
$\rho_{lim}$ [%]	0,17	0,20	0,24	0,28	0,33	0,36	0,40	0,44	0,47	0,50	0,53	0,60	0,66	0,72	0,78

### 5.3.2 Vorbemessung nach DIN EN 1992-1-1/NA

Für die Vorbemessung eines Bauteils kann die erforderliche statische Nutzhöhe  $d$  mit Hilfe des Maximalwertes der Biegeschlankheit  $(l/d)_{\max}$  allgemein zu

$$d \geq \frac{l_{\text{eff}}}{K \cdot 35} \quad (5.1)$$

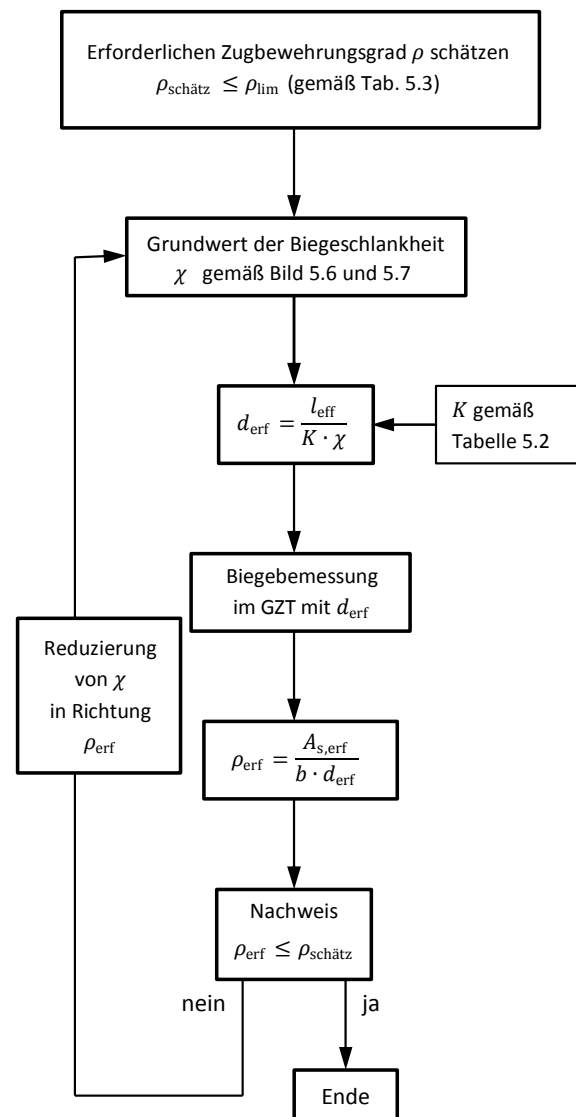
und bei verformungsempfindlichen angrenzenden Bauteilen zu

$$d \geq \frac{l_{\text{eff}}^2}{K^2 \cdot 150} \quad (5.2)$$

abgeschätzt werden. Der Beiwert  $K$  ist entsprechend Tabelle 5.2 anzusetzen. Da hierbei der Maximalwert der zulässigen Biegeschlankheit nach DIN EN 1992-1-1/NA, 7.4.2 (2) angesetzt wird, ist nach der Bemessung des Bauteils eine Überprüfung der Biegeschlankheit nach Abschnitt 5.3.1 erforderlich.

Eine genauere Vorbemessung kann mit den einzelnen Ablaufschritten in Bild 5.8 durchgeführt werden.

Der hierbei anzusetzende Grenzbewehrungsgrad  $\rho_{\text{lim}}$ , der den erforderlichen Zugbewehrungsgrad bei einer Grenzbiegeschlankheit von  $l/(K \cdot d) = 35$  angibt, kann in Abhängigkeit der Betonfestigkeit  $f_{\text{ck}}$  Tabelle 5.3 entnommen werden.



**Bild 5.8:** Vorbemessung mit Hilfe der Biegeschlankheit nach DIN EN 1992-1-1



### 5.3.3 Verfahren nach Zilch/Donaubauer

Das Verfahren nach *Zilch/Donaubauer (2006)* basiert auf numerischen Untersuchungen und kann für die Begrenzung der Verformung von folgenden Stahlbetonbauteilen verwendet werden:

- einachsig gespannte Platten
- zweiachsig gespannte Platten

Nachfolgende Annahmen liegen dem Verfahren zugrunde:

- zulässiger Verformungsgrenzwert  $w_{\text{zul}} = l/250$
- Belastungsbeginn  $t_0 = 28$  Tage
- Innenbauteil mit relativer Luftfeuchtigkeit von  $RH = 50\%$
- vorwiegend ruhende Verkehrsbelastung  
 $q_k = 1,50 - 2,75 \text{ kN/m}^2$
- Kombinationsbeiwert  $\psi_2 = 0,3$  (Dauerlastanteil)
- Zugfestigkeit des Betons  $f_{\text{ct}} = 0,7 \cdot f_{\text{ctm}}$  (Langzeitzugfestigkeit)

Bei Abweichungen der getroffenen Annahmen und bei Überschreitung der zulässigen Biegeschlankheit  $(l/d)_{\text{zul}}$  ist eine genaue Berechnung der Durchbiegung entsprechend Abschnitt 5.4 durchzuführen.

Der zulässige Wert der Biegeschlankheit  $(l/d)_{\text{zul}}$  kann wie folgt berechnet werden:

$$(l/d)_{\text{zul}} = \chi_0 \cdot \left(\frac{l_0}{l_i}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{f_{\text{ck}}}{f_{\text{ck0}}}\right)^{\frac{2}{3}} \quad (5.3)$$

Mit:

$\chi_0$	Grundwert der Biegeschlankheit, bei $l_{\text{eff}} > 7,0 \text{ m}$ mit $7/l_{\text{eff}}$ zu multiplizieren = 25
$l_0$	Bezugswert der Stützweite = 5,0 m
$l_i$	Ersatzstützweite mit Beiwert $\alpha_i$ nach Tabelle 5.4 für einachsig gespannte Stahlbetonplatten und nach Bild 5.9 für zweiachsig gespannte Stahlbetonplatten mit $l_{\text{eff}} = l_{\text{min}}$ = $\alpha_i \cdot l_{\text{eff}}$
$f_{\text{ck0}}$	Bezugswert der Betondruckfestigkeit = $25 \text{ N/mm}^2$
$f_{\text{ck}}$	vorhandene Betondruckfestigkeit

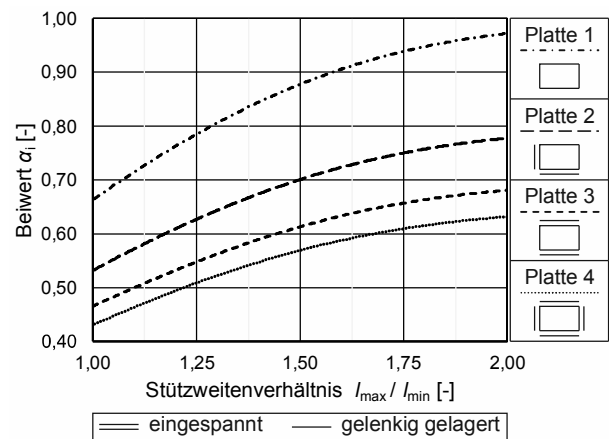
Die Unterscheidung zwischen ein- und zweiachsig gespannten Stahlbetonplatten erfolgt anhand der

Ersatzstützweite  $l_i$ . Für einachsig gespannte Platten wird die Ersatzstützweite mit Hilfe der in Tabelle 5.4 für unterschiedliche statische Systeme aufgeführten Beiwerte  $\alpha_i$  berechnet.

**Tabelle 5.4:** Beiwert  $\alpha_i$  zur Berücksichtigung der Durchlaufwirkung bei einachsig gespannten Stahlbetonplatten

Statisches System	$\alpha_i$ [-]
frei drehbar gelagerter Einfeldträger	1,00
Endfeld eines Durchlaufträgers	0,80
Innenfeld eines Durchlaufträgers	0,70
Kragträger	2,50

Bei zweiachsig gespannten Platten erfolgt die Berechnung der Ersatzstützweite  $l_i$  unter Verwendung des in Bild 5.9 für unterschiedliche Lagerungsbedingungen und in Abhängigkeit des Seitenverhältnisses  $l_{\text{max}}/l_{\text{min}}$  der Platten dargestellten Korrekturfaktors  $\alpha_i$  (bestimmt durch eine Regressionsanalyse).



**Bild 5.9:** Beiwert  $\alpha_i$  für zweiachsig gespannte Platten

### 5.3.4 Verfahren nach Krüger/Mertzsch

Das Verfahren nach *Krüger/Mertzsch (2002), (2006)* basiert auf numerischen Untersuchungen und kann für den Nachweis der Begrenzung der Verformung von nachfolgenden Stahlbetonbauteilen verwendet werden:

- Balken
- einachsig gespannte Platten
- zweiachsig gespannte Platten

Dem Verfahren liegen die folgenden Annahmen zugrunde:

- Betondruckfestigkeit  $f_{ck} \geq 20 \text{ N/mm}^2$
- Kriechzahl  $\varphi \leq 2,50$
- Nutzlast bei Platten  $q \leq 5,0 \text{ kN/m}^2$

Bei Abweichungen zu den Annahmen und bei einer Überschreitung des zulässigen Wertes der Biegeschlankheit  $(l/d)_{zul}$  ist eine genaue Berechnung der Durchbiegung entsprechend Abschnitt 5.4 durchzuführen.

Die zulässige Biegeschlankheit  $(l/d)_{zul}$  lässt sich wie folgt ermitteln:

$$(l/d)_{zul} = \chi_{lim} \cdot \left( \frac{f_{ck}}{f_{ck0}} \right)^{\frac{1}{6}} \cdot \frac{1}{\eta_i} \quad (5.4)$$

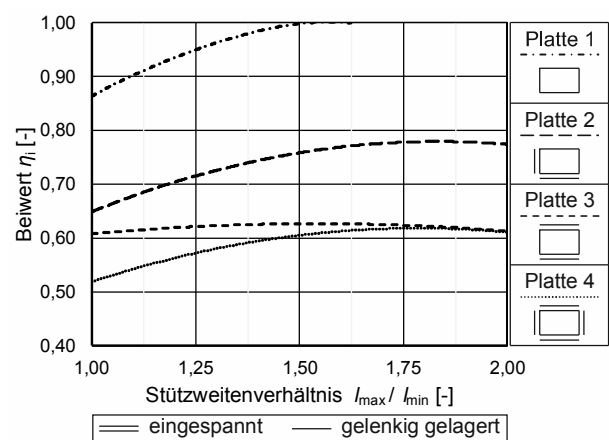
Mit:

$\chi_{lim}$	Grenzwert der Biegeschlankheit nach Tabelle 5.6 mit $l_i = \eta_i \cdot l_{eff}$ ( $l_{eff} = l_{min}$ bei Platten)
$\eta_i$	Beiwert für Balken und Flachdecken nach Tabelle 5.5 und für Platten nach Bild 5.10
$f_{ck0}$	Bezugswert der Betondruckfestigkeit = $20 \text{ N/mm}^2$
$f_{ck}$	vorhandene Betondruckfestigkeit

Die Unterscheidung zwischen Balken, Flachdecken und Platten erfolgt anhand der Ersatzstützweite  $l_i$  über den Beiwert  $\eta_i$  in Tabelle 5.5 und Bild 5.10 (bestimmt unter der Annahme des Zustandes I).

**Tabelle 5.5:** Beiwert  $\eta_i$  für Balken und Flachdecken

Statisches System	$\eta_i$ [-]
frei drehbar gelagerter Einfeldträger	1,00
Endfeld eines Durchlaufträgers	0,80
Innenfeld eines Durchlaufträgers	0,70
Kragträger	2,50
Platte, die ohne Unterzüge auf Stützen gelagert ist (Flachdecke – mit der größten Spannweite)	0,85



**Bild 5.10:** Beiwert  $\eta_i$  für zweiachsig gespannte Platten

**Tabelle 5.6:** Grenzwert der Biegeschlankheit  $\chi_{lim}$  (*Krüger/Mertzsch (2001)*)

$w_{zul}$	$l_i$	Platten		Balken	
		$q \leq$		$\rho \leq$	
		2 kN/m <sup>2</sup>	5 kN/m <sup>2</sup>	1,0 %	2,0 %
$\frac{l}{250}$	$\leq 4,0 \text{ m}$	32,5	29,0	27,3	28,6
	7,0 m	24,5	23,5	24,5	26,0
	12,0 m	19,3	19,4	21,6	23,2
$\frac{l}{500}$	$\leq 4,0 \text{ m}$	29,0	23,0	16,0	16,5
	7,0 m	19,0	17,5	14,5	15,5
	12,0 m	13,8	13,4	13,2	14,0

Zwischenwerte können linear interpoliert werden.

### 5.3.5 Verfahren nach Jeromin

Das Verfahren nach *Jeromin (2014), (2015)* basiert auf numerischen Untersuchungen und kann für die Begrenzung der Verformung von folgenden Stahlbetonbauteilen verwendet werden:

- einachsig gespannte Platten mit starrer Lagerung
- zweiachsig gespannte Platten mit starrer und elastischer Lagerung sowie Punktstützung

Nachfolgende Annahmen liegen dem Verfahren zugrunde:

- Eigengewicht  $g_1 = h \cdot 25 \text{ kN/m}^2$
- Ausbaulast und Verkehrslast inkl. Trennwandzuschlag  $g_2 + \psi_2 \cdot q = 2,50 \text{ kN/m}^2$
- Innenraum mit Kriechbeiwert  $\varphi = 2,5$ , XC1

Bei Abweichungen zu den Annahmen und bei einer Überschreitung des zulässigen Wertes der Biegeschlankheit  $(l/d)_{\text{zul}}$  ist eine genaue Berechnung der Durchbiegung entsprechend Abschnitt 5.4 durchzuführen.

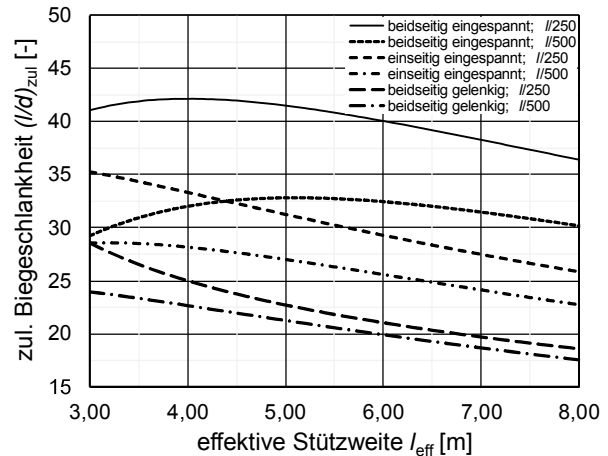
Der zulässige Wert der Biegeschlankheit  $(l/d)_{\text{zul}}$  kann wie folgt ermittelt werden:

$$(l/d)_{\text{zul}} = \frac{1}{a \cdot l_{\text{eff}} + b + \frac{c}{l_{\text{eff}}}} \quad (5.5)$$

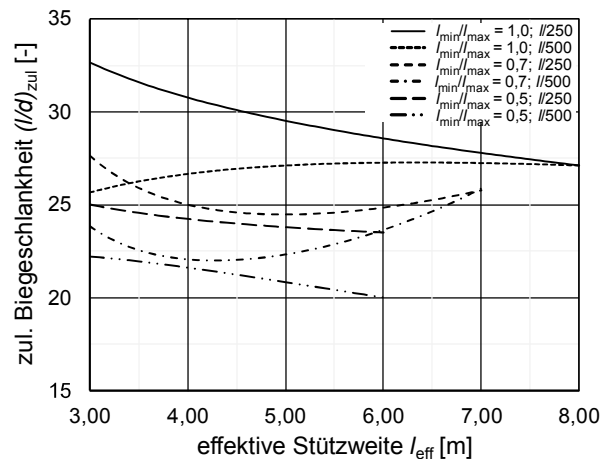
Mit:

$a, b, c$  Koeffizienten nach *Jeromin (2014)*  
 $l_{\text{eff}}$  effektive Stützweite mit  $l_{\text{eff}} = l_{\text{min}}$  in [m]

Die Koeffizienten  $a$ ,  $b$  und  $c$  sind in *Jeromin (2014)* für unterschiedliche Lagerungsbedingungen und Spannweitenverhältnisse sowie für die Verformungsgrenzwerte  $l/250$  und  $l/500$  (Differenzverformung) angegeben und die Ergebnisse grafisch in Diagrammen dargestellt. Exemplarisch sind die sich aus Gleichung (5.5) ergebenden zulässigen Biegeschlankheiten für einachsig gespannte, starr gelagerte Platten in Bild 5.11 und für zweiachsig gespannte, allseits gelenkig und starr gelagerte Einfeldplatten in Bild 5.12 jeweils für eine Betonfestigkeitsklasse C20/25 dargestellt.



**Bild 5.11:** Zulässige Biegeschlankheiten  $(l/d)_{\text{zul}}$  für einachsig gespannte, starr gelagerte Einfeld- und Mehrfeldplatten, Beton C20/25



**Bild 5.12:** Zulässige Biegeschlankheiten  $(l/d)_{\text{zul}}$  für zweiachsig gespannte, allseits gelenkig und starr gelagerte Einfeldplatten, Beton C20/25

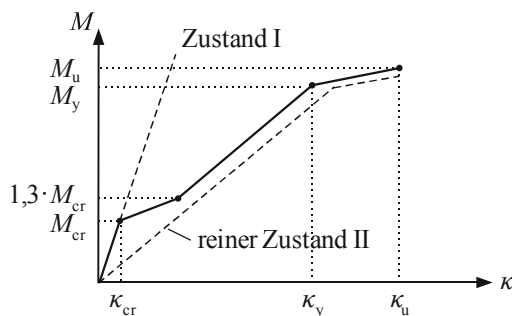
## 5.4 Nachweis der Begrenzung der Verformungen mit direkter Berechnung

### 5.4.1 Allgemeines

Bei biegebeanspruchten Bauteilen kann die Durchbiegung aus der Differentialgleichung der Biegelinie durch zweimalige Integration der Krümmung über die Stablänge unter der Annahme geeigneter Randbedingungen (z. B. Vernachlässigung von Verformungen an Auflagerpunkten) und unter Vernachlässigung von Schubverformungen ermittelt werden.

$$w = \int \int \frac{M(x)}{EI(x)} \cdot dx \cdot dx \quad (5.6)$$

Bei einer über die Stablänge veränderlichen Beanspruchung ergibt sich ein entsprechend veränderlicher Krümmungsverlauf, der dann auch stark von der eintretenden Rissbildung abhängig ist (Bild 5.13).



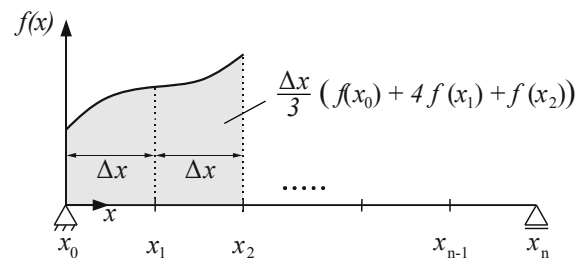
**Bild 5.13:** Momenten-Krümmungs-Diagramm

Wenn der Steifigkeits- bzw. Krümmungsverlauf über die Balkenlänge bekannt ist, lässt sich der Durchbiegungsverlauf durch Integration der Differentialgleichung berechnen. Die Durchbiegung an einer bestimmten Stelle erhält man zweckmäßigerweise mit dem Prinzip der virtuellen Kräfte (PVK) aus der Integration der von den einwirkenden Lasten verursachten Krümmungen über die Bauteillänge entsprechend der nachfolgenden Formulierung.

$$w = \int_0^l \frac{M(x)}{EI(x)} \cdot \bar{M}(x) dx \quad (5.7)$$

Das genaueste Verfahren zur Berechnung der Durchbiegung besteht darin, die Krümmungen an einer Vielzahl von Schnitten entlang des Bauteils zu berechnen und anschließend durch numerische Integration die Durchbiegung zu bestimmen. Zur numerischen Integration eignen sich insbesondere die Newton-Cotes-Formeln, wobei hiervon üblicherweise die sogenannte Simpson-Regel Anwendung findet.

Hierzu wird das Stabwerk in eine hinreichende Anzahl äquidistanter Stababschnitte  $n$  der Länge  $\Delta x$  aufgeteilt. Die Integration des Interpolationspolynoms erfolgt dann über  $n + 1$  Stützstellen (Bild 5.14). Unter Kenntnis der Momenten-Krümmungsbeziehung des Stabes kann dann die numerische Integration tabellarisch erfolgen. An dieser Stelle wird auf die Anwendungsbeispiele in *Zilch/Zehetmaier (2010)* verwiesen, in denen zudem die verformungsrelevanten Langzeiteffekte aus Kriechen und Schwinden Berücksichtigung finden.



**Bild 5.14:** Numerische Integration nach der Simpson-Regel

In der Praxis des üblichen Hochbaus sind die rechnerische Berücksichtigung des exakten Krümmungsverlaufs entlang der Bauteilachse und die Ermittlung der vollständigen Biegelinie oft nicht erforderlich. Dann reicht es aus, die Durchbiegung durch Ansatz einer mittleren Krümmung zu bestimmen. Hierzu enthält DIN EN 1992-1-1 einen vereinfachten Ansatz (Abschnitt 5.4.2). Für die Berechnung der Durchbiegung von einachsig gespannten Bauteilen wird in Abschnitt 5.4.3 ein vereinfachtes Verfahren unter Ansatz einer konstanten Biegesteifigkeit und in Abschnitt 5.4.4 ein erweitertes, vereinfachtes Verfahren unter Ansatz einer bereichsweise konstanten Biegesteifigkeit (unterschieden in gerissene und ungerissene Bauteilbereiche) beschrieben. Berechnungsvorschläge für die Ermittlung der Durchbiegung von zweiachsig gespannten Stahlbetonplatten können *Donaubauer (2002)* und von punktförmig gestützten Stahlbetonplatten *Hotzler/Kordina (1992)* entnommen werden.

Beim Nachweis der Begrenzung der Verformungen mit direkter Berechnung werden die berechneten Verformungen den zulässigen Grenzwerten entsprechend Tabelle 5.1 oder ggf. gesondert festgelegten Grenzwerten gegenübergestellt. Es wird darauf hingewiesen, dass bei nicht vorwiegend ruhenden Lasten – ebenso wie unter Dauerlasten – die Durchbiegungen beträchtlich zunehmen können. Diese Effekte werden nur näherungsweise durch den Faktor  $\beta$  in Gleichung (5.8) erfasst.

### 5.4.2 Vereinfachte Berechnung der Verformung nach DIN EN 1992-1-1

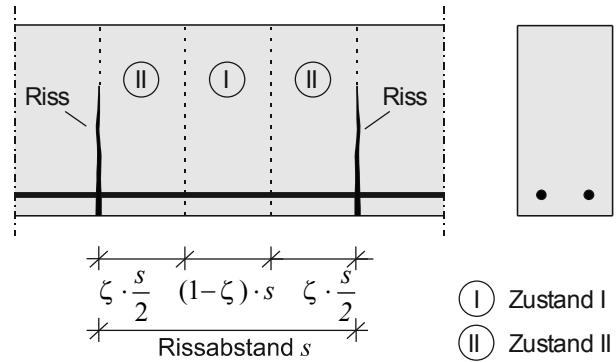
Für überwiegend biegebeanspruchte Bauteile wird in DIN EN 1992-1-1, 7.4.3 ein Verfahren zur Verformungsberechnung angeboten, das auf der Interpolation der maximalen Durchbiegung im Zustand I ( $\alpha_I$ ) und im Zustand II ( $\alpha_{II}$ ) beruht. Das Verhalten von Bauteilen, bei denen nur bereichsweise Risse erwartet werden, liegt zwischen dem von Bauteilen im ungerissenen und im vollständig gerissenen Zustand (Grenzwerte). Die Interpolation der zu erwartenden Durchbiegung zwischen den beiden Grenzwerten erfolgt mittels eines Verteilungsbeiwertes  $\zeta$ . Allgemein gilt:

$$\alpha = \zeta \cdot \alpha_{II} + (1 - \zeta) \cdot \alpha_I \quad (5.8)$$

Dabei ist:

- $\alpha$  gesuchter Durchbiegungsparameter, z. B. Dehnung, Krümmung, Rotation oder vereinfachend Durchbiegung ( $\alpha_I$ : Zustand I,  $\alpha_{II}$ : Zustand II)
- $\zeta$  Verteilungsbeiwert, der die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen berücksichtigt:  
 $\zeta = 0$  für ungerissene Querschnitte  
 $\zeta = 1,0 - \beta \cdot (\sigma_{sr}/\sigma_s)^2$  für gerissene Querschnitte
- $\beta$  Koeffizient zur Berücksichtigung der Belastungsdauer und der Lastwiederholung  
 $\beta = 1,0$  bei einmaliger, kurzzeitiger Beanspruchung  
 $\beta = 0,5$  bei dauerhafter, wiederholter Beanspruchung
- $\sigma_s$  Spannung in der Zugbewehrung bei Annahme eines gerissenen Querschnitts (Spannung im Riss)
- $\sigma_{sr}$  Spannung in der Zugbewehrung bei Annahme eines gerissenen Querschnitts unter einer Einwirkungskombination, die zur Erstrissbildung führt

Durch den Verteilungsbeiwert  $\zeta$ , der in der Literatur oft auch als Rissbildungsfaktor bezeichnet wird, wird die Ausdehnung des gerissenen Bereichs und die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen (Bild 5.15) berücksichtigt (Zilch/Zehetmaier (2010)).



**Bild 5.15:** Berechnungsmodell für die Überlagerung der Zustände I und II nach Litzner (1995)

Das Verhältnis der Zugspannungen  $\sigma_{sr}/\sigma_s$  darf mit  $M_{cr}/M$  für Biegung oder  $N_{cr}/N$  für reinen Zug ersetzt werden, wobei  $M_{cr}$  das Rissmoment und  $N_{cr}$  die Rissnormalkraft sind.

Die Langzeiteffekte aus Kriechen und Schwinden können hierbei ebenfalls berücksichtigt werden. Dazu wird das Kriechverhalten des Betons durch die Verwendung eines effektiven Elastizitätsmoduls  $E_{c,eff}$  abgebildet:

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{[1 + \varphi(\infty, t_0)]} \quad (5.9)$$

Dabei ist:

- $E_{cm}$  mittlerer Elastizitätsmodul als Sekante nach DIN EN 1992-1-1, 3.1.2, Tabelle 3.1
- $\varphi(\infty, t_0)$  Endkriechzahl nach DIN EN 1992-1-1, 3.1.4

Krümmungen infolge des Schwindens  $\kappa_{cs}$  dürfen wie folgt ermittelt werden:

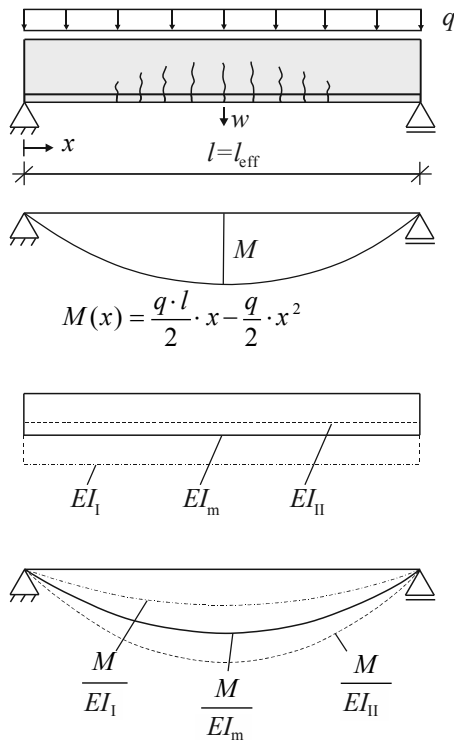
$$\kappa_{cs} = \frac{1}{r_{cs}} = \varepsilon_{cs} \cdot \alpha_e \cdot \frac{S}{I} \quad (5.10)$$

Dabei ist:

- $\varepsilon_{cs}$  freie Schwinddehnung nach DIN EN 1992-1-1, 3.1.4
- $\alpha_e$  Verhältnis der Elastizitätsmoduln  
 $\alpha_e = E_s/E_{c,eff}$
- $S$  Flächenmoment 1. Grades der Querschnittsfläche der Bewehrung, bezogen auf den Schwerpunkt des Querschnitts
- $I$  Flächenmoment 2. Grades (Flächenträgheitsmoment) des Querschnitts

### 5.4.3 Vereinfachte Berechnung der Durchbiegung unter Ansatz einer konstanten Biegesteifigkeit

Bei diesem Verfahren wird angenommen, dass der Verlauf der Krümmung längs der Bauteilachse affin zu dem des Biegemoments ist, sodass die Berechnung der Krümmung im Bereich des maximalen Biegemoments ausreichend ist. Dieses ist gleichbedeutend mit der Annahme einer konstanten Biegesteifigkeit entlang der Bauteilachse (Bild 5.16).



**Bild 5.16:** Ansatz einer konstanten Biegesteifigkeit  
 $EI_I$ : Biegesteifigkeit im Zustand I  
 $EI_m$ : Biegesteifigkeit unter Ansatz der Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen  
 $EI_{II}$ : Biegesteifigkeit im Zustand II

Die (mittlere) Durchbiegung  $w_m$  biegebeanspruchter Bauteile kann dann basierend auf dem Prinzip der virtuellen Kräfte durch die Einführung eines Beiwerts  $k$  (Tabelle 5.7, Tabelle 5.8 und Tabelle 5.9), der den Momentenverlauf in Abhängigkeit der Lagerung und Belastungsart berücksichtigt, näherungsweise wie folgt berechnet werden (Litzner (1995)). Es gilt:

$$w_m = k \cdot l_{\text{eff}}^2 \cdot \kappa_m \quad (5.11)$$

Dabei ist:

$k$	Beiwert zur Berücksichtigung des Momentenverlaufs in Abhängigkeit der Lagerung und Belastungsart nach Tabelle 5.7 für Einfeldträger, Tabelle 5.8 für Durchlaufträger und Tabelle 5.9 für Kragträger
$l_{\text{eff}}$	effektive Stützweite
$\kappa_m$	mittlere Krümmung

Die mittlere Krümmung  $\kappa_m$  (unter Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen) kann nach Gleichung (5.8) durch Interpolation der maximalen Krümmung im Zustand I ( $\kappa_I$ ) und Zustand II ( $\kappa_{II}$ ) mit folgender Formel berechnet werden:

$$\kappa_m = \zeta \cdot \kappa_{II} + (1 - \zeta) \cdot \kappa_I \quad (5.12)$$

Die Krümmungen im Zustand I bzw. Zustand II infolge eines Biegemoments  $M$  errechnen sich aus:

$$\kappa_{I/II} = \frac{M}{E_{c,\text{eff}} \cdot I_{I/II}} \quad (5.13)$$

Der Einfluss des Betonkriechens wird hierbei durch Ansatz des effektiven Elastizitätsmoduls nach Gleichung (5.9) berücksichtigt.

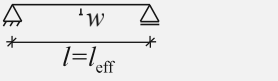
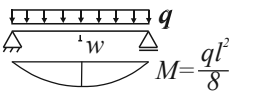
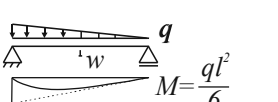
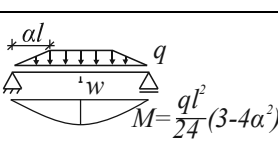
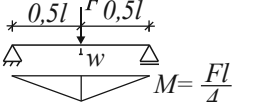
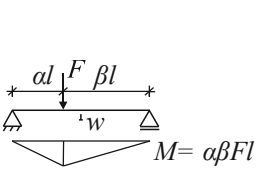
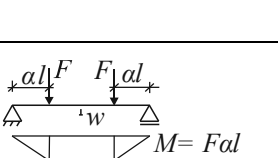
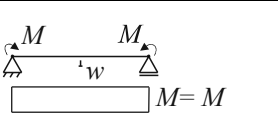
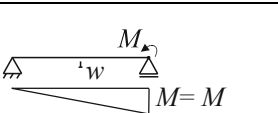
Die Krümmungen im Zustand I bzw. Zustand II infolge Schwindens errechnen sich gemäß Gleichung (5.10) aus:

$$\kappa_{I/II} = \varepsilon_{cs} \cdot \alpha_e \cdot \frac{S_{I/II}}{I_{I/II}} \quad (5.14)$$

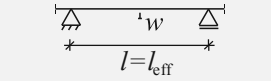
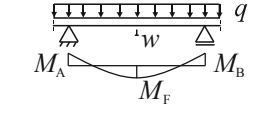
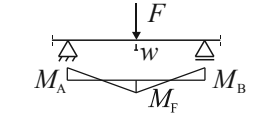
Die entsprechende Berechnung der Flächenmomente  $S$  und  $I$  für den ungerissenen Zustand I als auch für den gerissenen Zustand II kann für Rechteckquerschnitte nach Tabelle 5.10 und für Plattenbalkenquerschnitte nach Tabelle 5.11 erfolgen.

Die Gesamtverformung ergibt sich durch Addition der Krümmungsanteile aus Biegebeanspruchung inklusive Kriechen (Gleichungen (5.12) und (5.13)) und Schwinden (Gleichungen (5.12) und (5.14)).

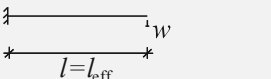
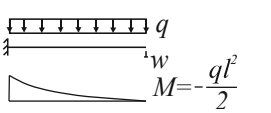
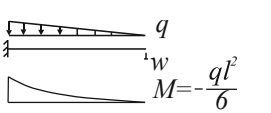
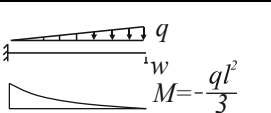
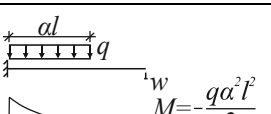
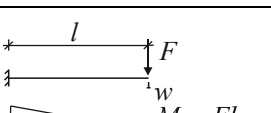
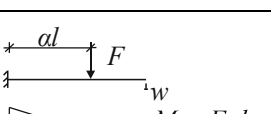
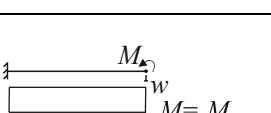
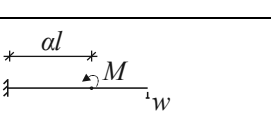
**Tabelle 5.7:** Beiwert  $k$  für Einfeldträger

	Beiwert $k$ [-]
	$\frac{5}{48}$
	$\frac{5}{128}$
	$\frac{1}{80} \cdot \frac{(5 - 4 \cdot \alpha^2)^2}{3 - 4 \cdot \alpha^2}$
	$\frac{1}{12}$
	$\alpha \leq 0,5:$ $\frac{3 - 4 \cdot \alpha^2}{48 \cdot \beta}$ $\alpha \geq 0,5:$ $\frac{3 - 4 \cdot \beta^2}{48 \cdot \alpha}$
	$\frac{1}{8} - \frac{\alpha^2}{6}$
	$\frac{1}{8}$
	$\frac{1}{16}$

**Tabelle 5.8:** Beiwert  $k$  für Durchlaufträger

	Beiwert $k$ [-]
	$\frac{5}{48} \cdot \left(1 - \frac{\beta}{10}\right)$ Mit: $\beta =  M_A + M_B /M_F$
	$\frac{83}{1000} \cdot \left(1 - \frac{\beta}{4}\right)$ Mit: $\beta =  M_A + M_B /M_F$

**Tabelle 5.9:** Beiwert  $k$  für Kragträger

	Beiwert $k$ [-]
	$-\frac{1}{4}$
	$-\frac{1}{5}$
	$-\frac{11}{40}$
	$-\frac{\alpha \cdot (4 - \alpha)}{12}$
	$-\frac{1}{3}$
	$-\frac{\alpha \cdot (3 - \alpha)}{6}$
	$-\frac{1}{2}$
	$-\alpha \cdot \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$

**Tabelle 5.10:** Berechnung der Flächenmomente  $S$  und  $I$  für den Zustand I und II in biegebeanspruchten Bauteilen mit Rechteckquerschnitt nach Litzner (1995)

	Zustand I	Zustand II
$x$	$x_I = k_{xI} \cdot h$ $k_{xI} = (0,5 + A_I)/(1 + B_I)$ $A_I = \alpha_e \cdot \rho_{II} \cdot d/h \cdot (1 + A_{s2} \cdot d_2/(A_{s1} \cdot d))$ $B_I = \alpha_e \cdot \rho_{II} \cdot (1 + A_{s2}/A_{s1})$ $\alpha_e = E_s/E_{c,eff}$ $\rho_{II} = A_{s1}/(b \cdot h)$	$x_{II} = k_{xII} \cdot d$ $k_{xII} = -B_{II} + \sqrt{B_{II}^2 + 2 \cdot A_{II}}$ $A_{II} = \alpha_e \cdot \rho_{III} \cdot (1 + A_{s2} \cdot d_2/(A_{s1} \cdot d))$ $B_{II} = \alpha_e \cdot \rho_{III} \cdot (1 + A_{s2}/A_{s1})$ $\alpha_e = E_s/E_{c,eff}$ $\rho_{III} = A_{s1}/(b \cdot d)$
$I$	$I_I = k_I \cdot b \cdot h^3/12$ $k_I = 1 + 12 \cdot (0,5 - k_{xI})^2$ $+ 12 \cdot \alpha_e \cdot \rho_{II} \cdot (d/h - k_{xI})^2$ $+ 12 \cdot \alpha_e \cdot \rho_{II} \cdot A_{s2}/A_{s1} \cdot (k_{xI} - d_2/h)^2$	$I_{II} = k_{II} \cdot b \cdot d^3/12$ $k_{II} = 4 \cdot k_{xII}^3 + 12 \cdot \alpha_e \cdot \rho_{III} \cdot (1 - k_{xII})^2$ $+ 12 \cdot \alpha_e \cdot \rho_{III} \cdot A_{s2}/A_{s1} \cdot (k_{xII} - d_2/d)^2$
$S$	$S_I = A_{s1} \cdot z_{s1} + A_{s2} \cdot z_{s2}$ $z_{s2} < 0$	$S_{II} = A_{s1} \cdot z_{s1} + A_{s2} \cdot z_{s2}$ $z_{s2} < 0$

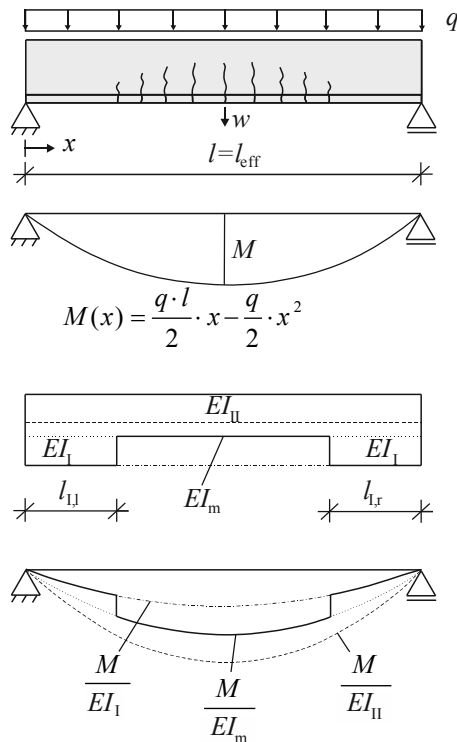
**Tabelle 5.11:** Berechnung der Flächenmomente  $S$  und  $I$  für den Zustand I und II in biegebeanspruchten Bauteilen mit Plattenbalkenquerschnitt nach Litzner (1995)

	Zustand I	Zustand II
$x$	$x_I = k_{xI} \cdot h_0$ $k_{xI} = (0,5 + C_I)/(1 + D_I)$ $C_I = 0,5 \cdot (h_f/h_0)^2 \cdot (b_{eff}/b_w - 1) + A_I$ $D_I = (h_f/h_0) \cdot (b_{eff}/b_w - 1) + B_I$ $\rho_{II} = A_{s1}/(b_w \cdot h_0)$ $A_I$ und $B_I$ siehe Tabelle 5.10	$x_{II} = k_{xII} \cdot d$ $k_{xII} = -C_{II} + \sqrt{C_{II}^2 + D_{II}}$ $C_{II} = h_f/d \cdot (b_{eff}/b_w - 1) + B_{II}$ $D_{II} = (h_f/d)^2 \cdot (b_{eff}/b_w - 1) + 2 \cdot A_{II}$ $\rho_{II} = A_{s1}/(b_w \cdot d)$ $A_{II}$ und $B_{II}$ siehe Tabelle 5.10
$I$	$I_I = k_I \cdot b_w \cdot h_0^3/12$ $k_I = 1 + (b_{eff}/b_w - 1) \cdot (h_f/h_0)^3$ $+ 12 \cdot (0,5 - k_{xI})^2$ $+ 12 \cdot (b_{eff}/b_w - 1) \cdot (h_f/h_0)$ $\cdot (k_{xI} - 0,5 \cdot h_f/h_0)^2$ $+ 12 \cdot \alpha_e \cdot \rho_{II} \cdot (d/h_0 - k_{xI})^2$ $+ 12 \cdot \alpha_e \cdot \rho_{II} \cdot A_{s2}/A_{s1} \cdot (k_{xI} - d_2/h_0)^2$	$I_{II} = k_{II} \cdot b_w \cdot d^3/12$ $k_{II} = 4 \cdot [b_{eff}/b_w \cdot k_{xII}^3 - (b_{eff}/b_w - 1)$ $\cdot (k_{xII} - h_f/d)^3]$ $+ 12 \cdot \alpha_e \cdot \rho_{III} \cdot (1 - k_{xII})^2$ $+ 12 \cdot \alpha_e \cdot \rho_{III} \cdot A_{s2}/A_{s1} \cdot (k_{xII} - d_2/d)^2$
$S$	$S_I = A_{s1} \cdot z_{s1} + A_{s2} \cdot z_{s2}$ $z_{s2} < 0$	$S_{II} = A_{s1} \cdot z_{s1} + A_{s2} \cdot z_{s2}$ $z_{s2} < 0$



#### 5.4.4 Vereinfachte Berechnung der Durchbiegung unter Ansatz einer bereichsweise konstanten Biegesteifigkeit

In *Zilch/Reitmayer (2012)* wird ein erweitertes Verfahren zur Berechnung der Durchbiegung von biegebeanspruchten Bauteilen basierend auf dem Prinzip der virtuellen Kräfte vorgeschlagen, bei dem bereichsweise konstante Biegesteifigkeiten angesetzt werden (Bild 5.17).



**Bild 5.17:** Ansatz einer bereichsweise konstanten Biegesteifigkeit

Die praxisrelevante Anwendung dieses Verfahrens wird empfohlen, wenn das Verfahren nach Abschnitt 5.4.3 (Ansatz einer konstanten Biegesteifigkeit) zu einer relevanten Überschätzung der Durchbiegung führt. Dies ist der Fall, wenn nachfolgende Abgrenzungskriterien eingehalten werden.

Für Einfeldträger mit  $l_l = l_{l,l} = l_{l,r}$ :

$$\xi = l_l/l \geq 0,25 \quad (5.15)$$

Für Kragträger:

$$\xi = l_l/l \geq 0,5 \quad (5.16)$$

Im ersten Schritt erfolgt die Berechnung der mittleren Durchbiegung des Bauteils  $w_m$  unter Annahme einer konstanten Biegesteifigkeit  $EI_m$  entlang der gesamten Bauteilachse gemäß Abschnitt 5.4.3. Dabei wird die

Krümmung überschätzt, da die höhere Biegesteifigkeit ungerissener Bauteilbereiche unberücksichtigt bleibt (vgl. Bild 5.17). Im zweiten Schritt wird die berechnete (mittlere) Durchbiegung  $w_m$  um die hieraus resultierende Durchbiegungszunahme  $\Delta w$  reduziert:

$$w = w_m - \Delta w = w_m - \Delta w_l - \Delta w_r \quad (5.17)$$

Die Berechnung der Zunahme der Durchbiegung  $\Delta w$  erfolgt analog zu Gleichung (5.11) über:

$$\Delta w = (k_l + k_r) \cdot l_{\text{eff}}^2 \cdot (\kappa_m - \kappa_l) \quad (5.18)$$

Die Beiwerte  $k_l$  und  $k_r$  für die Teilintegration über die ungerissenen Bauteillängen  $l_{l,l}$  und  $l_{l,r}$  können Tabelle 5.12 für Einfeldträger und Tabelle 5.13 für Kragträger entnommen werden.

Nach *Donaubauer (2002)* können die ungerissenen Bauteillängen unter Berücksichtigung des Übergangsbereichs zwischen den beiden Steifigkeitsbereichen (ungerissen und gerissen) durch Gleichsetzen des einwirkenden Moments  $M$  an der Stelle  $x = l_{l,l/r}$  mit dem 1,15-fachen Rissmoment  $M_{cr}$  berechnet werden:

$$M(x = l_{l,l/r}) = 1,15 \cdot M_{cr} \rightarrow l_{l,l/r} \quad (5.19)$$

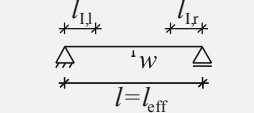
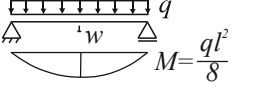
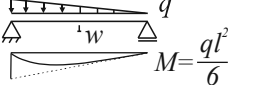
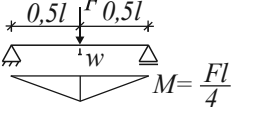
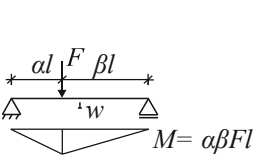
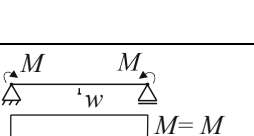
Dabei ist:

$$M_{cr} = (f_{ctm} - N/A_c) \cdot W_c$$

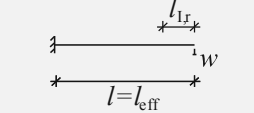
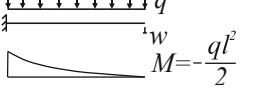
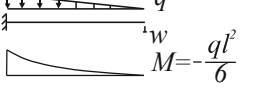
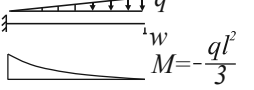
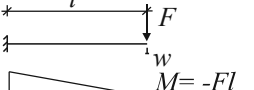
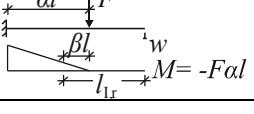
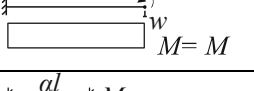
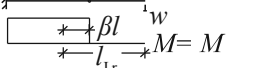
Um eine mögliche Vorbelastung oberhalb der für Verformungsberechnungen betrachteten quasi-ständigen Einwirkungskombination (und den dadurch resultierenden vergrößerten gerissenen Bereich) sowie die im Vergleich zur mittleren zentrischen Betonzugfestigkeit  $f_{ctm}$  verringerte Dauerstandfestigkeit (und die damit verbundene fortschreitende Rissausbreitung in zunächst ungerissene Bereiche bei zunehmender Belastungsdauer) zu berücksichtigen, wird nach *Zilch/Zehetmaier (2010)* vorgeschlagen, die Länge der gerissenen bzw. ungerissenen Bauteilbereiche nach Gleichung (5.19) unter Ansatz der charakteristischen Einwirkungskombination und der mittleren Betonzugfestigkeit  $f_{ctm}$  zu berechnen. Alternativ kann unter Verwendung der quasi-ständigen Einwirkungskombination eine reduzierte Betonzugfestigkeit mit  $f_{ct,eff} = 0,85 \cdot f_{ctm}$  angesetzt werden.

Der Einfluss des Betonkriechens wird durch Ansatz des effektiven E-Moduls nach Gleichung (5.9) und der Einfluss des Betonschwindens bereichsweise nach Gleichung (5.10) berücksichtigt.

**Tabelle 5.12:** Beiwerte  $k$  und  $k_{l/r}$  für Einfeldträger in Anlehnung an Zilch/Reitmayer (2012)

	Beiwert $k$ [-]	Beiwert $k_l$ [-] mit: $\xi_l = l_{l,l}/l \leq 0,5$	Beiwert $k_r$ [-] mit: $\xi_r = l_{l,r}/l \leq 0,5$
	$\frac{5}{48}$	$\xi_l^3 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{\xi_l}{2}\right)$	$\xi_r^3 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{\xi_r}{2}\right)$
	$\frac{5}{128}$	$\xi_l^3 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{3 \cdot \xi_l}{8} + \frac{\xi_l^2}{10}\right)$	$\xi_r^3 \cdot \left(\frac{1}{6} - \frac{\xi_r^2}{10}\right)$
	$\frac{1}{12}$	$\frac{\xi_l^3}{3}$	$\frac{\xi_r^3}{3}$
	$\alpha \leq 0,5:$ $\frac{3 - 4 \cdot \alpha^2}{48 \cdot \beta}$ $\alpha \geq 0,5:$ $\frac{3 - 4 \cdot \beta^2}{48 \cdot \alpha}$	$\xi_l \leq \alpha:$ $\frac{\xi_l^3}{6 \cdot \alpha}$ $\xi_l \geq \alpha:$ $\frac{3 \cdot \xi_l^2 - 2 \cdot \xi_l^3 - \alpha^2}{12 \cdot \beta}$	$\xi_r \leq \beta:$ $\frac{\xi_r^3}{6 \cdot \beta}$ $\xi_r \geq \beta:$ $\frac{3 \cdot \xi_r^2 - 2 \cdot \xi_r^3 - \beta^2}{12 \cdot \alpha}$
	$\frac{1}{8}$	$\frac{\xi_l^2}{4}$	$\frac{\xi_r^2}{4}$

**Tabelle 5.13:** Beiwerte  $k$  und  $k_{l/r}$  für Kragträger in Anlehnung an Zilch/Reitmayer (2012)

	Beiwert $k$ [-]	Beiwert $k_l$ [-] mit: $\xi_l = l_{l,l}/l \leq 0,5$	Beiwert $k_r$ [-] mit: $\xi_r = l_{l,r}/l \leq 0,5$
	$-\frac{1}{4}$	-	$-\frac{\xi^4}{4}$
	$-\frac{1}{5}$	-	$-\frac{\xi^5}{5}$
	$-\frac{11}{40}$	-	$-\frac{\xi^4}{40} \cdot (15 - 4 \cdot \xi)$
	$-\frac{1}{3}$	-	$-\frac{\xi^3}{3}$
	$-\frac{\alpha \cdot (3 - \alpha)}{6}$	-	$-\frac{\beta^2 \cdot (3 - \alpha + 2 \cdot \beta)}{6 \cdot \alpha}$
	$-\frac{1}{2}$	-	$-\frac{\xi^2}{2}$
	$-\alpha \cdot \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$	-	$-\beta \cdot \left(1 - \alpha + \frac{\beta}{2}\right)$

### 5.4.5 Hinweise zur Berechnung der Verformung mit der FEM

Bei Berechnungen mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode (FEM) wird die Durchbiegung durch numerische Integration der Krümmungen an einer Vielzahl von Elementen entlang des Bauteils berechnet (vgl. Abschnitt 5.4.1).

Die zugversteifende Wirkung des Betons kann über eine Modifizierung der Spannungs-Dehnungs-Linie des Betonstahls oder durch Ansatz einer konstanten Betonzugspannung (modifizierte Spannungs-Dehnungs-Linie im Zugbereich des Betons) berücksichtigt werden. Weitere Hinweise hierzu finden sich u. a. in *Rombach (2006)*.

Die infolge zeitabhängigen Materialverhaltens (Kriechen und Schwinden) auftretenden Verformungen können durch den Ansatz der Kriech- und Schwindbeiwerte entsprechend Abschnitt 5.4.2 berücksichtigt werden. Im Falle von Berechnungen mit konventionellen Stabwerksprogrammen können Kriecheffekte auch über einen effektiven Elastizitätsmodul  $E_{c,eff}$  (Gleichung (5.9)) und Schwindeffekte über äquivalente Temperaturlastfälle (z. B. *Zilch/Zehetmaier (2010)*) Berücksichtigung finden.

## 5.5 Besondere Aspekte bei der Berechnung der Verformung

### 5.5.1 Verformungen infolge Querkraft

Die durch die Schubverformungen bedingten Durchbiegungen können bei schlanken Balken mit Rechteckquerschnitt in der Regel vernachlässigt werden. Bei gedrungenen Balken und bei Plattenbalken mit schmalen Stegen und hoher Schubbeanspruchung kann jedoch der Anteil der Durchbiegung infolge Schub an der Gesamtdurchbiegung erheblich sein. Zur Berechnung der Verformungen infolge Querkraft enthält z. B. *Zilch/Zehetmaier (2010)* weitere Angaben.

### 5.5.2 Verformungen infolge Torsion

Bei Bauteilen unter Torsionsbeanspruchung fällt die Torsionssteifigkeit mit einsetzender Rissbildung im Vergleich zur Biegesteifigkeit deutlich stärker ab. Dies ist bei Verformungsberechnungen von Bauteilen unter maßgeblicher Torsionsbeanspruchung zu berücksichtigen. Für eine näherungsweise Berechnung von Torsionsverformungen kann für die Torsionssteifigkeit ein unterer Rechenwert von etwa 24 % der elastischen Torsionssteifigkeit  $GI_T$  angesetzt werden. Weitere Angaben und Ansätze zur Bestimmung der

Torsionssteifigkeit im Zustand II können u. a. *Zedler (2011)* oder *Zilch/Zehetmaier (2010)* entnommen werden.

### 5.5.3 Verformungen infolge Temperatur

Treten bei Bauteilen z. B. an der Ober- und Unterseite unterschiedliche Temperaturen in einer nennenswerten Größenordnung auf, so sind die daraus resultierenden Verformungen bei der Bestimmung der Durchbiegung zu berücksichtigen. Hierbei ist ggf. zu berücksichtigen, dass die maßgebenden Temperaturbeanspruchungen nach DIN EN 1991 nur Rechenwerte sind und die tatsächlichen Temperaturdifferenzen hiervon abweichen können. Ebenso unterliegt auch der Temperaturexpansionskoeffizient, genau wie der Elastizitätsmodul des Betons, je nach Betonzusammensetzung Schwankungen.

### 5.5.4 Verformungen infolge Setzungen oder Verformungen angrenzender Bauteile

In Sonderfällen kann es auch im Hochbau erforderlich werden, die Verformungen aus dem Baugrund (Setzungen) oder von angrenzenden Bauteilen zu berücksichtigen. Hierzu sind dann besondere Systembetrachtungen erforderlich. Der entsprechende Verformungsanteil kann (wenn nicht schon über entsprechende Federelemente im statischen Modell berücksichtigt) über einen additiven Term bei der Bestimmung der Durchbiegung berücksichtigt werden. Auch hier sind Schwankungen z. B. aus möglichen und wahrscheinlichen Setzungen zu beachten.

### 5.5.5 Bauteile mit veränderlichem Querschnitt

Bei Bauteilen mit diskreten d. h. sprunghaften Änderungen des Querschnitts (z. B. Aussparungen oder Abtreppungen) oder mit stetig veränderlichen Querschnittshöhen (z. B. Satteldachbinder) sollten die Verformungsberechnungen mit Hilfe der numerischen Integration (Abschnitt 5.4.1) bzw. mit Hilfe der FEM (Abschnitt 5.4.5) erfolgen.

### 5.5.6 Bauteile mit nachträglicher Ergänzung

Bei Bauteilen mit nachträglicher Ortbetonergänzung, z. B. Elementdecken, wird nach DIN EN 1992-1-1 bis zum Grenzzustand der Tragfähigkeit von einem quasi-starren Verbund zwischen Alt- und Neubetonsschicht und damit von einem quasi-monolithischen Trag- und Verformungsverhalten ausgegangen. Demnach dürfen Elementdecken mit Ortbetonergänzung wie monolithische Ortbetondecken behandelt werden (*Furche/Bauermeister (2009)*). Werden abweichend hierzu Bauteile mit nachträglicher Ergänzung

planmäßig auf verschieblichen Verbund ausgelegt, liegt kein quasi-monolithisches Trag- und Verformungsverhalten vor und es treten im Vergleich zum starren Verbund größere Durchbiegungen auf. In diesem Fall ist bei der Berechnung der Verformung der verschiebliche Verbund zu berücksichtigen oder aber auf der sicheren Seite liegend das Bauteil ohne Verbund, d. h. als aus zwei lose aufeinanderliegenden Elementen bestehend, zu betrachten.

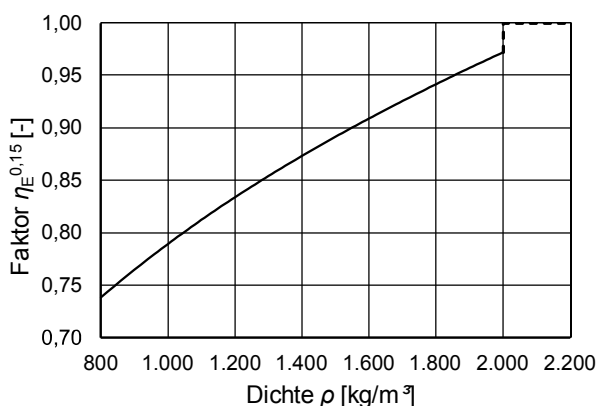
### 5.5.7 Bauteile mit Vorspannung

Eine Vorspannung von Bauteilen wirkt sich sehr günstig auf die Begrenzung der Durchbiegung aus, da der Vorspanngrad in der Regel so festgelegt wird, dass unter Gebrauchslasten keine oder nur eine geringe Rissbildung auftritt und das Bauteil weitgehend im ungerissenen Zustand I verbleibt. Da die oben genannten Verfahren ohne direkte Berechnung der Durchbiegung über die Begrenzung der Biegeschlankheit für vorgespannte Bauteile nicht anwendbar sind, sollten nur Verfahren mit direkter Berechnung der Durchbiegung verwendet werden (Abschnitt 5.4). Dabei ist u. a. die zeitabhängige Veränderung der Vorspannung infolge Kriechen und Schwinden des Betons zu beachten.

### 5.5.8 Bauteile aus Leichtbeton

Der Nachweis der Begrenzung der Verformung von Stahlbetonbauteilen aus Leichtbeton ohne Drucknormalkraft kann nach DIN EN 1992-1-1, 7.4.2 erfolgen (Abschnitt 5.3.1), wobei nach DIN EN 1992-1-1, 11.7 (1) die Grundwerte der Biegeschlankheit  $\chi$  (Bild 5.5) für Leichtbeton in Abhängigkeit der Rohdichte  $\rho$  mit folgendem Faktor zu reduzieren sind (siehe auch Bild 5.18):

$$\eta_E^{0,15} = (\rho/2200)^{0,30} \quad (5.20)$$



**Bild 5.18:** Faktor  $\eta_E^{0,15}$  für Leichtbeton bis  $\rho = 2.000 \text{ kg/m}^3$

### 5.5.9 Bauteile aus Stahlfaserbeton

Für die Verformungsberechnung von Stahlfaserbetonbauteilen wird in *Gödde et al. (2010)* und *Heek/Mark (2016)* das Vorgehen nach Abschnitt 5.4.1 auf Stahlfaserbetone übertragen. Zudem werden – anders als in Bild 5.13 dargestellt – nichtlineare Momenten-Krümmungs-Beziehungen durch Gleichgewichtssiteration hergeleitet, die eine Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen (tension stiffening) berücksichtigen. Ihre Anwendung wird an Beispielen demonstriert. Verformungen von Stahlfaserbetonbauteilen unter Torsionsbeanspruchung können näherungsweise mit dem Ansatz nach *Oettel (2016)* abgeschätzt werden.

## 5.6 Literatur

- DIN EN 1990:2010-12: Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung. Berlin, Beuth Verlag.
- DIN EN 1991: Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke. Berlin, Beuth Verlag.
- DIN EN 1992-1-1:2011-01: Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau. Berlin, Beuth Verlag.  
Mit: DIN EN 1992-1-1/A1:2015-03.
- DIN EN 1992-1-1/NA:2013-04: Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau. Berlin, Beuth Verlag.  
Mit: DIN EN 1992-1-1/NA/A1:2015-12.
- Donaubauer, U.: Rechnerische Untersuchung der Durchbiegung von Stahlbetonplatten unter Ansatz wirklichkeitsnaher Steifigkeiten und Lagerungsbedingungen und unter Berücksichtigung zeitabhängiger Verformungen. Dissertation, Technische Universität München, 2002.
- Furche, J.; Bauermeister, U.: Elementbauweise mit Gitterträgern. Beton-Kalender 2009, Teil I, S. 337-498. Berlin, Verlag Ernst & Sohn, 2009.
- Gödde, L.; Strack, M.; Mark, P.: Bauteile aus Stahlfaserbeton und stahlfaserverstärktem Stahlbeton – Hilfsmittel für Bemessung und Verformungsabschätzung nach DAfStb-Richtlinie Stahlfaserbeton. In: Beton- und Stahlbetonbau 105 (2010), Heft 2, S. 78-91.
- Heek, P.; Mark, P.: Load-bearing capacities of SFRC elements accounting for tension stiffening with modified moment-curvature relations. In: fib bulletin 79, Fibre-reinforced concrete: From design to structural applications, S. 301-310, 2016.
- Hotzler, H.; Kordina, K.: Näherungsweise Berechnung der Durchbiegung von Flächentragwerken. In: Bautechnik 69 (1992), Heft 6, S. 322-326.
- Jeromin, W.: Verformungsanalysen von ein- und zweiachsig gespannten Mehrfeldplatten bei verschiedenen Lagerungsbedingungen. Dissertation, Technische Universität München, 2014.
- Jeromin, W.: Mindestnutzhöhen von Stahlbetonplatten für  $l/250$  und  $l/500$ . In: Beton- und Stahlbetonbau 110 (2015), Heft 1, S. 59-64.
- Krüger, W.; Mertzsch, O.: Beitrag zum Trag- und Verformungsverhalten bewehrter Betonquerschnitte im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit. Rostocker Berichte aus dem Fachbereich Bauingenieurwesen, Heft 3, S. 25-156, Rostock, 2001.
- Krüger, W.; Mertzsch, O.: Zur Verformungsberechnung von überwiegend auf Biegung beanspruchten bewehrten Betonquerschnitten. In: Beton- und Stahlbetonbau 97 (2002), Heft 11, S. 584-589.
- Krüger, W.; Mertzsch, O.: Zum Trag- und Verformungsverhalten bewehrter Betonquerschnitte im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit. In: DAfStb-Heft 533, Berlin, Beuth Verlag, 2006.
- Litzner, H.-U.: Grundlagen der Bemessung nach Eurocode 2 – Vergleich mit DIN 1045 und DIN 4227. Beton-Kalender 1995 Teil I, S. 519-727. Berlin: Ernst & Sohn, 1995.
- Oettel, V. V.: Torsionstragverhalten von stahlfaserbewehrten Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonbalken. Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 2016.
- Rombach, G.: Anwendung der Finite-Elemente-Methode im Betonbau – Fehlerquellen und ihre Vermeidung. 2. Auflage. Berlin, Verlag Ernst & Sohn, 2006.
- Zedler, T.: Zum Tragverhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbalken unter Torsion. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 2011.
- Zilch, K.; Donaubauer, U.: Rechnerische Untersuchung der Durchbiegung von Stahlbetonplatten unter Ansatz wirklichkeitsnaher Steifigkeiten und Lagerungsbedingungen und unter Berücksichtigung zeitabhängiger Verformungen. In: DAfStb-Heft 533. Berlin, Beuth Verlag, 2006.
- Zilch, K.; Reitmayer, C.: Zur Verformungsberechnung von Betontragwerken nach Eurocode 2 mit Hilfsmitteln. In: Bauingenieur (Juni 2012), Nr. 87, S. 253-266.
- Zilch, K.; Zehetmaier, G.: Bemessung im konstruktiven Betonbau – Nach DIN 1045-1 (Fassung 2008) und EN 1992-1-1 (Eurocode 2). 2. Auflage, Berlin/Heidelberg, Springer-Verlag, 2010.

## 6 Bemessung für den Brandfall

### 6.1 Einleitung

DIN EN 1992-1-2 stellt die Bemessungsverfahren für den Brandfall zur Verfügung, mit denen individuelle Brandschutznachweise für Einzelbauteile sowie für Teil- und Gesamttragwerke in beliebigen Nutzungen möglich sind. Neben der Bemessung für Brandbeanspruchung durch nominelle Temperaturkurven wie der Einheits-Temperaturzeitkurve (ETK) oder der Außenbrandkurve wird mit den Eurocodes auch die Bemessung mit Naturbrandkurven ermöglicht, die im Vergleich zur ETK ein realistischeres Abbild eines Realbrandes (Schwelbrandphase, Vollbrand, Abkühlphase) darstellen (*Hosser (2013)*).

Im Vergleich zu den Bauteilnachweisen der DIN 4102-4, deren Nachweise mit Hilfe von Bemessungstabellen auf genormten Versuchen im Brandraum an Einzelbauteilen unter Einwirkung der Einheits-Temperaturzeitkurve beruhen, bieten die Eurocodes hinsichtlich der Bemessung von Bauteilen im Brandfall auch rechnerische Nachweisverfahren. Insbesondere bei der Betrachtung von Tragwerken oder Tragwerksteilen, bei Bestandsbauten oder bei Berücksichtigung natürlicher Brandverläufe, bei denen der Nachweis mit Hilfe von Bemessungstabellen nicht anwendbar ist, bietet die Anwendung der Eurocodes große Vorteile (*Zehfuß (2015)*).

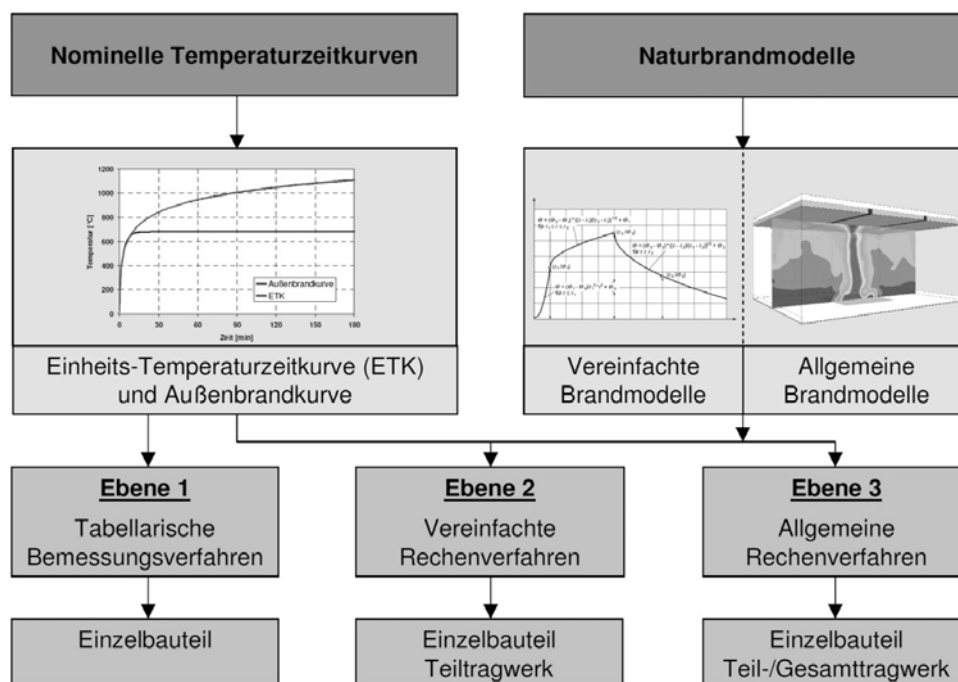
In DIN EN 1991-1-2 werden die Einwirkungen im Brandfall festgelegt. Da der Brandfall eine außergewöhnliche Bemessungssituation ist, können die mechanischen Einwirkungen im Vergleich zur Kaltbemessung reduziert werden. Die thermischen Einwirkungen auf die Bauteile bzw. das Tragwerk können mit Hilfe von sogenannten nominellen Temperaturzeitkurven bzw. mit Naturbrandmodellen ermittelt werden.

Die Erwärmung der Bauteile hat zur Folge, dass sich deren Widerstand infolge der thermisch bedingten Abminderung der Festigkeitsbeiwerte reduziert.

DIN EN 1992-1-2 sieht insgesamt drei verschiedene Nachweisebenen für die Bemessung der Standsicherheit von Bauteilen und Tragwerken im Brandfall vor:

- Ebene 1: Tabellarische Bemessungsverfahren
- Ebene 2: Vereinfachte Rechenverfahren
- Ebene 3: Allgemeine Rechenverfahren

Das von Brandversuchen abgeleitete tabellarische Bemessungsverfahren liegt im Allgemeinen stark auf der sicheren Seite. Wirklichkeitsnäher wird das Tragverhalten durch die aufwendigeren vereinfachten und allgemeinen Rechenverfahren wiedergegeben. Die Wahl des angemessenen Verfahrens hängt von den benötigten Aussagen und der geforderten Genauigkeit ab. Die Möglichkeiten der Kombinationen der Nachweisverfahren werden im Ablaufdiagramm in Bild 6.1 dargestellt.



**Bild 6.1:** Ablaufdiagramm: Brandschutztechnische Nachweisverfahren nach DIN EN 1992-1-2 (aus *Hosser (2013)*)

DIN EN 1992-1-2 unterscheidet zwischen Nachweisen für Gesamttragwerke, Tragwerksausschnitte und Einzelbauteile. Der brandschutztechnische Nachweis eines Gesamttragwerks muss die maßgebende Versagensart unter Brandeinwirkung erfassen und dafür die temperaturabhängigen Veränderungen der Baustoffe und der Bauteilsteifigkeiten sowie die Wirkung der thermischen Ausdehnungen und Verformungen berücksichtigen. Für diese Nachweisform sind im Prinzip nur die allgemeinen Rechenverfahren (Abschnitt 6.2.6) geeignet. Für die Analyse von Teilen des Tragwerks (Tragwerksausschnitte) und von Einzelbauteilen kommen in der Regel die vereinfachten Rechenverfahren (Abschnitt 6.2.5) und tabellarische Bemessungsverfahren (Abschnitt 6.2.4) zum Einsatz.

## 6.2 Nachweise nach den Brandschutzteilen der Eurocodes

### 6.2.1 Allgemeines

Für die brandschutztechnische Bemessung von Stahlbeton- und Spannbeton-Bauteilen und -Bauwerken wird neben DIN EN 1992-1-2 zusätzlich die baustoffübergreifende DIN EN 1991-1-2 mit Angaben zu Lastannahmen und Brandeinwirkungen benötigt.

Die Bemessungsregeln in DIN EN 1992-1-2 gelten nur für die im Anwendungsbereich der Norm genannten Baustoffe und Baustoffgüten. Sollen andere Baustoffe oder Baustoffgüten verwendet werden, z. B. ultrahochfester Beton mit einer Zylinderdruckfestigkeit größer  $100 \text{ N/mm}^2$ , muss deren brandschutztechnische Eignung durch Brandversuche nachgewiesen werden.

### 6.2.2 Nationale Anhänge (NA)

Bei Anwendung der DIN EN 1992-1-2 muss der Nationale Anhang DIN EN 1992-1-2/NA beachtet werden. DIN EN 1992-1-2 enthält alternative Verfahren und Werte sowie Empfehlungen für Klassen mit Hinweisen, an welchen Stellen nationale Festlegungen getroffen werden können. Im Nationalen Anhang werden die national festzulegenden Parameter bzw. nationale Festlegungen sowie die Anwendung informativer Anhänge für das jeweilige Ausgabeland definiert. National festzulegende Parameter bzw. nationale Festlegungen werden in den Eurocodes durch entsprechende Anmerkungen gekennzeichnet. Vor ihrer Übernahme in eine brandschutztechnische Bemessung muss im NA ihre nationale Festlegung geprüft werden.

### 6.2.3 Bauaufsichtliche Einführung

Seit 2012 wurden die Eurocodes und die zugehörigen Nationalen Anhänge in die Muster-Liste der Technischen Baubestimmungen (MLTB) und in der Folge in den LTB der Bundesländer aufgenommen. Sie sind somit bauaufsichtlich eingeführt und stellen die Regelnorm für die brandschutztechnische Bemessung von Bauteilen und Tragwerken dar. Nachweise nach DIN 4102-4 können nur noch für Fälle angewendet werden, für die in den Eurocodes keine Bemessungsregeln existieren, wie z. B. für Ausführungsdetails (z. B. Fugenausbildungen, Anschlussdetails) oder Sonderbauteile (Brandwände) und für historische Bauweisen. Die entsprechend überarbeitete „Restnorm“ DIN 4102-4 ist im Mai 2016 erschienen.

Die Brandschutzteile der Eurocodes sowie die „Restnorm“ DIN 4102-4 sind in der – durch die Novellierung der Musterbauordnung 2016 sowie der entsprechenden Landesbauordnungen erforderlichen – konkretisierenden Muster-Verwaltungsvorschrift Technische Baubestimmungen *MVV TB (2017)* enthalten, welche die Liste der Technischen Baubestimmungen ersetzt.

### 6.2.4 Tabellarische Bemessungsverfahren

Tabellarische Bemessungsverfahren beschränken sich in der Regel darauf, die Querschnittsabmessungen oder Bekleidungsicken eines Bauteils mit Werten zu vergleichen, die nach Brandversuchsergebnissen zum Erreichen der vorgesehenen Feuerwiderstandsdauer erforderlich sind.

Die Bemessungstabellen enthalten in Abhängigkeit von der Feuerwiderstandsklasse Mindestwerte für die Querschnittsabmessungen und die Mindestachsabstände der Bewehrung (planerische Nennmaße). Für Stahlbetonstützen und belastete Stahlbetonwände wird als zusätzlicher Parameter der Lastausnutzungsfaktor angegeben.

In den Tabellen darf zwischen den angegebenen Werten linear interpoliert werden. Weitere Rechenverfahren ermöglichen für statisch bestimmt gelagerte Stahlbetonbalken und -decken die individuelle Ermittlung der kritischen Temperatur sowie für Stahlbetonstützen und belastete Stahlbetonwände die Bestimmung des aktuellen Lastausnutzungsfaktors.

Im normativen Teil der DIN EN 1992-1-2 werden für die Brandschutzbemessung von Stahlbeton- und Spannbetonstützen die Methoden A und B und im Anhang C die Tabellen C.1 bis C.9 angeboten. In

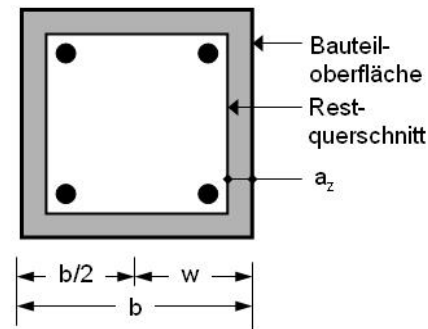
DIN EN 1992-1-2/NA wird nur die Anwendung von Methode A zugelassen. Methode A bietet die Möglichkeit der tabellarischen Ermittlung von Mindestquerschnittsabmessungen und Achsabständen von Stützen mit Rechteck- oder Kreisquerschnitt oder die rechnerische Ermittlung der vorhandenen Feuerwiderstandsdauer unter Berücksichtigung der wesentlichen Traglastparameter wie Größe der Lastausnutzung, des Achsabstandes, der Ersatzlänge im Brandfall, des Betonquerschnitts und der Bewehrungsmenge. Die Bemessungstabellen wurden auf der Grundlage von Brandversuchen von zentrisch und exzentrisch belasteten Stützen erstellt. Die Randbedingungen in den Bemessungstabellen wurden so gewählt, dass sie grundsätzlich auf der sicheren Seite liegen. Die Bemessungstabellen gelten grundsätzlich nur für Geschossstützen in aussteiften Gebäuden, bei denen die Decken unter- und oberhalb der zu bemessenden Stütze mindestens die gleiche Feuerwiderstandsdauer haben wie die Stütze, sodass davon ausgegangen werden kann, dass der Brand auf ein Geschoss beschränkt bleibt. Weitere Voraussetzung ist, dass die Ersatzlänge der Stütze bei der Kalt-Bemessung der Geschosshöhe entspricht (Eulerfall 2) und im Brandfall eine Ersatzlänge von  $0,5 \cdot \text{Stützenlänge}$  (Eulerfall 4) angesetzt werden kann. Dies ist im Normalfall gegeben, wenn die Stütze vollflächig an die beiden Geschossdecken anschließt und sich eine rotationsbehinderte Lagerung ausbildet. Der Längsbewehrungsgehalt der Stützen ist begrenzt auf  $A_s < 0,04 \cdot A_c$ .

### 6.2.5 Vereinfachte Rechenverfahren

Mit den vereinfachten Rechenverfahren wird in der Regel nachgewiesen, dass für die geforderte Feuerwiderstandsdauer  $t$  die maßgebenden Lasteinwirkungen  $E_{fi,d}$  nach DIN EN 1991-1-2 kleiner sind als der Bauteilwiderstand  $R_{fi,d,t}$ . Dafür werden u. a. Vereinfachungen bei der Temperaturermittlung für die Bauteilquerschnitte und bei der Beschreibung des Versagenszustandes im Brandfall getroffen.

Mit dem in DIN EN 1992-1-2, Anhang B.2 enthaltenen und im Nationalen Anhang für die Anwendung zugelassenen vereinfachten Rechenverfahren der Zonen-Methode wird die Verringerung der Tragfähigkeit von Bauteilen unter Brandbeanspruchung durch die temperaturabhängige Verkleinerung der Bauteilquerschnitte und die temperaturbedingte Reduzierung der Festigkeitsbeiwerte für eine bestimmte Feuerwiderstandsdauer bestimmt (Bild 6.2). Durch die Reduzierung des Betonquerschnitts werden die äußeren, dem Brand direkt ausgesetzten und im Wesentlichen zermürbten Betonbereiche bei der Tragfähigkeitsermittlung nicht berücksichtigt.

Mit dem Restquerschnitt kann nach DIN EN 1992-1-2/NA der Tragfähigkeitsnachweis unter Einbeziehung der temperaturbedingten Abminderung der Materialeigenschaften von Beton und Bewehrungsstahl analog zum Nachweis für Normaltemperatur geführt werden.



**Bild 6.2:** Restquerschnitt einer 4-seitig brandbeanspruchten Stahlbetonstütze nach DIN EN 1992-1-2

Der reduzierte Bauteilquerschnitt und die temperaturabhängige Abminderung der Festigkeitsbeiwerte können für rechteckförmige oder aus Rechtecken zusammengesetzte Querschnittsformen mit Hilfe der in DIN EN 1992-1-2, 4.2.4 und Anhang B.2 angegebenen Gleichungen und Diagrammen ermittelt werden. Für Druckglieder (Definition in DIN EN 1992-1-1, NA.1.5.2.18) darf die Zonenmethode laut DIN EN 1992-1-2/NA, NCI zu B.2 nur mit zusätzlichen Annahmen (siehe z. B. *Cyllok/Achenbach (2009)* und *Zilch et. al. (2010)*) angewendet werden.

Im informativen Anhang E der DIN EN 1992-1-2 ist ein weiteres vereinfachtes Rechenverfahren zur Berechnung der „heißen“ Tragfähigkeit von Einfeldträgern und durchlaufenden Balken sowie von Decken angegeben, welches im Nationalen Anhang für die Anwendung zugelassen ist. Das Näherungsverfahren ist besonders für Bauteile geeignet, bei denen der vorhandene Achsabstand der Bewehrung kleiner ist als der Wert, der in den Tabellen der DIN EN 1992-1-2 als Mindestwert gefordert wird. Voraussetzung für die Anwendung des vereinfachten Rechenverfahrens ist, dass die Querschnittsabmessungen ansonsten mindestens den Werten der Tabellen der DIN EN 1992-1-2 entsprechen.

Im Nationalen Anhang wird das vereinfachte Rechenverfahren in DIN EN 1992-1-2, Anhang B.1 (500 °C-Isothermen-Methode) nicht zur Anwendung zugelassen, da die vereinfachte Annäherung der 500 °C-Isotherme bei der Klassifizierung zu Unterschieden in der Größe einer Feuerwiderstandsklasse führen kann.



Ebenfalls ist Anhang B.3 (Methode zur Beurteilung eines durch Biegemoment und Längskraft beanspruchten Stahlbetonquerschnitts durch Abschätzung der Krümmung) im Nationalen Anhang nicht zur Anwendung zugelassen, weil in dem Verfahren Auswirkungen thermisch bedingter Dehnungen und Spannungen nicht berücksichtigt werden.

Für die Brandschutzbemessung von Stahlbeton-Kragstützen, für die aufgrund ihrer statisch-konstruktiven Randbedingungen Methode A nicht angewendet werden kann, enthält DIN EN 1992-1-2/NA im Anhang AA ein vereinfachtes Nachweisverfahren für die Feuerwiderstandsklasse R 90.

Zusammenfassend ist festzuhalten, dass mit den vereinfachten Rechenverfahren der DIN EN 1992-1-2 die Tragfähigkeit der Bauteile unter Normbrandbeanspruchung für eine vorgegebene Feuerwiderstandsdauer ermittelt werden kann. Die Nachweisverfahren liefern keine Aussagen über die im Brandfall entstehenden Verformungen. Der Raumabschluss und die Wärmedämmung ( $\Delta T$ -Kriterium) können nicht nachgewiesen werden. Ebenfalls fehlen Nachweisverfahren für das Schub- und Verbundtragverhalten sowie das Abplatzverhalten bei Stahlbetonbauteilen.

## 6.2.6 Allgemeine Rechenverfahren

### 6.2.6.1 Allgemeines

Das allgemeine Rechenverfahren kann für den brandschutztechnischen Nachweis von Einzelbauteilen, Teil- und Gesamttragwerken mit beliebiger Querschnittsart und -form und bei voller oder lokaler Temperaturbeanspruchung angewendet werden. Für den Nachweis werden Rechengrundlagen zur Ermittlung der Temperatur- und Lasteinwirkungen benötigt. Sie befinden sich in DIN EN 1991-1-2. Weiterhin werden Angaben über die temperaturabhängige Veränderung der thermo-mechanischen Eigenschaften der Baustoffe (Wärmeleitfähigkeit, Festigkeit, thermische Dehnung etc.) benötigt. Dazu finden sich Angaben in DIN EN 1992-1-2 und in der Fachliteratur.

Der brandschutztechnische Nachweis wird in der Regel getrennt in eine thermische und eine mechanische Analyse.

### 6.2.6.2 Thermische Analyse

Im Rahmen der thermischen Analyse werden die Temperaturen im Bauteilquerschnitt berechnet. Dabei wird von den Heißgastemperaturen im Brandraum ausgegangen, die als thermische Einwirkungen nach DIN EN 1991-1-2, 3.2 vorgegeben werden. In

*Hosser (2013)*, dort Kapitel 4 und 5, sind hierzu weitere hilfreiche ergänzende Informationen enthalten. Bei der Berechnung der Temperaturen im Bauteilquerschnitt müssen die temperaturabhängigen thermischen Materialkennwerte des Bauteilquerschnitts und – sofern vorhanden – der Schutzschichten berücksichtigt werden.

Grundlage für die Berechnung der Temperaturverteilung innerhalb der Bauteile ist die Fouriersche Differentialgleichung zur Beschreibung der stationären Wärmeleitung in Festkörpern (*Hosser (2013)*). Die Lösung erfolgt über numerische Methoden wie z. B. der Finite Elemente Methode (FEM). Für baupraktische Fälle können folgende Vereinfachungen getroffen werden:

- Die Temperaturausbreitung in Bauteillängsrichtung wird vernachlässigt. In stabförmigen Bauteilen wird die Temperaturausbreitung nur in der Querschnittsfläche (zweidimensional) und in flächigen Bauteilen nur über die Querschnittsdicke (eindimensional) berechnet.
- Wasserdampfbewegungen werden nicht erfasst.
- Beim Beton wird der Energieverbrauch für das Verdampfen von Wasser und sonstige energieverzehrende Vorgänge durch die geeignete Wahl des Rechenwerts für die spezifische Wärmekapazität des Betons im Temperaturbereich 100 - 200 °C berücksichtigt.
- Beton wird bezüglich seiner thermischen Materialeigenschaften als homogener Baustoff angesehen. Das heterogene Gefüge, Kapillarporen und Risse werden pauschal in den thermischen Materialgesetzen erfasst.

### 6.2.6.3 Mechanische Analyse

Im Rahmen der mechanischen Analyse werden das Trag- und teilweise auch das Verformungsverhalten der brandbeanspruchten Bauteile berechnet. Dabei müssen auf der Einwirkungsseite die Einflüsse aus der Belastung sowie ggf. aus behinderten thermischen Verformungen (Zwangkräfte und -momente) und aus nichtlinearen geometrischen Einflüssen berücksichtigt werden. Auf Seiten des Bauteilwiderstandes müssen die Einflüsse aus dem thermo-mechanischen Baustoffverhalten und aus den thermischen Dehnungen berücksichtigt werden. Das Tragverhalten nach dem Abkühlen des Tragwerks, die sogenannte Resttragfähigkeit im wiedererkalteten Zustand, braucht bei der Bemessung nicht berücksichtigt zu werden. Bei der mechanischen Analyse wird unterschieden zwischen der Querschnittsanalyse und der Systemanalyse.

In der Querschnittsanalyse wird beispielsweise die plastische Tragfähigkeit des Bauteilquerschnitts berechnet und mit der betreffenden Schnittgröße aus den im Brandfall maßgebenden mechanischen Einwirkungen verglichen. Bei der Systemanalyse wird das Trag- und Verformungsverhalten bei Brandeinwirkung unter Berücksichtigung der Auflagerungsbedingungen sowie der statischen Systeme berechnet. Typische Anwendungen sind statisch unbestimmte Systeme wie Rahmentragwerke und Durchlaufträger oder schlanke Druckglieder, bei denen die Tragfähigkeit oder die Beanspruchung durch die Bauteilverformungen beeinflusst wird. Für die Berechnung von planmäßig zentrisch belasteten Stützen wird auf Grundlage von *Haß (1986)* empfohlen, eine parabelförmige Vorverformung mit einem Stich von  $l / 2000$  anzusetzen, mit der eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Versuchs- und Rechenergebnissen erzielt wird (*Haß (1986)*).

Nach DIN EN 1991-1-2/NA dürfen allgemeine Rechenverfahren für brandschutztechnische Nachweise von Einzelbauteilen, Tragwerken und Gesamttragwerken nur angewendet werden, wenn diese validiert sind. Entsprechende Validierungsbeispiele befinden sich im Anhang CC von DIN EN 1991-1-2/NA. Die Nachweise sollten von einem hierfür qualifizierten Prüfenieur oder Prüfsachverständigen geprüft werden.

### 6.2.7 Versagenskriterien

Zur Ermittlung des Versagenszeitpunktes eines Tragwerks ist nach DIN EN 1990 der Grenzzustand der Tragfähigkeit erreicht, wenn ein Versagen oder übermäßige Verformungen des Tragwerks oder seiner Teile eintreten. Dies betrifft lediglich das Tragfähigkeitskriterium, jedoch nicht den Raumabschluss oder die Wärmedämmeigenschaften.

Im Allgemeinen muss die Tragfähigkeit für die festgelegte Feuerwiderstandsdauer  $t$  nachgewiesen werden durch:

$$E_{d,fi} \leq R_{d,fi} \quad (6.1)$$

Mit:

$E_{d,fi}$	Bemessungswert der Schnittgrößen im Brandfall
$R_{d,fi}$	zugehöriger Bemessungswert des Widerstands im Brandfall

Nach Abschnitt 6.2.6 kann bei den allgemeinen Rechenverfahren eine Querschnittsanalyse oder eine Systemanalyse durchgeführt werden. Nach DIN EN

1992-1-2 muss bei Gesamttragwerks- oder Teiltragwerksberechnungen für den Brandfall die bei Brandbeanspruchung maßgebende Versagensart erfasst werden. Zusätzlich müssen die im Grenzzustand der Tragfähigkeit entstehenden Verformungen begrenzt werden, um das Zusammenwirken aller Teile des Tragwerks sicherzustellen. In *Hosser (2013)* werden Versagenskriterien präzisiert.

## 6.3 Einwirkungen im Brandfall

### 6.3.1 Allgemeine Regeln

DIN EN 1991-1-2 regelt die Rechengrundlagen zur Ermittlung der Temperatur- und Lasteinwirkungen im Brandfall. Der Brandfall ist als außergewöhnliche Bemessungssituation (accidental situation) anzusehen, welche nicht mit anderen, davon unabhängigen außergewöhnlichen Bemessungssituationen überlagert werden muss. Auch zeit- und lastabhängige Einflüsse auf das Tragverhalten, die vor Auftreten des Brandfalls wirksam werden, müssen nicht berücksichtigt werden.

### 6.3.2 Thermische Einwirkungen

Die thermischen Einwirkungen auf Bauteile werden in DIN EN 1991-1-2 in Abhängigkeit von der (Heißgas-) Temperatur  $\theta_g$  in der Bauteilumgebung als Netto-Wärmestrom vorgegeben, der aus einem konvektiven Anteil und einem radiativen Anteil besteht.

In DIN EN 1991-1-2, 3.2 werden verschiedene standardisierte Temperaturzeitkurven zur Beschreibung der Heißgastemperatur  $\theta_g$  als Funktion der Branddauer  $t$  [min] vorgegeben. Für die Heißgastemperatur  $\theta_g$  kann die Einheits-Temperaturzeitkurve (ETK) nach Gleichung (6.2), die Hydrokarbon-Brandkurve nach Gleichung (6.3) oder die Außenbrandkurve nach Gleichung (6.4) angenommen werden:

$$\theta_g = 20 + 345 \cdot \log_{10}(8 \cdot t + 1) [^{\circ}\text{C}] \quad (6.2)$$

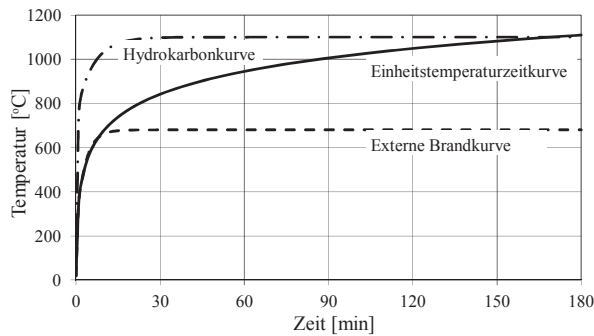
$$\theta_g = 20 + 1080 \cdot (1 - 0,325 \cdot e^{-0,167 \cdot t} - 0,675 \cdot e^{-2,5 \cdot t}) [^{\circ}\text{C}] \quad (6.3)$$

$$\theta_g = 20 + 660 \cdot (1 - 0,687 \cdot e^{-0,32 \cdot t} - 0,313 \cdot e^{-3,8 \cdot t}) [^{\circ}\text{C}] \quad (6.4)$$

Die Hydrokarbon-Brandkurve gibt die Entwicklung der Heißgastemperaturen bei Flüssigkeitsbränden wieder. Sie wird für die brandschutztechnische Bemessung von Hochbauten in der Regel nicht angewendet. Die Außenbrandkurve darf zum Nachweis

des Raumabschlusses bei nichttragenden Außenwänden und aufgesetzten Brüstungen als Brandbeanspruchung von außen angesetzt werden. Sie entspricht der abgeminderten ETK nach DIN 4102-3.

Die drei nominellen Temperaturzeitkurven sind in Bild 6.3 dargestellt.



**Bild 6.3:** Nominelle Temperaturzeitkurven nach DIN EN 1991-1-2

### 6.3.3 Naturbrandmodelle

In DIN EN 1991-1-2 werden vereinfachte und allgemeine Naturbrandmodelle vorgegeben, mit denen der reale Brandverlauf auf Grundlage eines Brandszenarios und zugehörigem Bemessungsbrand berechnet werden kann (Hosser (2013)). Der Bemessungsbrand beschreibt den durch das Brandszenario hervorgerufenen möglichen Brandverlauf quantitativ in Form der wesentlichen zeitabhängigen Brandparameter wie Brandlasten, Wärmefreisetzungsrate und Ventilationsbedingungen. Das Bauwerk ist so auszulegen, dass bei Auftreten des Bemessungsbrandes die in der Bauordnung verankerten Schutzziele erreicht werden können. In der Musterliste der Technischen Baubestimmungen bzw. der Muster-Verwaltungsvorschrift Technische Baubestimmungen (MLTB bzw. MVV TB (2017)) werden Randbedingungen und Einschränkungen für die Anwendung von Naturbrandverfahren formuliert, die eine Genehmigungsfähigkeit derartiger Nachweise im Rahmen von zu beantragenden bauordnungsrechtlichen Abweichungen gewährleisten.

### 6.3.4 Mechanische Einwirkungen

DIN EN 1991-1-2 unterscheidet zwischen direkten und indirekten Einwirkungen. Indirekte Einwirkungen infolge Brandbeanspruchung sind Kräfte und Momente, die durch thermische Ausdehnungen, Verformungen und Verkrümmungen hervorgerufen werden. Sie müssen nicht berücksichtigt werden, wenn sie das Tragverhalten nur geringfügig beeinflussen und/oder durch entsprechende Ausbildung der Auflager aufgenommen werden können. Außerdem brauchen sie bei

der brandschutztechnischen Bemessung von Einzelbauteilen nicht gesondert verfolgt zu werden. Für die Ermittlung der indirekten Einwirkungen sind die thermischen und mechanischen Materialkennwerte aus den baustoffbezogenen Eurocodes zu benutzen.

Als direkte Einwirkungen werden die bei der Bemessung für Normaltemperatur berücksichtigten Lasten (Eigengewicht, Wind, Schnee etc.) bezeichnet. Die maßgebenden Werte der Einwirkungen sind den jeweiligen Teilen der DIN EN 1991 bzw. den zugehörigen Nationalen Anhängen zu entnehmen, wo auch allgemeine Regeln zur Berücksichtigung von Schnee- und Windlasten sowie von Lasten infolge Betrieb (z. B. Horizontalkräfte infolge Kranbewegung) gegeben werden. Eine Verringerung der Belastung durch Abbrand wird nicht berücksichtigt.

Bei der Kombination der direkten Einwirkungen darf berücksichtigt werden, dass es sich um eine außergewöhnliche Bemessungssituation handelt. Nach den Kombinationsregeln in DIN EN 1990 ergibt sich die maßgebliche Beanspruchung  $E_{fi,d,t}$  während der Brandeinwirkung in der Regel (in allgemeiner Schreibweise) zu:

$$E_{fi,d,t} = \sum \gamma_{GA} \cdot G_k + \psi_{1,1} \cdot Q_{k,1} + \sum \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} + \sum A_d(t) \quad (6.5)$$

Mit:

$G_k$	charakteristischer Wert der ständigen Einwirkungen
$Q_{k,1}$	charakteristischer Wert der dominierenden veränderlichen Einwirkung
$Q_{k,i}$	charakteristischer Wert weiterer veränderlicher Einwirkungen
$A_d(t)$	Bemessungswert der indirekten Einwirkungen
$\gamma_{GA}$	Teilsicherheitsbeiwert für ständige Einwirkungen (= 1,0)
$\psi_{1,1}, \psi_{2,i}$	Kombinationsbeiwerte nach DIN EN 1990 bzw. dem zugehörigen Nationalen Anhang

In DIN EN 1991-1-2 wird empfohlen, auch für die maßgebende veränderliche Einwirkung den quasi-ständigen Wert  $\psi_{2,1} \cdot Q_{k,1}$  anstelle des häufigen Wertes  $\psi_{1,1} \cdot Q_{k,1}$  zu verwenden. Gemäß Nationalem Anhang ist grundsätzlich die quasi-ständige Größe  $\psi_{2,1} \cdot Q_{k,1}$  zu verwenden. Eine Ausnahme bilden Bauteile, deren veränderliche Leiteinwirkung der Wind ist; in diesem Fall ist für die Einwirkung aus Wind die häufige Größe  $\psi_{1,1} \cdot Q_{k,1}$  zu verwenden.

Als Vereinfachung dürfen die Einwirkungen während der Brandbeanspruchung direkt aus den Einwirkungen bei Normaltemperatur abgeleitet werden:

$$E_{fi,d,t} = \eta_{fi} \cdot E_d \quad (6.6)$$

Mit:

$E_d$  Bemessungswert der Einwirkungen mit Berücksichtigung der Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_G$  für ständige und  $\gamma_Q$  für veränderliche Einwirkungen

$$\eta_{fi} = \frac{(\gamma_{GA} + \psi_{1,1} \cdot \zeta)}{(\gamma_G + \gamma_Q \cdot \zeta)} \quad (6.7)$$

Reduktionsfaktor, abhängig vom Verhältnis der dominierenden veränderlichen Einwirkung zur ständigen Einwirkung  $\zeta = Q_{k,1}/G_k$

Analog zu Gleichung (6.6) wird für die brandschutztechnische Bemessung mittels tabellarischer Daten folgendes Lastniveau zu Grunde gelegt:

$$E_{fi,d,t} = \eta_{fi} \cdot R_d \quad (6.8)$$

Mit:

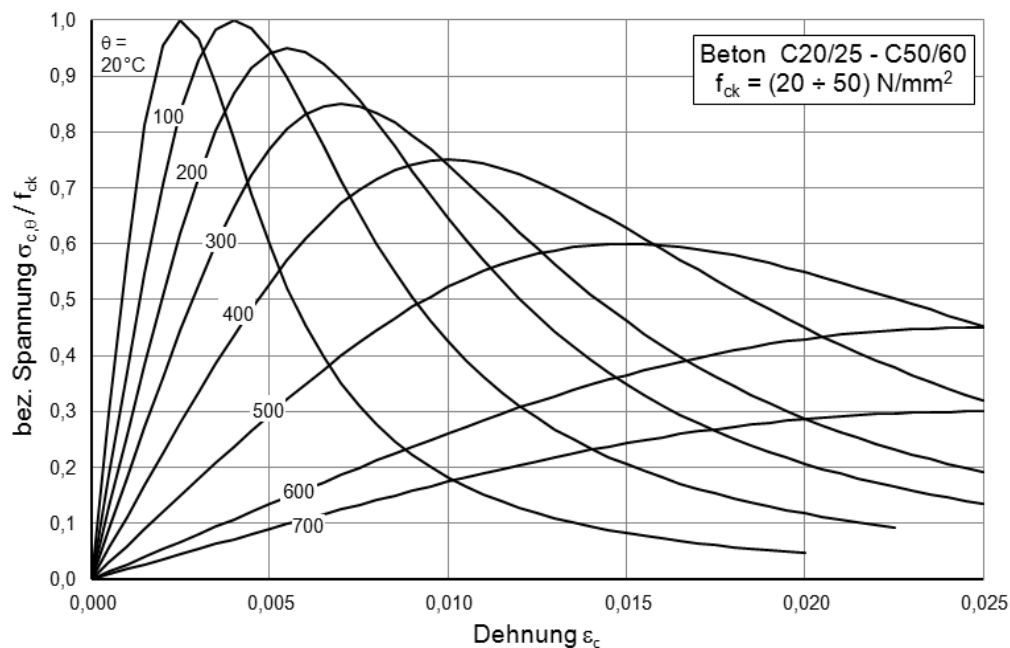
$R_d$  Bemessungswert des Bauteilwiderstands nach DIN EN 1992-1-1 mit DIN EN 1992-1-1/NA

Ohne genaueren Nachweis darf für Betontragwerke  $\eta_{fi} = 0,7$  gesetzt werden.

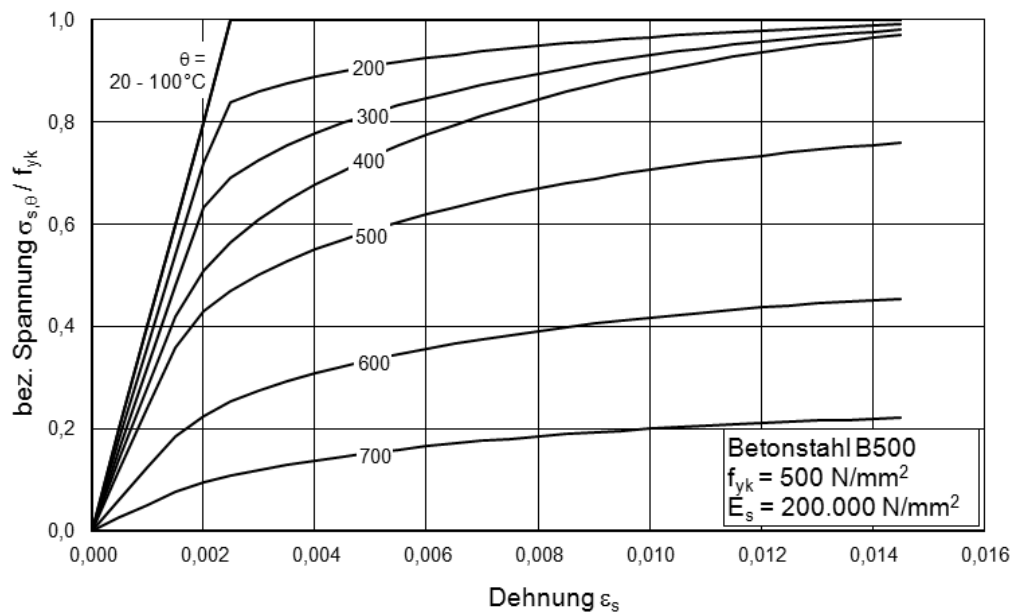
## 6.4 Hochtemperatur-Materialeigenschaften

Grundlage der brandschutztechnischen Bauteil- und Tragwerksanalyse sind die temperaturabhängigen Spannungs-Dehnungslinien und thermischen Dehnungen der Baustoffe. In DIN EN 1992-1-2 sind alle wesentlichen Informationen zur temperaturabhängigen Veränderung der mechanischen Baustoffwerte enthalten.

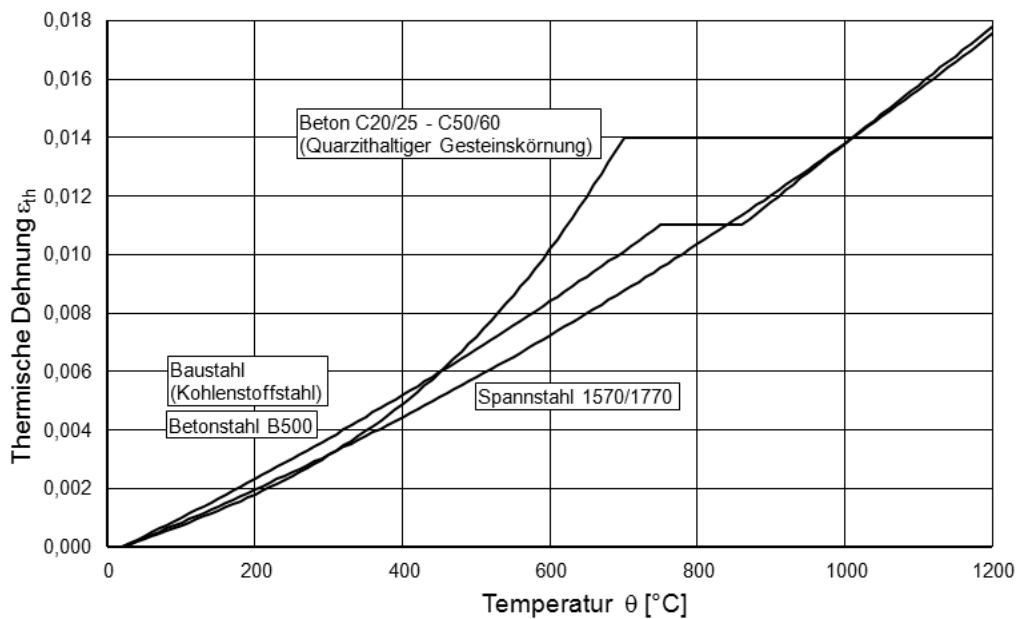
Exemplarisch sind in Bild 6.4 temperaturabhängige Spannungs-Dehnungslinien für Beton mit überwiegend quarzhaltigen Zuschlägen und in Bild 6.5 für warmgewalzten Betonstahl (B 500) dargestellt. Bild 6.6 zeigt die thermischen Dehnungen für Beton, Betonstahl, Spannstahl und Baustahl.



**Bild 6.4:** Temperaturabhängige Spannungs-Dehnungslinien von Beton mit überwiegend quarzsteinhaltigen Gesteinskörnungen



**Bild 6.5:** Temperaturabhängige Spannungs-Dehnungslinien von warmgewalztem Betonstahl (B 500)



**Bild 6.6:** Thermische Dehnung von Beton, Betonstahl, Spannstahl und Baustahl

## 6.5 Hochfester Beton

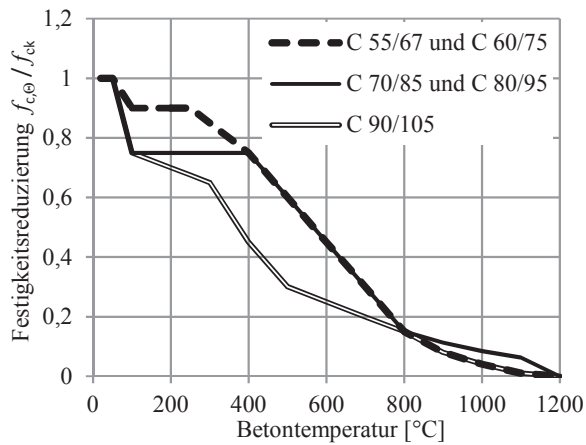
Bauteile aus hochfestem Beton können ebenfalls nach DIN EN 1992-1-2 in Anlehnung an die Verfahren für Normalbeton bemessen werden. Unter bestimmten Bedingungen können auch die tabellarischen Daten für die Bemessung von Bauteilen aus hochfestem Beton angewendet werden.

Im Kapitel 6 der DIN EN 1992-1-2 sind Angaben über die mechanischen Eigenschaften von hochfestem

Beton angegeben, mit denen die Bemessung durchgeführt werden kann. Die thermischen Eigenschaften können entsprechend dem Normalbeton angesetzt werden.

In Bild 6.7 sind die Festigkeitsreduzierungen für hochfesten Beton entsprechend DIN EN 1992-1-2 dargestellt. Dabei werden drei Klassen unterschieden, die sich nach der Festigkeit des hochfesten Betons richten. Die Klasse 1 umfasst den Beton C55/67 und C60/75, die Klasse 2 umfasst C70/85 und C80/95

sowie die Klasse 3 den C90/105. Bei Betonen mit höherer Festigkeit als Klasse 3 müssen die Materialkennwerte experimentell ermittelt werden.



**Bild 6.7:** Festigkeitsreduzierung  $f_{c,\theta} / f_{ck}$  von hochfestem Beton

Mit Hilfe der Festigkeitsreduzierung und den Werten für die Parameter der Spannungs-Dehnungsbeziehungen für Normalbeton bei erhöhten Temperaturen lassen sich für die verschiedenen Klassen die Spannungs-Dehnungslinien ermitteln.

Weiterhin müssen explosionsartige Betonabplatzungen berücksichtigt werden, die bei hochfestem Beton aufgrund der größeren Dichtigkeit wesentlich gravierender ausfallen können als bei Normalbeton. Bei den Betonfestigkeitsklassen C55/67 bis C80/95 mit einem Silicastaubgehalt von weniger als 6 % des Zementgewichts gelten dieselben Vorschriften wie für Normalbeton. Für höhere Silicastaubgehalte bzw. höhere Betonfestigkeitsklassen werden in DIN EN 1992-1-2 verschiedene Methoden (A bis D) zur Vermeidung von explosionsartigen Betonabplatzungen angegeben.

In neueren Forschungsarbeiten werden auch Betone mit Festigkeitsklassen höher als C100/115 (ultrahochfeste Betone (UHPC)) betrachtet (*Hosser et al. (2013)*). Besonderes Augenmerk liegt hier auf dem Abplatzverhalten, da aufgrund der hohen Dichte durch die explosionsartigen Abplatzungen zu Beginn eines Brands erhebliche Schäden entstehen können, die die Tragfähigkeit gefährden. Zurzeit liegen noch keine Bemessungshilfen im Rahmen der DIN EN 1992-1-2 vor, sodass die Anwendung nur über eine Zustimmung im Einzelfall bzw. über eine vorhabenbezogene Bauartgenehmigung erfolgen kann.

## 6.6 Betonabplatzungen

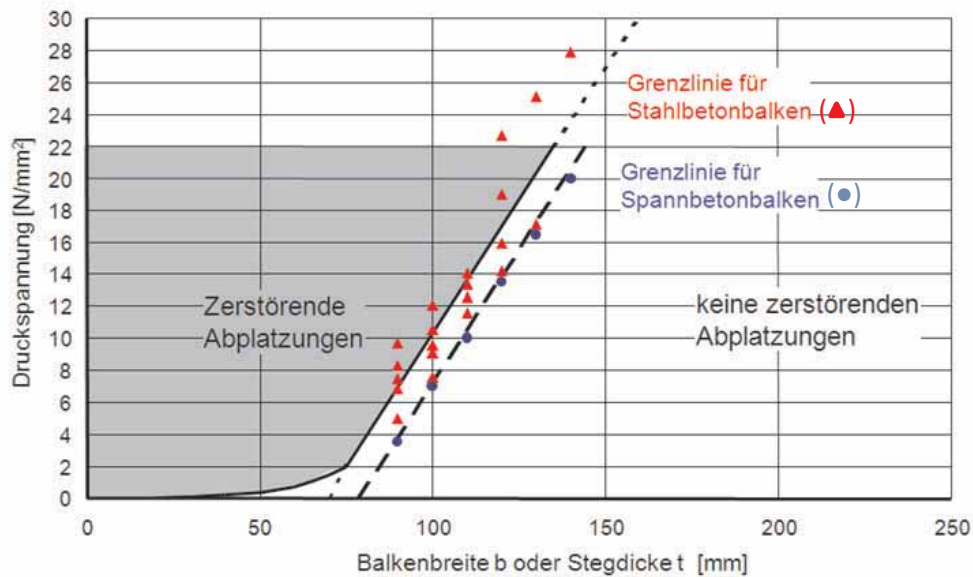
Bei schneller Erwärmung und hoher Temperaturbeanspruchung kann es bei Beton zu Abplatzungen kommen, die erhebliche Schäden an den Betonbauteilen verursachen können. Abplatzungen werden unterteilt in explosionsartige Abplatzungen, in Abplatzungen der Gesteinskörnung und in das Abfallen von Betonschichten. Das Abfallen von Betonschichten tritt infolge der Zermürbung des Betons nach längerer Brandbeanspruchung auf. Bei den Abplatzungen der Gesteinskörnung handelt es sich um Abplatzungen von einzelnen Gesteinskörnern, die aufgrund des mineralogischen Aufbaus der Gesteinskörnung auftreten. Die explosionsartigen Abplatzungen treten zu Beginn eines Brandes auf. Eine wesentliche Ursache hierfür ist der Feuchtigkeitsgehalt des Betons. Es entstehen Spannungen infolge des Massentransports in Form von Wasser, Wasserdampf und Luft durch das Porensystem des Betons während der Erwärmung. Weitere Ursachen für das explosionsartige Abplatzen liegen in den Eigenspannungen im Querschnitt, die durch das unterschiedliche Ausdehnungsverhalten der Betonkomponenten und durch die nichtlineare Temperaturverteilung im Betonquerschnitt entstehen.

Diese explosionsartigen Abplatzungen können den Betonquerschnitt soweit schädigen, dass die Tragfähigkeit gefährdet wird. Dabei gilt als Faustformel: Je dichter der Beton, umso größer die Gefahr von explosionsartigen Abplatzungen. Da aber viele Faktoren Einfluss auf die Abplatzungen haben, werden hier die Maßnahmen entsprechend DIN EN 1992-1-2 sowie in *Schuck et al. (2011)* vorgestellt.

Nach DIN EN 1992-1-2 sind bei einem Feuchtigkeitsgehalt des Betons von weniger als 4 Gew.-% explosionsartige Abplatzungen unwahrscheinlich. Dieser Feuchtigkeitsgehalt wird im Hochbau üblicherweise nicht überschritten. Wenn der Feuchtigkeitsgehalt höher liegt, können die explosionsartigen Abplatzungen in der Form abgeschätzt werden, indem man den lokalen Verlust der Betondeckung zu einem Bewehrungsstab im Querschnitt annimmt und dann die reduzierte Tragfähigkeit überprüft.

Wenn die Bemessung nach den Tabellen der DIN EN 1992-1-2 und der DIN 4102-4 vorgenommen wird, ist für normalfesten Beton grundsätzlich keine weitere Überprüfung notwendig. Für Träger mit Stegdicken bzw. Balkenbreiten von weniger als 150 mm können zerstörende Abplatzungen bei hohen Druckspannungen auftreten. In Bild 6.8 ist der Bereich mit erhöhter Abplatzgefahr grau gefärbt dargestellt.





**Bild 6.8:** Bereich zerstörender Abplatzungen bei geringer Balkenbreite oder Stegdicke für Stahlbeton- und Spannbetonbauteile

Falls der planmäßige Achsabstand der Bewehrung 70 mm oder mehr beträgt und keine Versuche durchgeführt worden sind, um nachzuweisen, dass ein Abfallen von Betonschichten nicht stattfindet, sollte eine Oberflächenbewehrung mit einer Maschengröße von max. 100 mm und einem Durchmesser von wenigstens 4 mm eingebaut werden.

Für hochfesten Beton ist DIN EN 1992-1-2, 6.2 zu beachten.

In *Schuck et al. (2011)* wird eine Beurteilung des Abplatzrisikos anhand von Risikofaktoren vorgeschlagen. Auf diese Weise kann ein objektives Maß für das akzeptierte Abplatzrisiko gefunden und verschiedene Betonmischungen oder Randbedingungen darauf abgestimmt werden. Allerdings wurde dieses Verfahren für Tübbinge im Tunnelbau entwickelt, sodass die Einflussgrößen Größtkorn der Gesteinskörnung,

Bauteilabmessungen, Bewehrung und Betondeckung nicht mit eingehen.

## 6.7 Anwendung der Nachweisverfahren

Da die Eurocodes Nachweisverfahren in drei Ebenen anbieten (Tabellarische Bemessungsverfahren, vereinfachte Rechenverfahren, allgemeine Rechenverfahren) hat der Anwender häufig die Wahl zwischen formell gleichwertigen Nachweisen. Dabei steigt je Ebene der Rechenaufwand, jedoch auch die Genauigkeit der Ergebnisse an. Tabelle 6.1 gibt eine Übersicht, welche Rechenverfahren für welche Bauteile zur Verfügung stehen, und gibt Hinweise, welche Besonderheiten für die jeweilige Nachweisführung zu beachten sind und ob der erhöhte Rechenaufwand gerechtfertigt ist (*Hosser (2013)*).

**Tabelle 6.1:** Übersicht der Nachweisalternativen in DIN EN 1992-1-2

Bauteil	Ebene 1	Ebene 2	Ebene 3	Anmerkung
Statisch bestimmt gelagerte Balken	Tabelle 5.5 für ETK	Anhang B.2 für ETK Anhang E für ETK	Abschnitt 4.3 für ETK und Naturbrand	A
Statisch unbestimmt gelagerte Balken	Tabelle 5.6 (und 5.7) für ETK	Anhang B.2 für ETK Anhang E für ETK	Abschnitt 4.3 für ETK und Naturbrand	A
Vierseitig brandbeanspruchter Balken	Abschnitt 5.6.4	Anhang B.2 für ETK	Abschnitt 4.3 für ETK und Naturbrand	A
Statisch bestimmt gelagerte Platten	Tabelle 5.8 für ETK	Anhang B.2 für ETK Anhang E für ETK	Abschnitt 4.3 für ETK und Naturbrand	A
Statisch unbestimmt gelagerte Platten	Tabelle 5.8 für ETK	Anhang B.2 für ETK Anhang E für ETK	Abschnitt 4.3 für ETK und Naturbrand	A
Flachdecken	Tabelle 5.9 für ETK	--/--	--/--	B
Statisch bestimmt gelagerte Rippendecken	Tabelle 5.10 für ETK	Anhang B.2 für ETK Anhang E für ETK	Abschnitt 4.3 für ETK und Naturbrand	A
Statisch unbestimmt gelagerte Rippendecken	Tabelle 5.11 für ETK	Anhang B.2 für ETK Anhang E für ETK	Abschnitt 4.3 für ETK und Naturbrand	A
Geschossstützen	Tabelle 5.2a für ETK	Anhang B.2 für ETK	Abschnitt 4.3 für ETK und Naturbrand	C
Kragstützen	--/--	NA; Anhang AA	Abschnitt 4.3 für ETK und Naturbrand	D
Nichttragende, raumabschließende Wände	Tabelle 5.3	--/--	Abschnitt 4.3 für ETK und Naturbrand	
Tragende Wände	Tabelle 5.4	Anhang B.2 für ETK	Abschnitt 4.3 für ETK und Naturbrand	E
Brandwände	Abschnitt 5.4.3	--/--	--/--	F
Zugglieder	Abschnitt 5.5 mit Tabelle 5.5	--/--	Abschnitt 4.3 für ETK und Naturbrand	

Zu A) Zunächst sollte bei ETK-Beanspruchung der Tabellennachweis nach Stufe 1 geführt werden. Die Stufen 2 und 3 sind nur sinnvoll, wenn die Randbedingungen der Tabelle nicht eingehalten werden, bzw. die Stufe 1 nicht zum gewünschten Erfolg führt. Die 500 °C-Isothermen-Methode nach Anhang B.1 als alternatives vereinfachtes Rechenverfahren wurde über den NA nicht zugelassen. Als vereinfachte Rechenverfahren stehen Anhang B.2 (Zonenmethode) und Anhang E zur Verfügung. \*)

Zu B) Für Flachdecken bietet DIN EN 1992-1-2 lediglich eine Tabellenbemessung an. Die vereinfachten Rechenverfahren dürfen nicht angewendet werden, da der Durchstanznachweis im Brandfall maßgebend werden kann. Auch bei Anwendung der allgemeinen Rechenverfahren ist der Nachweis gegen Durchstanzen äußerst schwierig, da das Schubverhalten im Brandfall noch nicht abschließend untersucht ist.

Zu C) Tabelle 5.2a gilt nur für Geschossstützen eines horizontal ausgesteiften Tragwerks, für die im Brandfall eine Einspannung angesetzt werden kann. Die Zonenmethode gemäß Anhang B.2 ist für den Nachweis von Stützen nicht validiert. Bei Anwendung der Zonenmethode für den Stützennachweis sollten die zusätzlich erforderlichen Annahmen in der Literatur veröffentlicht sein (z. B. *Cyllok/Achenbach (2009)* und *Zilch et. al. (2010)*, siehe DIN EN 1992-1-2/NA, NCI zu B.2). \*)

Zu D) Tabelle 5.2a gilt nicht für Kragstützen. Für den brandschutztechnischen Nachweis von Kragstützen finden sich im Anhang AA von DIN EN 1992-1-2/NA Bemessungsdiagramme, die den Einfluss aus Theorie 2. Ordnung berücksichtigen. \*)

Zu E) Zunächst sollte bei ETK-Beanspruchung der Tabellennachweis nach Stufe 1 geführt werden. Für raumabschließende Wände ist eine einseitige Brandbeanspruchung zu unterstellen, für nicht raumabschließende Wände eine zweiseitige. Die Zonenmethode gemäß Anhang B.2 ist für den Nachweis von Wänden nicht validiert. Bei Anwendung der Zonenmethode sollten die zusätzlich erforderlichen Annahmen in der Literatur veröffentlicht sein (z. B. *Cyllok/Achenbach (2009)* und *Zilch et. al. (2010)*, siehe DIN EN 1992-1-2/NA, NCI zu B.2). \*)

Zu F) Der Nachweis der mechanischen Stoßbeanspruchung kann ausschließlich über Tabellen geführt werden. Auch die allgemeinen Rechenverfahren liefern hierfür noch keine abgesicherten Ergebnisse.

\*) Bei Naturbrandbeanspruchung ist ausschließlich das allgemeine Rechenverfahren möglich. Bei Anwendung der Zonenmethode müssen die Gleichungen (B.11) bis (B.13) ausgewertet werden. Die Reduktion der Druckfestigkeit und des Querschnitts nach Bild B.5 gilt nur für eine Brandbeanspruchung entsprechend der Einheits-Temperaturzeitkurve.



## 6.8 Bemessungshilfen

### 6.8.1 Temperaturprofile

#### 6.8.1.1 Allgemeines

In der Praxis werden häufig Informationen über die Temperaturverteilung im Bauteil-Querschnitt benötigt, um für die vorgesehene Feuerwiderstandsdauer die Erwärmung der Bewehrung zu bestimmen oder bei Anwendung des vereinfachten Rechenverfahrens nach DIN EN 1992-1-2, Anhang B.2 (Zonenmethode) die Breite der geschädigten Zone  $a_z$  zu berechnen. In DIN EN 1992-1-2, Anhang A werden hierfür Temperaturprofile für Rechteckquerschnitte mit den Abmessungen  $h / b = 150 \text{ mm} / 80 \text{ mm}$  bis  $h / b = 800 \text{ mm} / 500 \text{ mm}$  für Feuerwiderstandsdauern R 30 bis R 240 zur Verfügung gestellt.

Ausgehend von diesen Querschnittsabmessungen werden in Abschnitt 6.8.1.2 die Temperaturprofile bei Berücksichtigung einer Voute dargestellt. In Bild 6.9 und Bild 6.10 werden die Temperaturprofile für eine Querschnittshälfte, die seitlich und von unten beflammt wird, gezeigt. Für diese Querschnitte wird angenommen, dass sie auf der Oberseite eine „Abdeckung“ (z. B. Stahlbetondecke) besitzen, die während der geforderten Feuerwiderstandsdauer wirksam bleibt (Kordina/Meyer-Ottens (1999)).

Weitere Temperaturprofile für Rechteckquerschnitte sowie für T-förmige und I-förmige Querschnitte aus Normal- und Leichtbeton sind im *CEB-Bulletin 145* (1982) enthalten. Die Temperaturprofile für Rechteckquerschnitte aus Normalbeton werden im Abschnitt 6.8.1.3 um gevoutete T-förmige Querschnitte mit den Abmessungen  $h / b_w = 160 \text{ mm} / 80 \text{ mm}$  bis  $h / b_w = 600 \text{ mm} / 300 \text{ mm}$  ergänzt. Die Bilder 6.11 bis 6.14 zeigen die Temperaturprofile jeweils für eine Querschnittshälfte. Die Querschnittshälfte wird an der

Unterseite der Decke sowie seitlich und unten am Steg beflammt.

Den Berechnungen der Temperaturprofile in den Abschnitten 6.8.1.2 und 6.8.1.3 liegen folgende Annahmen zu Grunde:

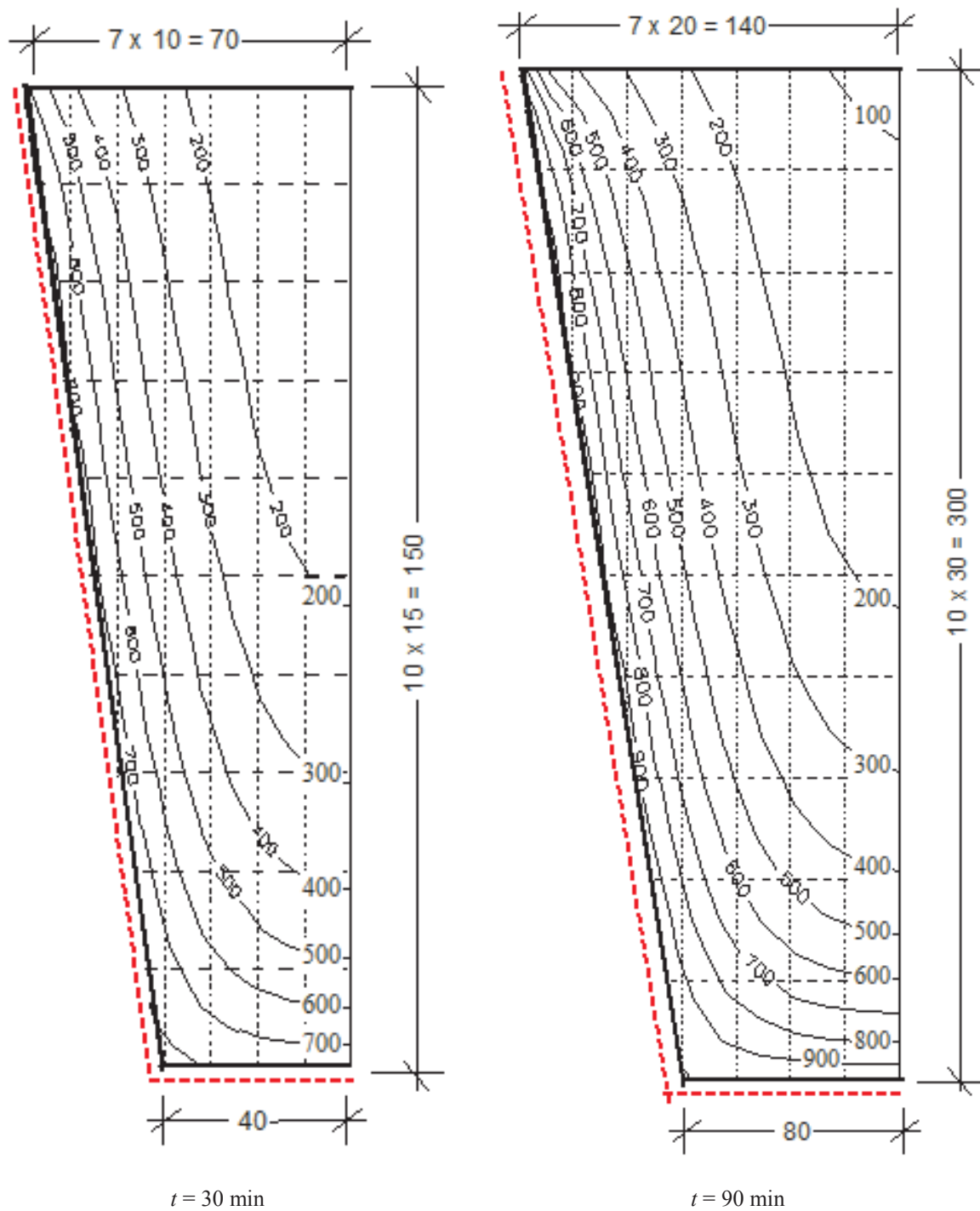
- Brandbeanspruchung nach der Einheits-Temperaturzeitkurve (ETK) nach DIN EN 1991-1-2, 3.2.1 mit dem konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha_c = 25 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  und dem resultierenden Emissionswert  $\varepsilon_{\text{res}} = 0,7$ . Für die brandabgewandte Seite wurde für den Wärmeübergangskoeffizienten für Konvektion  $\alpha_c = 9 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  angesetzt.
- Thermische und physikalische Materialeigenschaften von Normalbeton mit überwiegend quarzithaltiger Gesteinskörnung nach DIN EN 1992-1-2, 3.3 und DIN EN 1992-1-2/NA
- Rohdichte  $\rho = 2400 \text{ kg/m}^3$
- Betonfeuchte  $k = 3 \text{ M.-%}$ .

Die gewählten Annahmen weichen teilweise von den Annahmen ab, die in der Literatur für die Berechnungen von Temperaturprofilen in Betonquerschnitten angegeben werden. In der praktischen Anwendung der Temperaturprofile, z. B. im Zuge des Auslesens von Werten aus den Diagrammen im vereinfachten Verfahren, können die Abweichungen vernachlässigt werden, wenn sie im Bereich folgender Grenzen liegen (*CEB-Bulletin 145* (1982), Richter (2009)):

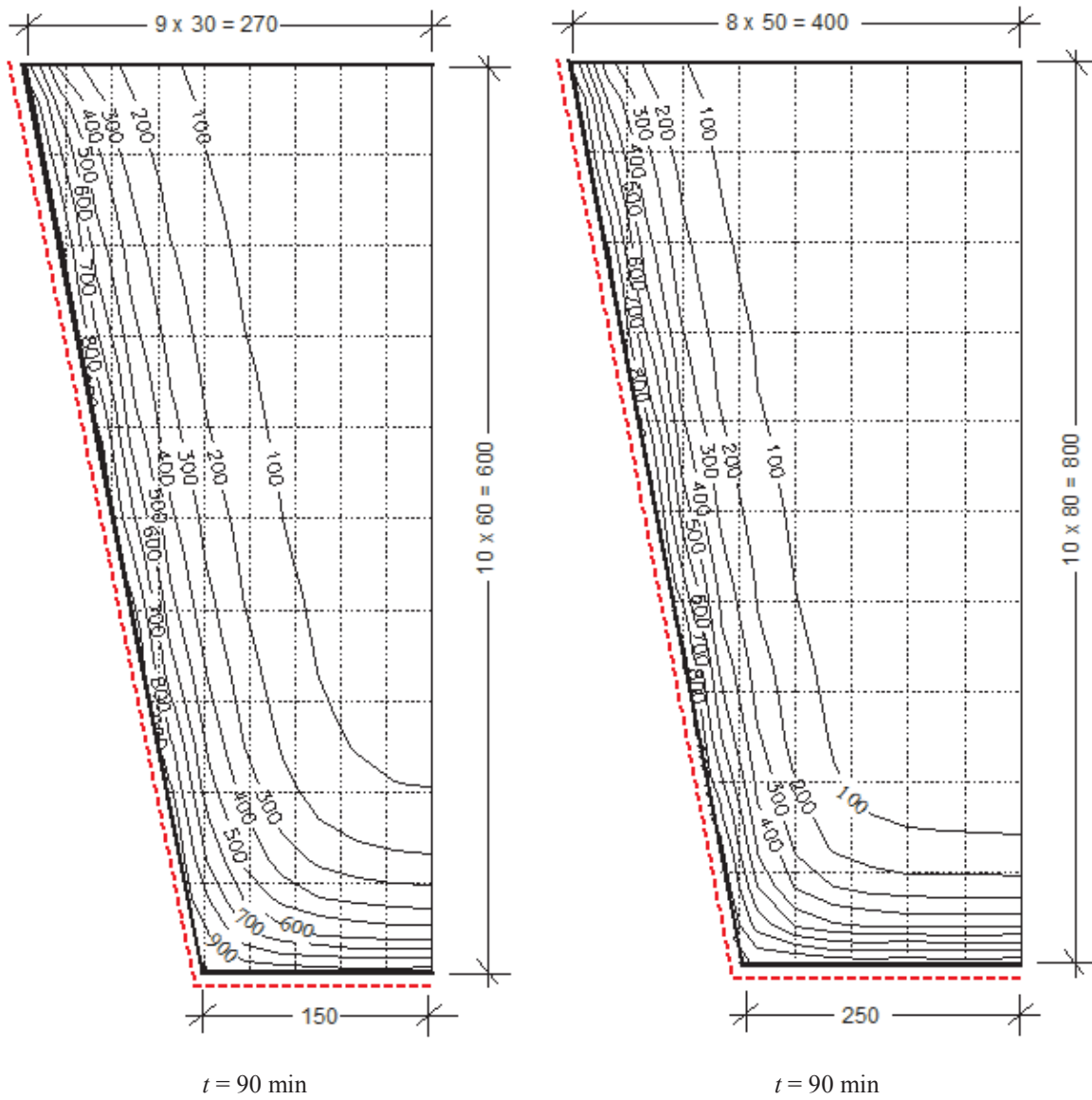
- Betonfeuchte  $2 \text{ M.-%} \leq k \leq 6 \text{ M.-%}$
- Rohdichte  $2000 \text{ kg/m}^3 \leq \rho \leq 2400 \text{ kg/m}^3$
- thermische Leitfähigkeit von Beton nach DIN EN 1992-1-2, 3.3.3: untere Grenzfunktion  $\leq \lambda(\theta) \leq$  obere Grenzfunktion

Die Temperaturprofile dienen nicht der Validierung von Software-Ergebnissen.

## 6.8.1.2 Temperaturprofil für Rechteckquerschnitte mit Voute

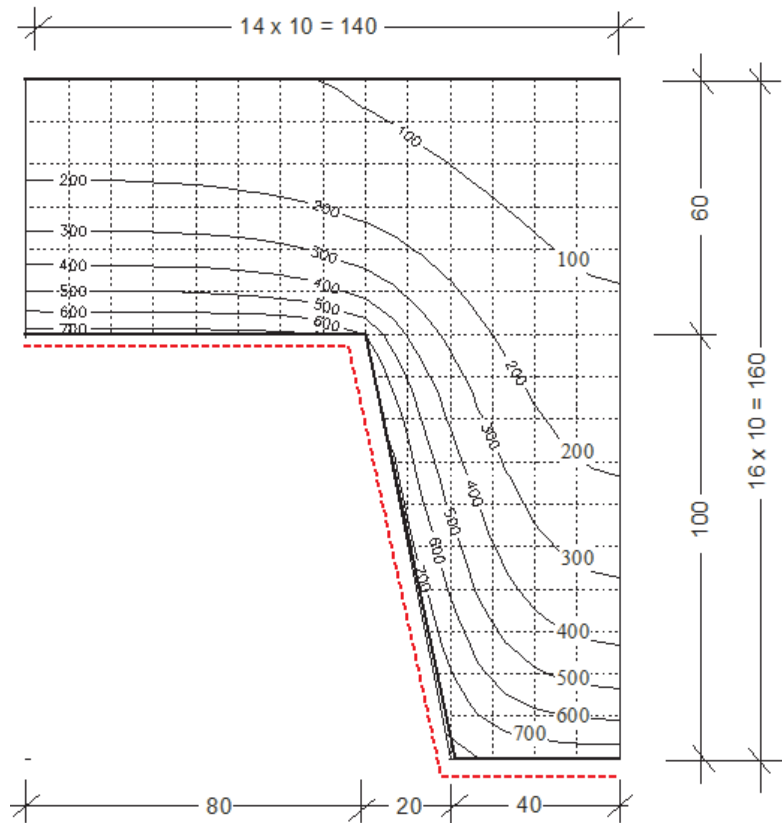


**Bild 6.9:** Temperaturprofil für Rechteckquerschnitte:  $h / b = 150 \text{ mm} / 80 \text{ mm}$  (links),  $h / b = 300 \text{ mm} / 160 \text{ mm}$  (rechts)

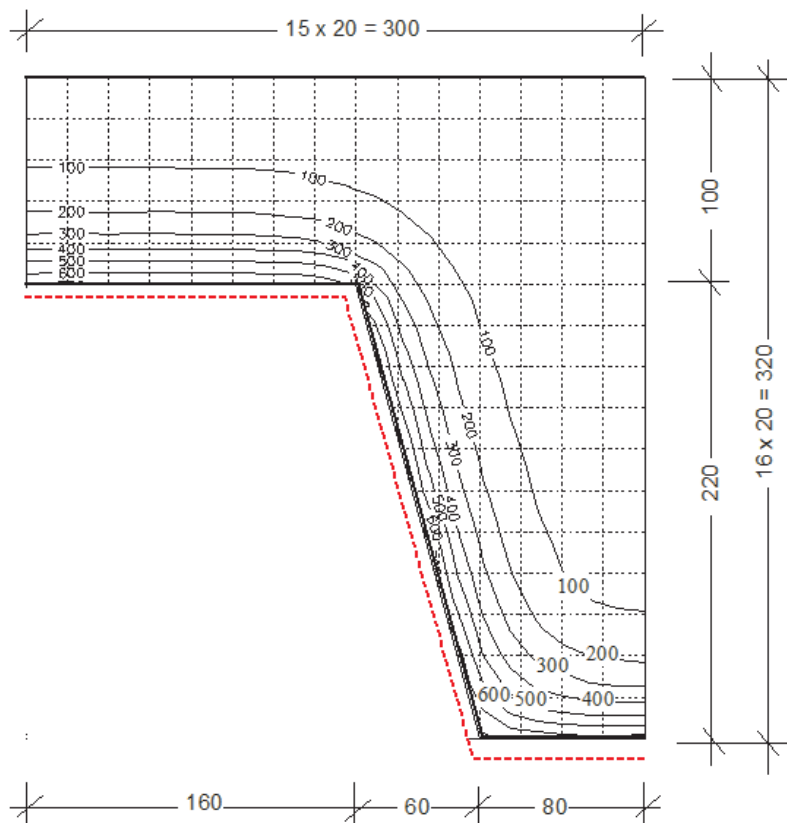


**Bild 6.10:** Temperaturprofil für Rechteckquerschnitt:  $h / b = 600 \text{ mm} / 300 \text{ mm}$  (links),  
 $h / b = 800 \text{ mm} / 500 \text{ mm}$  (rechts)

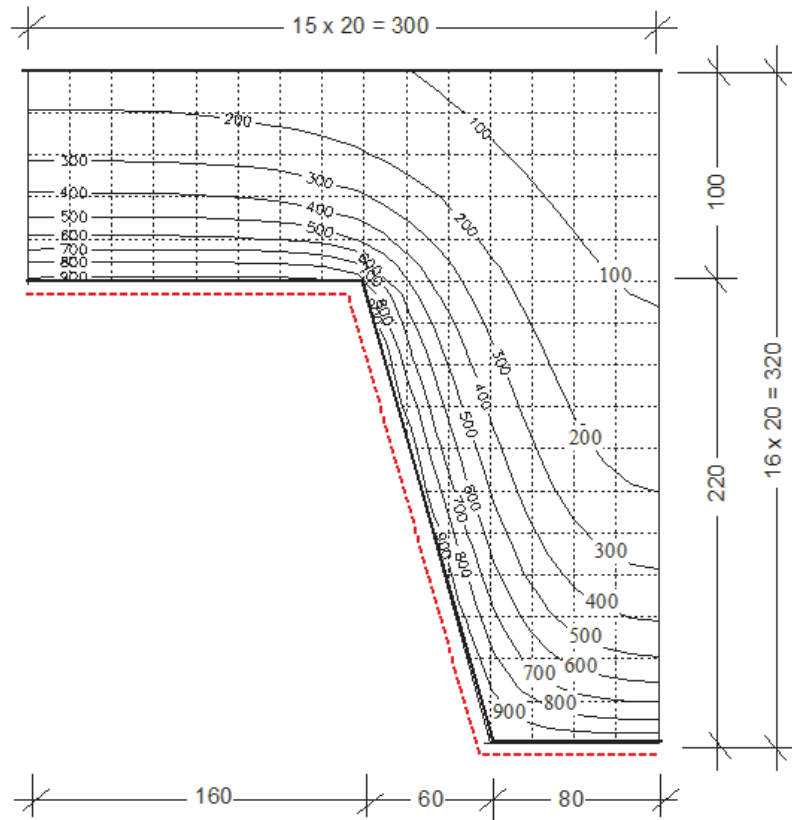
### 6.8.1.3 Temperaturprofil für T-förmige Querschnitte mit Voute



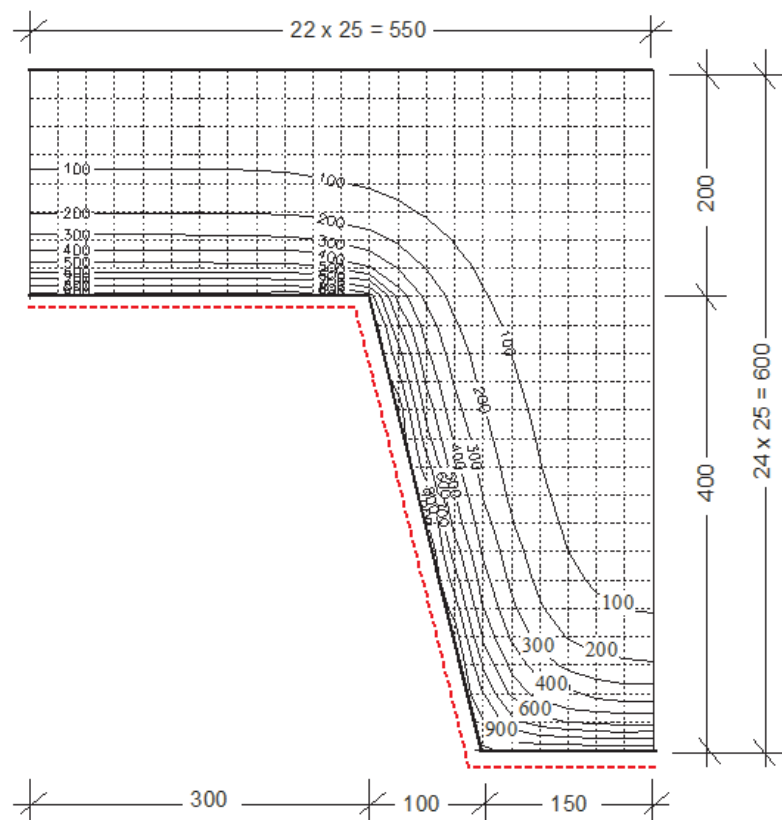
**Bild 6.11:** Temperaturprofil für T-förmiger Querschnitt  $h / b = 160 \text{ mm} / 80 \text{ mm}$ ,  $t = 30 \text{ min}$



**Bild 6.12:** Temperaturprofil für T-förmiger Querschnitt  $h / b = 320 \text{ mm} / 160 \text{ mm}$ ,  $t = 30 \text{ min}$



**Bild 6.13:** Temperaturprofil für T-förmiger Querschnitt  $h/b = 320 \text{ mm} / 160 \text{ mm}$ ,  $t = 90 \text{ min}$



**Bild 6.14:** Temperaturprofil für T-förmiger Querschnitt  $h/b = 600 \text{ mm} / 300 \text{ mm}$ ,  $t = 90 \text{ min}$

## 6.8.2 Stützen in ausgesteiften Bauwerken

### 6.8.2.1 Berechnung der Branddauer

Für den Brandschutznachweis von Stützen mit Rechteck- oder Kreisquerschnitt darf das in DIN EN 1992-1-2, 5.3.2 zusammen mit der Vorgabe in DIN EN 1992-1-2/NA als „Methode A“ bezeichnete Verfahren verwendet werden. Es gilt für überwiegend auf Druck beanspruchte Stahlbeton- und Spannbetonstützen in ausgesteiften Bauwerken.

Der Brandschutznachweis nach „Methode A“ darf mit Hilfe tabellierter Mindestquerschnittsabmessungen und Achsabstände (Nennmaße) (DIN EN 1992-1-2, Tabelle 5.2a) oder alternativ mit einer Nachweisgleichung (DIN EN 1992-1-2, Gleichung (5.7)) geführt werden. Die Nachweisgleichung wurde aus Regressionsanalysen der zu Grunde liegenden Versuchsdaten abgeleitet. Damit kann für eine 4-seitig brandbeanspruchte Stütze die Feuerwiderstandsdauer  $R$  in Abhängigkeit der maßgebenden Parameter – Lastausnutzungsgrad  $R_{\eta fi}$ , Achsabstand der Bewehrung  $R_a$ , Stützenlänge  $R_l$ , Querschnittsbreite  $R_b$  und Bewehrungsanordnung  $R_n$  – berechnet werden. Die entsprechenden Beziehungen für die Parameter  $R_{\eta fi}$ ,  $R_a$ ,  $R_l$  und  $R_b$  werden in den Bildern 6.15 und 6.16 zusammen mit den Anwendungsgrenzen angegeben. Für den Parameter  $R_n$  gilt:

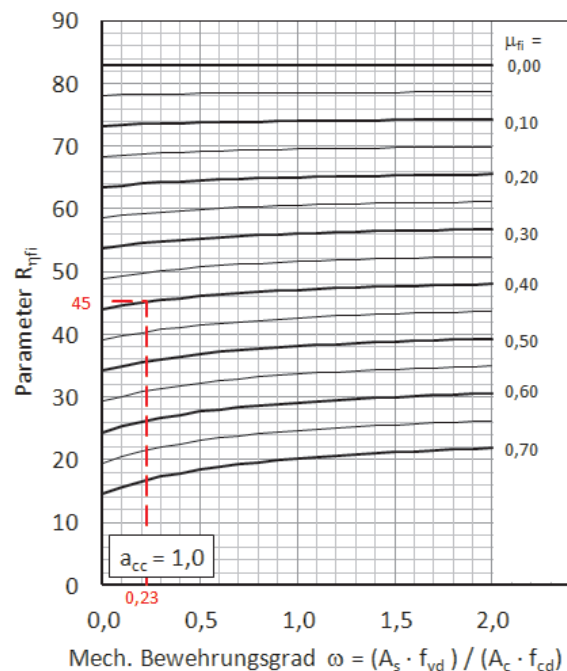
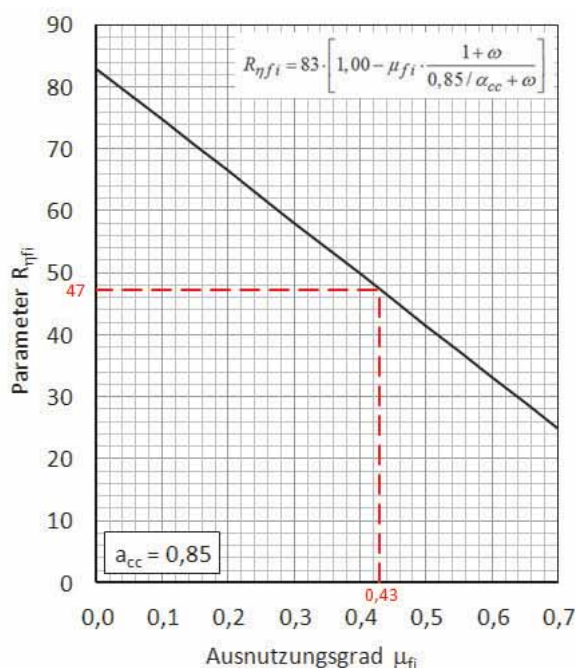
$R_n = 0$  für  $n = 4$  (Rechteckquerschnitt, nur Eckstäbe vorhanden)

$R_n = 12$  für  $n > 4$  (Rechteck- und Kreisquerschnitt; DIN EN 1992-1-1/NA, NCI zu 9.5.2 (4): In Stützen mit Kreisquerschnitt sollten mindestens 6 Stäbe angeordnet werden.

Entsprechend der Auslegung zu DIN EN 1992-1-2 gilt in Stützen mit Rechteckquerschnitt: Wenn mehr als 4 Bewehrungsstäbe angeordnet werden und  $R_n = 12$  angesetzt wird, sind mindestens 8 Stäbe zu wählen und max. 50 % des erforderlichen Bewehrungsquerschnitts darf als Eckbewehrung angeordnet werden.)

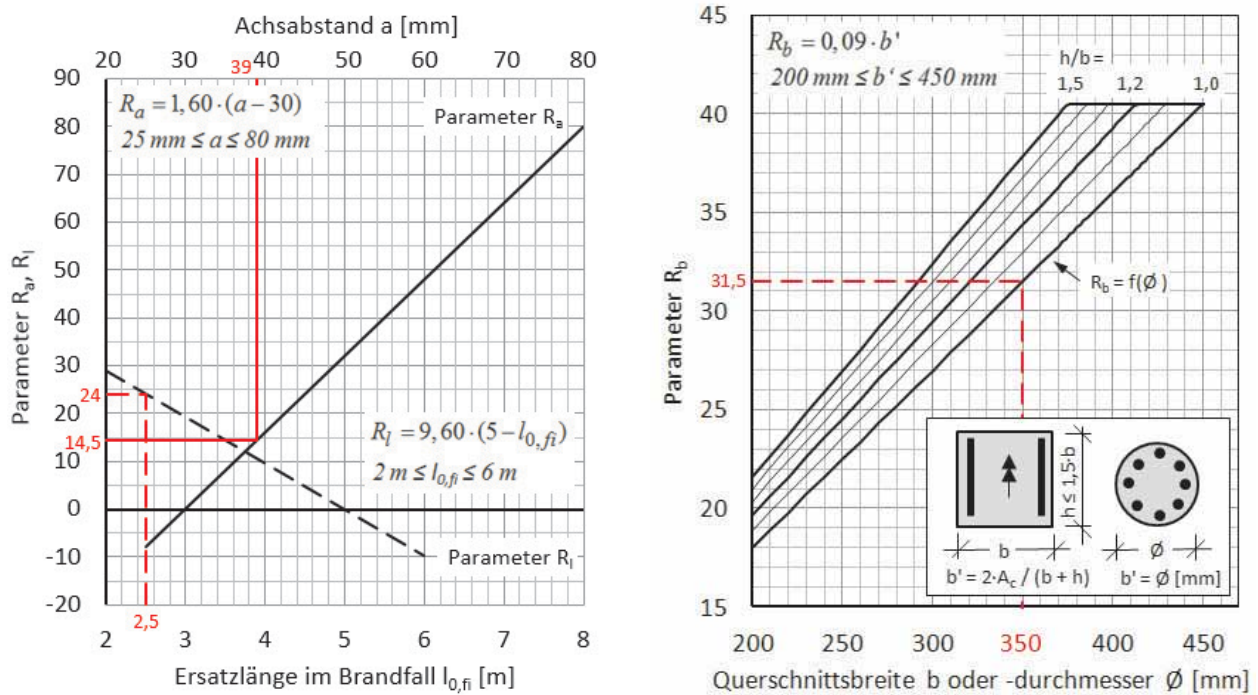
Die Nachweisgleichung ist in Bild 6.17 grafisch aufbereitet. Dort kann die vorhandene Feuerwiderstandsdauer in Abhängigkeit der Summe der Parameter  $\sum(R_{\eta fi} + R_a + R_l + R_b + R_n)$  abgelesen werden.

Die Anwendung der Nachweisgleichung ist dann vorteilhaft, wenn die tabellierten Mindestabmessungen nicht eingehalten werden können, der Lastausnutzungsgrad sehr gering ist ( $\mu_{fi} < 0,2$ ) oder im Rahmen einer Parameterstudie der Einfluss einzelner Parameter auf die Feuerwiderstandsdauer ermittelt werden soll.

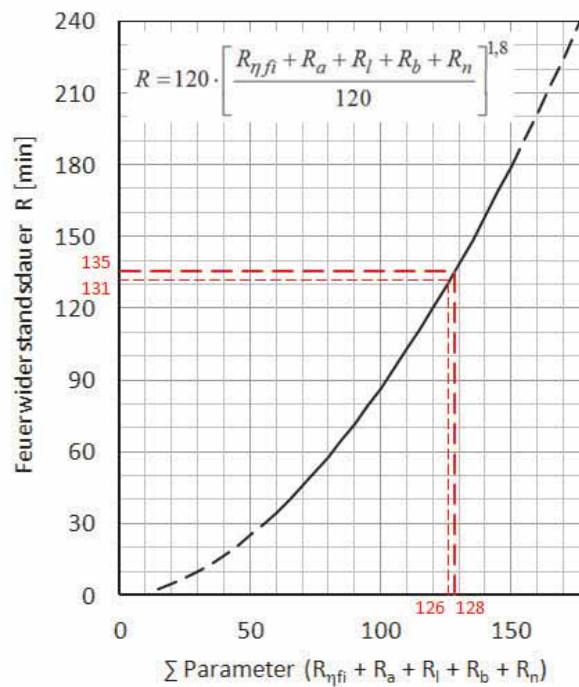


**Bild 6.15:** Parameter  $R_{\eta fi}$  für  $\alpha_{cc} = 0,85$  (links) und  $\alpha_{cc} = 1,0$  (rechts) mit Anwendungsbeispiel 6.9.3 Innenstütze (In Deutschland wurde der Beiwert zur Berücksichtigung von Langzeitauswirkungen auf die Betondruckfestigkeit im Nationalen Anhang zu DIN EN 1992-1-1 mit  $\alpha_{cc} = 0,85$  festgelegt.)





**Bild 6.16:** Parameter  $R_a$ ,  $R_i$  (links) und  $R_b$  (rechts) mit Anwendungsbeispiel 6.9.3 Innenstütze



**Bild 6.17:** Feuerwiderstandsdauer  $R$  mit Anwendungsbeispiel 6.9.3 Innenstütze

### 6.8.3 Stahlbeton-Kragstützen

#### 6.8.3.1 Abgrenzung zwischen der Bemessung bei Normaltemperatur und im Brandfall (Schnellnachweis)

In DIN EN 1992-1-2/NA ist in Anhang AA ein vereinfachtes Verfahren zum Nachweis der Feuerwiderstandsklasse R 90 von Stahlbeton-Kragstützen aus Normalbeton enthalten. In der Änderung DIN EN 1992-1-2/NA/A1 ist das in der ursprünglichen Fassung von DIN EN 1992-1-2/NA falsch abgedruckte Bild AA.1 berichtigt worden.

Für die Klassifizierung der Stahlbeton-Kragstützen muss nachgewiesen werden, dass der Bemessungswert der vorhandenen Normalkraft  $N_{E,fi,d}$  nicht größer ist als der Bemessungswert der Traglast nach 90 Minuten ETK-Brandbeanspruchung  $N_{R,fi,d,90}$ .

$$N_{E,fi,d} \leq N_{R,fi,d,90}$$

Der Nachweis erfolgt mit Hilfe von Diagrammen für Stahlbeton-Kragstützen mit den Standard-Rechteckquerschnitten  $h = 300 \text{ mm}$ ,  $h = 450 \text{ mm}$ ,  $h = 600 \text{ mm}$  und  $h = 800 \text{ mm}$ . Für die bezogene Lastausmitte  $e_1 / h$  und die bezogene Ersatzlänge im Brandfall  $l_{0,fi} / h$  wird aus dem Diagramm der Bemessungswert der bezogenen Stützentragslast  $\nu_{R,fi,d,90}$  abgelesen und mit dem Bemessungswert der bezogenen Einwirkung  $\nu_{E,fi,d}$  verglichen.

Für die Bemessung bei Normaltemperatur darf der Bemessungswert der Einwirkungen  $N_{Ed}$  den Bemessungswert der Traglast  $N_{Rd}$  nicht überschreiten:

$$|N_{Ed}| \leq |N_{Rd}|$$

Im Abschnitt 6.3.4 wurde dargelegt, dass die maßgebenden mechanischen Einwirkungen im Brandfall ohne genaueren Nachweis mit dem Reduktionsfaktor  $\eta_{fi} = 0,7$  berechnet werden dürfen. Damit gilt für die Bemessung der Einwirkungen im Brandfall

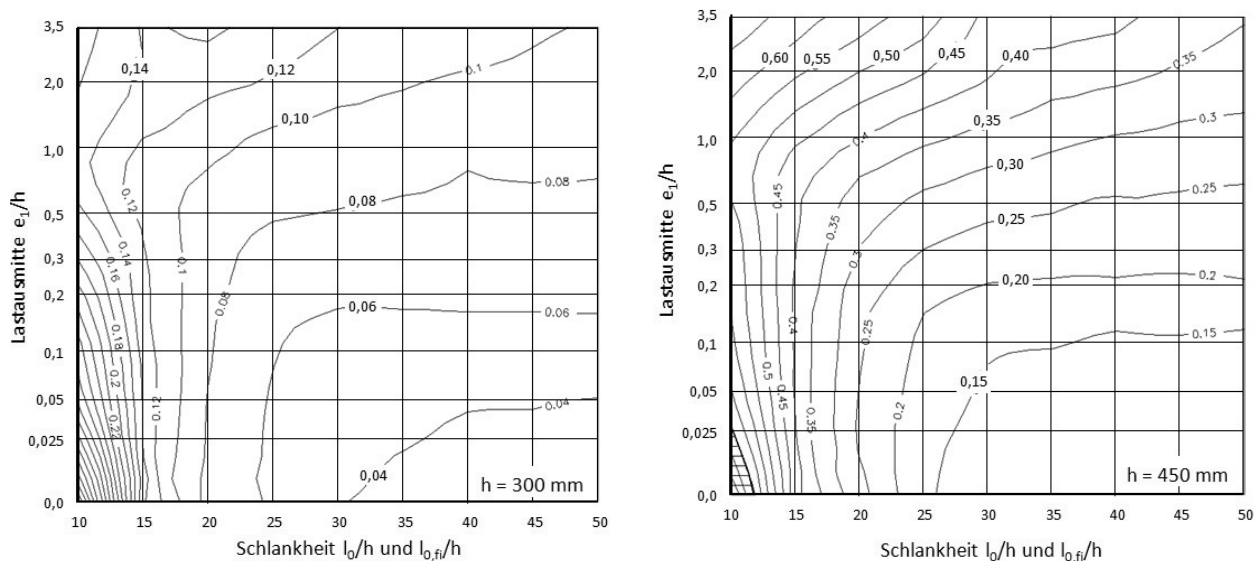
$$|N_{E,fi,d}| = 0,7 \cdot |N_{Ed}| \leq |N_{R,fi,d}|$$

Mit  $\eta_{fi} = 0,7$ ,  $N_{Ed} = N_{Rd}$  und  $N_{E,fi,d} = N_{R,fi,d}$  wird das Verhältnis zwischen den Bemessungswerten der Traglast im Brandfall und bei Normaltemperatur

$$\mu_{fi} = \frac{N_{R,fi,d,90}}{N_{Rd}} = 0,7$$

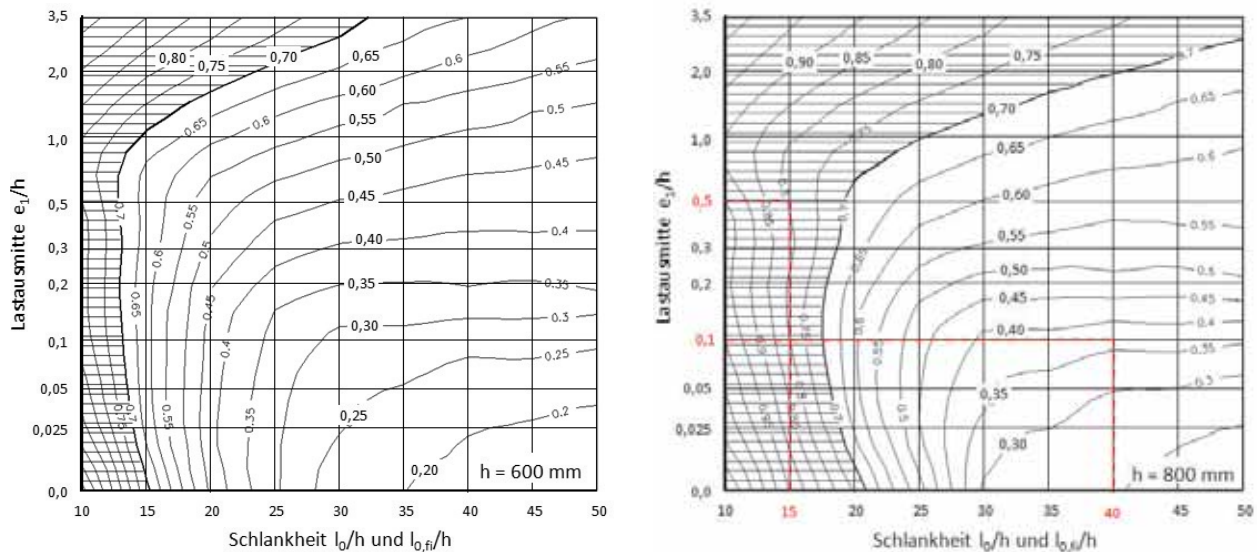
Für  $\mu_{fi} \geq 0,7$  ist die Bemessung bei Normaltemperatur ausreichend, der zusätzliche Nachweis der Stahlbeton-Kragstütze für den Brandfall kann entfallen. Für  $\mu_{fi} < 0,7$  muss die Tragfähigkeit der Stahlbeton-Kragstütze für den Brandfall mit dem vereinfachten Verfahren gemäß DIN EN 1992-1-2/NA nachgewiesen werden.

In den Bildern 6.18 und 6.19 sind für die Standard-Rechteckquerschnitte jeweils der Bemessungswert der Stützentragslast im Brandfall  $N_{R,fi,d,90}$  bezogen auf den Wert der Stützentragslast  $N_{Rd}$  in Abhängigkeit der bezogenen Lastausmitte  $e_1 / h$  und der bezogenen Ersatzlänge im Brandfall  $l_{0,fi} / h$  aufgetragen.



**Bild 6.18:** Bemessungswert der Stützentragslast  $N_{R,fi,d,90}$  bezogen auf den Bemessungswert der Stützentragslast  $N_{Rd}$  für den Standard-Rechteckquerschnitt  $h = 300 \text{ mm}$  (links) und  $h = 450 \text{ mm}$  (rechts)





**Bild 6.19:** Bemessungswert der Stützentraglast  $N_{R,fi,d,90}$  bezogen auf den Bemessungswert der Stützentraglast  $N_{Rd}$  für den Standard-Rechteckquerschnitt  $h = 600$  mm (links) und  $h = 800$  mm (rechts). Im rechten Bild ist das Anwendungsbeispiel 6.9.4 eingetragen.

Für den Querschnitt mit  $h = 300$  mm liegen die Verhältniswerte  $\mu_{fi} = N_{R,fi,d,90} / N_{Rd}$  zwischen 0,04 und 0,14. Damit muss für Stahlbeton-Kragstützen mit diesem Querschnitt die Einstufung in die Feuerwiderstandsklasse R 90 nachgewiesen werden.

Für die Querschnitte  $h = 450$  mm,  $h = 600$  mm und  $h = 800$  mm ist der Bereich mit Ausnutzungsfaktoren  $\mu_{fi} \geq 0,7$  durch Schraffur markiert. In diesen Bereichen ist die Stützenbemessung für Normaltemperatur maßgebend.

Die Anwendungsgrenzen für das vereinfachte Nachweisverfahren von Stahlbeton-Kragstützen aus DIN EN 1992-1-2/NA gelten auch für die Bilder 6.18 und 6.19. Vor Durchführung des „Schnell“-Nachweises muss die Einhaltung der Anwendungsgrenzen geprüft werden.

### 6.8.3.2 Stahlbeton-Kragstützen mit Kreisprofil

Das in DIN EN 1992-1-2/NA, Anhang AA aufgenommene vereinfachte Verfahren zum Nachweis der Feuerwiderstandsklasse R 90 von Stahlbeton-Kragstützen aus Normalbeton enthält Diagramme für Stahlbeton-Kragstützen mit den Standard-Rechteckquerschnitten  $h = 300$  mm,  $h = 450$  mm,  $h = 600$  mm und  $h = 800$  mm, mit deren Hilfe der Bemessungswert der Stützentraglast  $N_{R,fi,d,90}$  und des Gesamtmoments am Stützenfuß  $M_{tot,fi,d,90}$  in Abhängigkeit der bezogenen Lastausmitte  $e_1 / h$  und der bezogenen Ersatzlänge  $l_{0,fi} / h$  direkt abgelesen werden kann. Die Diagramme gelten für 4-seitig brandbeanspruchte Stahlbeton-

Kragstützen mit den Standard-Rechteckquerschnitten, dem bezogenen Achsabstand der Längsbewehrung  $a / h = 0,10$ , der Betonfestigkeitsklasse C30/37 und dem geometrischen Bewehrungsgrad  $\rho = 0,02$ . Für abweichende Brandbeanspruchung und Stützenparameter, die im Anwendungsbereich des vereinfachten Verfahrens liegen, müssen die Bemessungswerte der bezogenen Stützentraglast  $\nu_{R,fi,d,90}$  und des bezogenen Gesamtmoments am Stützenfuß  $\mu_{tot,fi,d,90}$  nach den Gleichungen (6.9) und (6.10) modifiziert werden.

$$\nu_{R,fi,d,90} = k_{fi} \cdot k_a \cdot k_C \cdot k_p \cdot X_{R90} \quad (6.9)$$

$$\mu_{R,fi,d,90} = k_{fi} \cdot k_a \cdot k_C \cdot k_p \cdot X_{tot,90} \quad (6.10)$$

Dabei ist:

$k_{fi}$	ein Beiwert zur Berücksichtigung der Brandbeanspruchung
$k_a$	ein Beiwert zur Berücksichtigung des Achsabstandes
$k_C$	ein Beiwert zur Berücksichtigung der Betonfestigkeitsklasse
$k_p$	ein Beiwert zur Berücksichtigung des Bewehrungsgrades
$X_{R90}$	$\nu_{R,fi,d,90}$ aus dem Standard-Diagramm
$X_{tot,90}$	$\mu_{tot,fi,d,90}$ aus dem Standard-Diagramm

Einzelheiten zur Entwicklung der Beiwerte können in Hosser/Richter (2013) nachgelesen werden. Nach dem in Hosser/Richter (2013) beschriebenen Vorgehen wurde der Beiwert  $k_{qu}$  zur Erfassung

kreisförmiger Stützenquerschnitte entwickelt. Danach kann das Verhältnis der Stützentraglast  $k_{qu} = N_{R,fi,d,90}(\text{Kreis}) / N_{R,fi,d,90}(\text{Rechteck})$  in Abhängigkeit zur bezogenen Lastausmitte  $e_1 / h$  näherungsweise als lineare Funktion gemäß Gleichung (6.11) beschrieben werden ( $h$  in mm):

$$k_{qu} = 0,875 - \frac{0,6 \cdot h}{1000} + k_1 \quad (6.11)$$

Dabei ist:

$$k_1 = k_2 \cdot \max \left\{ \begin{array}{l} 3 - h/150 \\ 0 \end{array} \right.$$

$$k_2 = 0,5 \cdot \min \left\{ \begin{array}{l} e_1/h \\ 1 \end{array} \right.$$

#### 6.8.4 Balken und Platten

##### 6.8.4.1 Vergrößerter Achsabstand bei Balken mit I-Querschnitt

In DIN EN 1992-1-2, 5.6.1 (5) wird für Balken mit I-Querschnitt als Mindestabmessung für die Höhe des unteren Gurtes der Wert  $d_{eff} \geq b_{min}$  gefordert ( $d_{eff}$ , siehe Legende Bild 6.20). Dabei ist  $b_{min}$  der Mindestwert für die Balkenbreite von statisch bestimmt gelagerten Balken aus Stahlbeton und Spannbeton (DIN EN 1992-1-2, Tabelle 5.5).

Sofern die vorhandene Breite des unteren Gurtes  $b > 1,4 \cdot b_w$  (mit Stegbreite  $b_w$ , siehe Legende in Bild 6.20) und  $b \cdot d_{eff} < 2 \cdot b_{min}^2$  beträgt, ist der Achsabstand der Bewehrung nach Gleichung (6.12) auf  $a_{eff}$  zu vergrößern.

$$a_{eff} = a \cdot \left( 1,85 - \frac{d_{eff}}{b_{min}} \cdot \sqrt{\frac{b_w}{b}} \right) \geq a \quad (6.12)$$

In Bild 6.20 ist Gleichung (6.12) für den vergrößerten Achsabstand  $a_{eff} / a > 1,0$  für Gurtbreiten  $b > 1,4 \cdot b_w$  ausgewertet (*Fingerloos (2013)*).

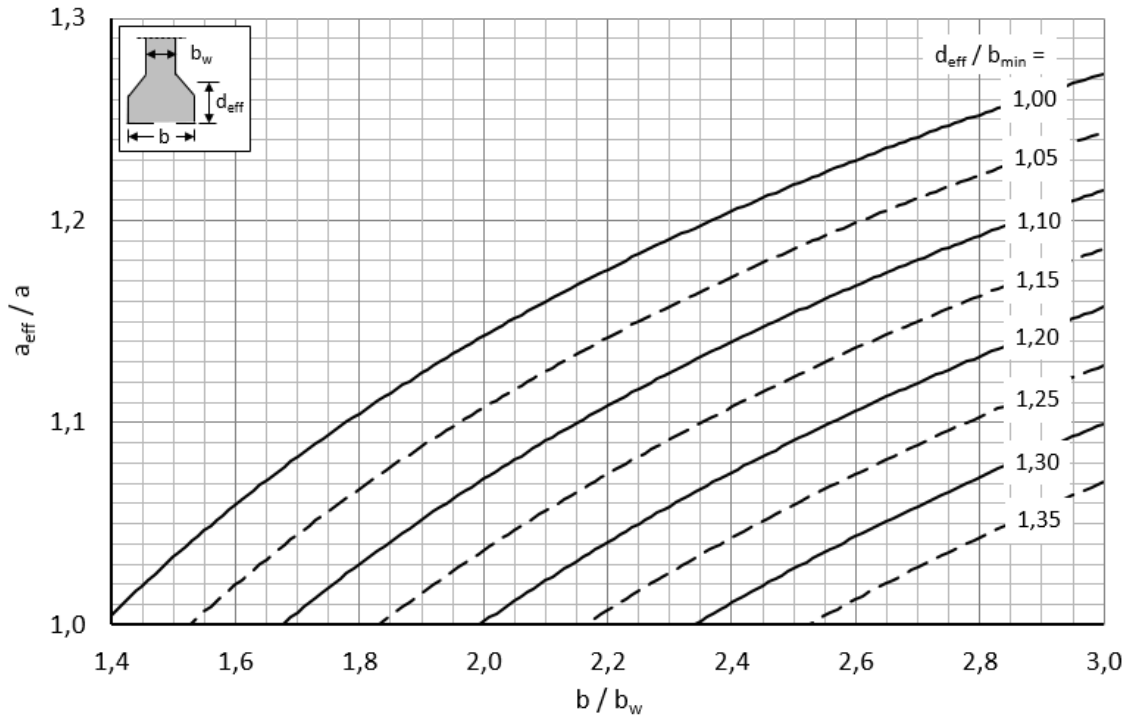
##### 6.8.4.2 Vergrößerung der tabellierten Mindestquerschnittsabmessung bei Bauteilen bis C80/95

Die Mindestquerschnittsabmessungen und Achsabstände aus den Bemessungstabellen für Normalbeton dürfen nach DIN EN 1992-1-2, 6.4.3, und DIN EN 1992-1-2/NA sowie DIN 4102-4 auch für Bauteile aus hochfestem Beton C55/67 bis C80/95 angewendet werden, wenn die tabellierte Mindestquerschnittsabmessung um  $\Delta h$  bzw.  $\Delta b$  vergrößert wird:

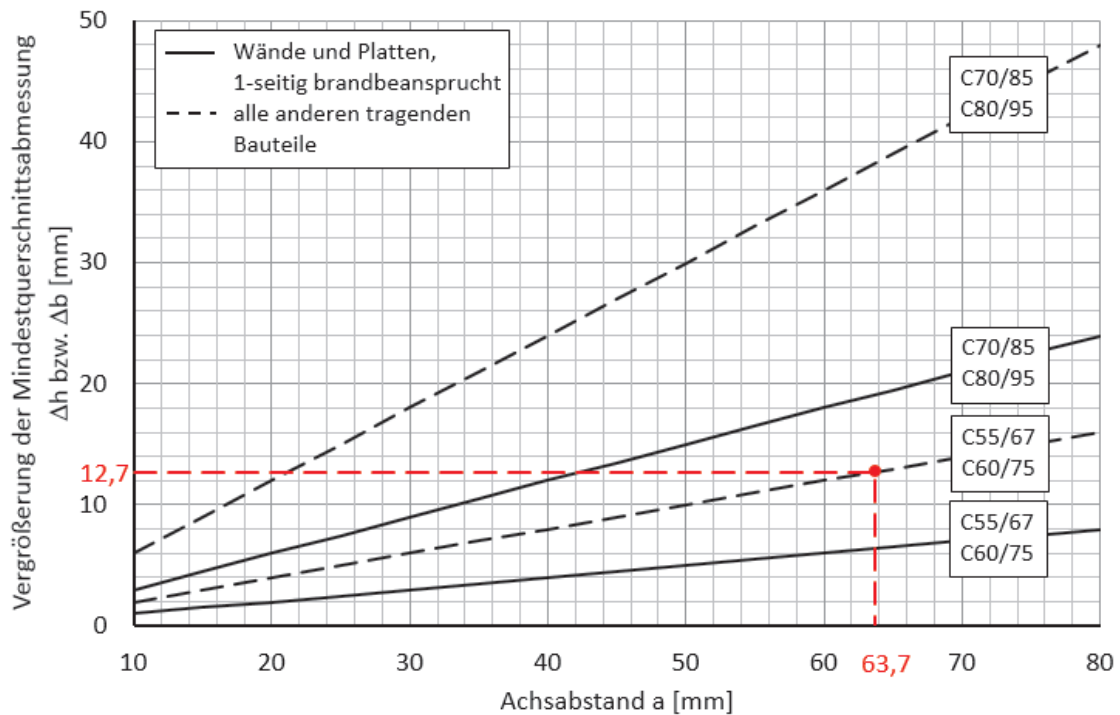
- $\Delta h = (k - 1) \cdot a$  für einseitig brandbeanspruchte Wände und Platten
- $\Delta h = 2 \cdot (k - 1) \cdot a$  für alle anderen tragenden Bauteile
- und der tabellierte Achsabstand  $a$  mit  $k$  multipliziert wird.

Der Faktor  $k$  beträgt  $k = 1,1$  für C55/67 und C60/75 sowie  $k = 1,3$  für C70/85 und C80/95.

In Bild 6.21 wird die Vergrößerung der tabellierten Mindestquerschnittsabmessung bei Bauteilen bis C80/95 dargestellt (*Fingerloos (2013)*).



**Bild 6.20:** Vergrößerter Achsabstand  $a_{\text{eff}}$  bei I-Querschnitten mit  $b > 1,4 \cdot b_w$  (aus Fingerloos (2013))



**Bild 6.21:** Vergrößerung der tabellierten Mindestquerschnittsabmessung bei Bauteilen bis C80/95 (aus Fingerloos (2013)) mit Anwendungsbeispiel 6.9.1 Spannbetonbinder

### 6.8.4.3 Verkleinerter Hebelarm der inneren Kräfte bei brandbeanspruchter Betondruckzone von Balken und Platten

Mit dem vereinfachten Rechenverfahren für durchlaufende Balken und Platten in DIN EN 1992-1-2, Anhang E.3 kann das Bemessungsmoment des Widerstandes an den Zwischenauflägern für den Brandfall  $M_{R,fi,d}$  nach Gleichung (6.13) berechnet werden.

$$M_{R,fi,d} = \left( \frac{\gamma_S}{\gamma_{S,fi}} \right) \cdot M_{Ed} \cdot \left( \frac{A_{s,vorh.}}{A_{s,erf.}} \right) \cdot \frac{(d - a)}{d} \quad (6.13)$$

Dabei ist:

$\gamma_S / \gamma_{S,fi}$  das Verhältnis der Teilsicherheitsbeiwerte für Betonstahl nach DIN EN 1992-1-1 und im Brandfall

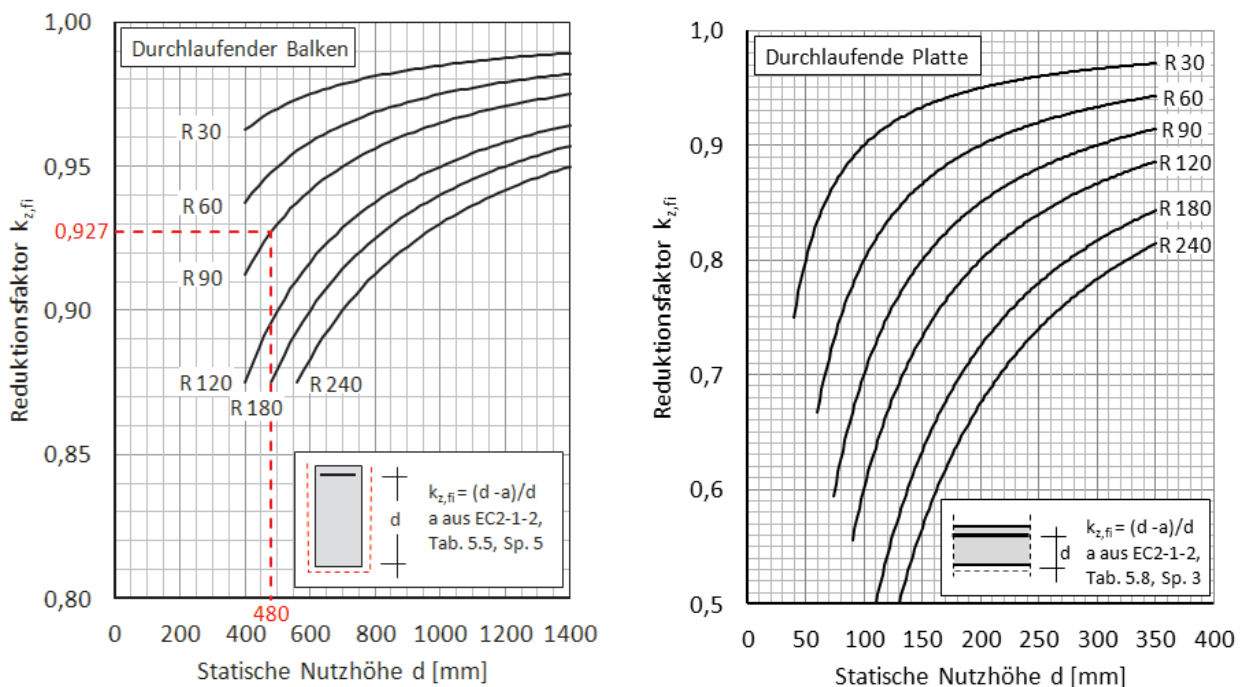
$M_{Ed}$  das Bemessungsmoment bei Normaltemperatur nach DIN EN 1992-1-1

$A_{s,vorh.} / A_{s,erf.}$  das Verhältnis der vorhandenen Fläche und der erforderlichen Fläche der Zugbewehrung

$d$  die statische Nutzhöhe für den Grenzzustand der Tragfähigkeit nach DIN EN 1992-1-1

$a$  der erforderliche Achsabstand aus DIN EN 1992-1-2, Tabelle 5.5, Spalte 5 für Balken und Tabelle 5.8, Spalte 3 für Platten

Durch den Reduktionsfaktor  $k_{z,fi} = (d - a) / d$  wird der gegenüber der Bemessung für Normaltemperatur reduzierte Hebelarm der inneren Kräfte für die Querschnitte über den Zwischenauflägern näherungsweise berücksichtigt. Im Bereich der Zwischenaufläger wird die Betondruckzone brandbeansprucht, wodurch die Resultierende der Betondruckspannungen um bis zu 20 % gegenüber der Lage bei der Bemessung für Normaltemperatur nach innen wandern kann (*Hosser/Richter (2013)*). Bild 6.22 zeigt den Reduktionsfaktor  $k_{z,fi}$  für Querschnitte von durchlaufenden Balken und Platten.



**Bild 6.22:** Reduktionsfaktor für den Hebelarm der inneren Kräfte  $k_{z,fi}$  bei brandbeanspruchter Betondruckzone von Balken (links) und Platten (rechts). Mit Anwendungsbeispiel 6.9.2 Fertigteilbalken

## 6.9 Anwendungsbeispiele

### 6.9.1 Spannbetonbinder

#### 6.9.1.1 Baustoffe

Beton: C60/75

Betonstabstahl: B500B (hochduktil)

Spannstahl: St 1570/1770,  
kalt gezogene Litzen Ø 12,5 mm  
Zugfestigkeit:  $f_{pk} = 1770 \text{ N/mm}^2$   
Streckgrenze:  $f_{p0,1k} = 1500 \text{ N/mm}^2$   
Vorspannung mit sofortigem Verbund

#### 6.9.1.2 System, Bauteilmaße, Achsabstand

Für den statisch bestimmt gelagerten Spannbetonbinder gelten die Vorgaben aus Bild 6.23, vereinfachend ist nur die für die Brandschutzbemessung maßgebende Betonstabstahl- und Spannstahlbewehrung dargestellt.

Lasten (Einwirkungen):

- ständige Einwirkungen  $g_k = 13,0 \text{ kN/m}$
- veränderliche Einwirkungen (Schnee)  
 $q_k = 4,5 \text{ kN/m}$

Bemessungswert der Einwirkungen:

$$E_d = 1,35 \cdot 13,0 + 1,5 \cdot 4,5 = 24,3 \text{ kN/m}$$

$$E_{fi,d} = 1,0 \cdot 13,0 + 0 \cdot 4,5 = 13,0 \text{ kN/m}$$

mit  $\gamma_{GA} = 1,0$  und  $\psi_{2,1} = 0$ .

Der Brandschutznachweis wird für den Querschnitt in Feldmitte zum Zeitpunkt  $t = \infty$  geführt.

Feldmoment bei Normaltemperatur:

$$M_{Ed} = \frac{24,3 \cdot 18^2}{8} = 984,2 \text{ kNm}$$

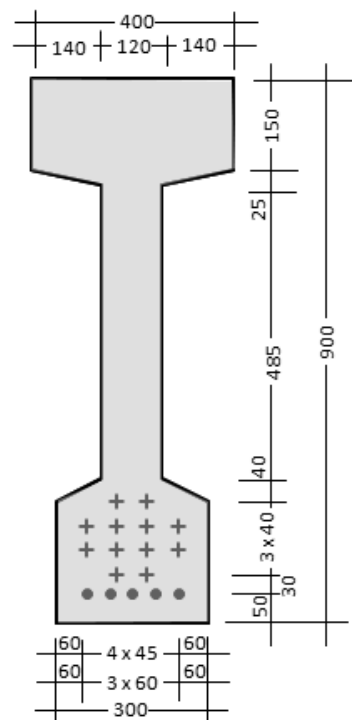
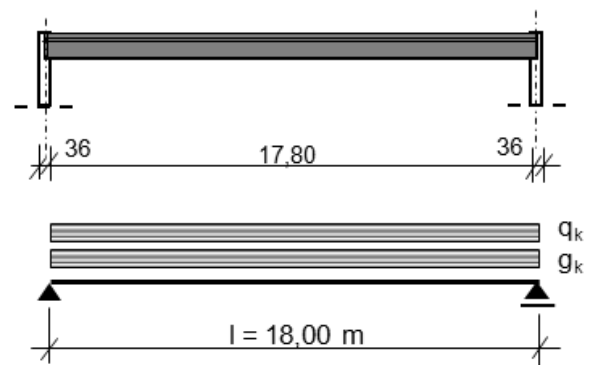
Feldmoment im Brandfall:

$$M_{E,fi,d} = \frac{13,0 \cdot 18^2}{8} = 526,5 \text{ kNm}$$

Durch die Bemessung in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit und den Nachweisen in den Grenzzuständen der Gebrauchstauglichkeit wurde der erforderliche Betonstabstahl- und Spannstahlquerschnitt ermittelt. Die Bemessungsergebnisse sind in Tabelle 6.2 zusammengestellt.

**Tabelle 6.2:** Bemessungsergebnisse für den Spannbetonbinder

	Bewehrungsquerschnitt		Vorspannung	
	[mm]	[mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_{pd,\infty}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$P_{d,\infty}$ [kN/Litze]
Betonstabstahl	5 Ø 14	5 x 154	--	--
Spannstahl	12 Ø 12,5	12 x 93	1013	94,2



**Bild 6.23:** Statisches System, Belastung und Querschnitt des Spannbetonbinders (● Betonstabstahl, + Spannstahl); dargestellt ist nur die Hauptbiegezugbewehrung



### 6.9.1.3 Brandschutznachweis nach Bemessungstabelle

Der Spannbetonbinder soll in die Feuerwiderstandsklasse R 90 eingestuft werden.

Für den hochfesten Beton C60/75 wurde durch Versuche an Versuchskörpern mit bauteiltypischen Abmessungen und realistischem Spannungszustand nachgewiesen, dass unter Brandbeanspruchung keine zerstörenden Betonabplatzungen auftreten (DIN EN 1992-1-2, 6.2, Methode B). Besonders gefährdet sind Bereiche mit Querschnittsabmessungen  $b < 150$  mm und Bereiche, in denen im Gebrauchszustand Druckspannungen herrschen, die im Brandfall durch Eigen- und Zwangsspannungen vergrößert werden. Im Anwendungsbeispiel betrifft das den Steg des Spannbetonbinders mit  $b_w = 120$  mm und die überdrückte Zugzone im Auflagerbereich.

Für den tabellarischen Brandschutznachweis von statisch bestimmt gelagerten Balken aus Stahlbeton und Spannbeton enthält DIN EN 1992-1-2, Tabelle 5.5 Mindestmaße für die Balkenbreite, Stegdicke und Achsabstände, die zum Erreichen der vorgesehenen Feuerwiderstandsdauer R 90 erforderlich sind. Die Werte von DIN EN 1992-1-2, Tabelle 5.5 gelten auch

- für Bauteile aus hochfestem Beton, wenn die im Abschnitt 5 von DIN EN 1992-1-2 ermittelten Mindest-Querschnittsabmessungen und -Achsabstände vergrößert werden (siehe Abschnitt 6.8.4.2) und
- für Bauteile mit Spannstahl-Bewehrung, wenn die tabellierten Achsabstände für die kritische Temperatur des Spannstahls  $\theta_{cr}$  um  $\Delta a = 0,1 \cdot (500 - \theta_{cr})$  und die Mindestbreite der Zugzone des Balkens für  $\theta_{cr}$  unter  $400^\circ\text{C}$  um  $\Delta b = 0,8 \cdot (400 - \theta_{cr})$  vergrößert werden.

Für kaltgezogenen Spannstahl St 1570/1770 mit  $\theta_{cr} = 350^\circ\text{C}$  (DIN EN 1992-1-2, 5.2 (5)) wird:

$$\Delta a = 0,1 \cdot (500 - 350) = 15 \text{ mm und}$$

$$\Delta b = 0,8 \cdot (400 - 350) = 40 \text{ mm.}$$

Für den vorliegenden Balken mit I-Querschnitt darf die wirksame Höhe  $d_{\text{eff}}$  des unteren Flansches nicht

kleiner angenommen werden als (siehe Bild 6.23:  $d_1 = 50 + 30 + 3 \cdot 40 = 200$  mm,  $d_2 = 40$  mm):

$$d_{\text{eff}} = d_1 + 0,5 \cdot d_2 = 200 + 0,5 \cdot 40 = 220 \text{ mm}$$

$$\geq b_{\text{min}} \quad (\text{DIN EN 1992-1-2, 5.6.1 (5)})$$

Außerdem muss geprüft werden, ob der Achsabstand der Bewehrung nach Gleichung (6.12) auf  $a_{\text{eff}}$  vergrößert werden muss (siehe Abschnitt 6.8.4.1).

- Vergrößerter Achsabstand bei I-Querschnitten:

$$b = 300 \text{ mm} > 1,4 \cdot b_w = 1,4 \cdot 120$$

$$= 168 \text{ mm} \quad \textcircled{1}$$

$$b \cdot d_{\text{eff}} = 300 \cdot 220 = 66000 \text{ mm}^2 < 2 \cdot b_{\text{min}}^2$$

$$b_{\text{min}} > \left( \frac{66000}{2} \right)^{\frac{1}{2}} = 181,7 \text{ mm} \quad \textcircled{2}$$

Sind die Bedingungen  $\textcircled{1}$  und  $\textcircled{2}$  eingehalten, muss der Achsabstand nach Gleichung (6.12) vergrößert werden. Zunächst wird geprüft, ob der Nachweis ohne Vergrößerung des Achsabstandes gelingt.

gewählt:  $b_{\text{min}} = 181,7 \text{ mm} < 220 \text{ mm}$

$$a_{\text{Tabelle}} = 55 + (45 - 55) \cdot \frac{(181,7 - 150)}{(200 - 150)}$$

$$= 48,7 \text{ mm}$$

$$a_{\text{Abschnitt 5}} = a_{\text{Tabelle}} + \Delta a = 48,7 + 15$$

$$= 63,7 \text{ mm}$$

$$b_{\text{Abschnitt 5}} = b_{\text{min}} + \Delta b = 181,7 + 40$$

$$= 221,7 \text{ mm}$$

- Vergrößerung der im Abschnitt 5 von DIN EN 1992-1-2 ermittelten Mindestmaße und Mindestachsabstände bei Bauteilen bis C80/95:

Faktor  $k$  für Beton C60/75:  $k = 1,1$   
(DIN EN 1992-1-2, 7.2)

Tabelle 6.3 enthält die Mindestmaße und -achsabstände für statisch bestimmt gelagerte Balken für die Feuerwiderstandsklasse R 30 bis R 120 (Auszug aus DIN EN 1992-1-2, Tabelle 5.5).

**Tabelle 6.3:** Mindestmaße und Mindestachsabstände für statisch bestimmt gelagerte Balken  
(Auszug aus DIN EN 1992-1-2)

Feuerwiderstands- standsklasse	Mindestmaße (mm)						
	Mögliche Kombinationen von $a$ und $b_{\min}$ dabei ist $a$ der mittlere Achsabstand und $b_{\min}$ die Mindestbalkenbreite				Stegdicke $b_w$		
					Klasse WA	Klasse WB	Klasse WC
1	2	3	4	5	6	7	8
R 30	$b_{\min} = 80$ $a = 25$	120 20	160 15*	200 15*	80	80	80
R 60	$b_{\min} = 120$ $a = 40$	160 35	200 30	300 25	100	80	100
R 90	$b_{\min} = 150$ $a = 55$	200 45	300 40	400 35	110	100	100
R 120	$b_{\min} = 200$ $a = 65$	240 60	300 55	500 50	130	120	120

- Querschnittsabmessungen:

Mindestmaß der Stegdicke:

$$\text{erf } b_w = 100 + 2 \cdot (k - 1) \cdot a_{\text{Abschnitt 5}}$$

Mindestmaß der Balkenbreite:

$$\text{erf } b = b_{\text{Abschnitt 5}} + 2 \cdot (k - 1) \cdot a_{\text{Abschnitt 5}}$$

Für  $a_{\text{Abschnitt 5}} = 63,7 \text{ mm}$  aus Bild 6.21 abgelesen:

$$\Delta b = 12,7 \text{ mm}$$

Balkenbreite:

$$\text{erf } b = 221,7 + 12,7 = 234,4 \text{ mm} \\ < \text{vorh } b = 300 \text{ mm}$$

Stegdicke:

$$\text{erf } b_w = 100 + 12,7 = 112,7 \text{ mm} \\ < \text{vorh } b_w = 120 \text{ mm}$$

- Achsabstände:

Sofern Betonstahl und Spannstahl gleichzeitig verwendet werden, sollte der Achsabstand für den Betonstahl und für den Spannstahl getrennt ermittelt werden (DIN EN 1992-1-2, 5.2 (16)).

Spannstahl:

Mittlerer Achsabstand:

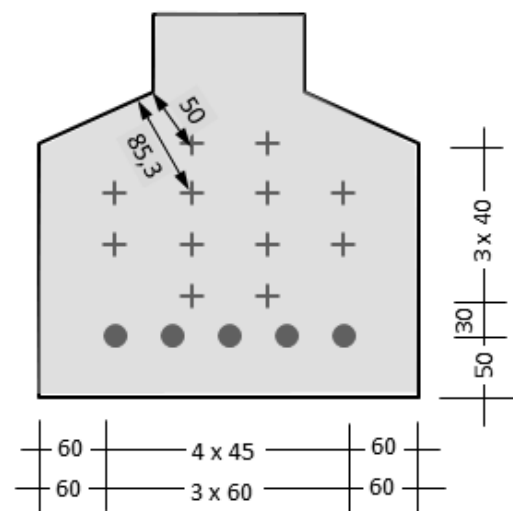
$$a_m = 2 \cdot \frac{(2 \cdot 60 + 50 + 85,3 + 120 + 80)}{12} \\ = 75,9 \text{ mm}$$

$$\text{erf } a = a_{\text{Abschnitt 5}} \cdot k = 63,7 \cdot 1,1 = 70,1 \text{ mm}$$

$$< \text{vorh } a = a_m = 75,9 \text{ mm}$$

Bei mehrlagiger Bewehrung darf der Achsabstand jedes einzelnen Spannstahls nicht kleiner sein als der halbe mittlere Achsabstand (DIN EN 1992-1-2, 5.2 (17)):

$$\min a_i = 50 \text{ mm} > 0,5 \cdot a_m = 0,5 \cdot 75,9 \\ = 38 \text{ mm}$$



**Bild 6.24:** Maße zur Ermittlung des mittleren Achsabstandes  $a_m$  für den Spannstahl (+)

Betonstabstahl:

$$\text{erf } a = a_{\text{Abschnitt 5}} \cdot k = 48,7 \cdot 1,1 = 53,6 \text{ mm} \\ > \text{vorh } a = 50 \text{ mm}$$

Hinweis: Wegen  $\text{erf } a > \text{vorh } a$  wurde in einer Nebenrechnung nach DIN EN 1992-1-2, 5.2 (5) die Betonstahlspannung berechnet, dafür die kritische Temperatur bestimmt und dann der in der Tabelle angegebene Mindestachsabstand angepasst (ausführlich wird der Rechengang in Abschnitt 6.9.1.4 erläutert). Mit  $\sigma_{s,fi} = 232,6 \text{ N/mm}^2$  wird der Reduktionsfaktor  $k_s(\theta_{cr}) = 232,6 / 500 = 0,465$  und dafür die kritische Temperatur  $\theta_{cr} = 558^\circ\text{C}$  und  $\Delta a = 0,1 \cdot (500 - 558) = -5,8 \text{ mm}$ . Für den Betonstahl wird damit

$$\text{erf } a = (48,7 - 5,8) \cdot 1,1 = 47,2 \text{ mm} \\ < \text{vorh } a = 50 \text{ mm.}$$

Bei einlagiger Bewehrung darf der Achsabstand jedes einzelnen Stabes nicht kleiner sein als derjenige für R 30 (DIN EN 1992-1-2, 5.2 (17)).

$$a_{R 30} = 15 \text{ mm} < \text{vorh } a = 50 \text{ mm}$$

Der Spannbetonbinder kann ohne Zusatzmaßnahmen in die Feuerwiderstandsklasse R 90 eingestuft werden.

Anmerkung: Auf die Anwendung des erweiterten Brandschutznachweises gemäß DIN EN 1992-1-2, 5.2 (8) kann im vorliegenden Anwendungsbeispiel verzichtet werden, da die angestrebte Feuerwiderstandsklasse R 90 ohne diesen Nachweis erreicht wird. Der erweiterte Brandschutznachweis wird im Rahmen des Anwendungsbeispiels aus Anschauungsgründen vorgeführt.

#### 6.9.1.4 Erweiterter Brandschutznachweis mit Bestimmung der Spannstahlspannung für die Einwirkungen beim Brand

Beim erweiterten Brandschutznachweis gemäß DIN EN 1992-1-2, 5.2 (8) wird die Spannstahlspannung für die Einwirkungen beim Brand  $\sigma_{p,fi}$  berechnet, damit die kritische Temperatur  $\theta_{cr}$  bestimmt und dafür der tabellierte Mindestachsabstand angepasst.

Bestimmung der Spannstahlspannung  $\sigma_{p,fi}$  für die Einwirkungen beim Brand nach Gleichung (6.14)

$$\sigma_{p,fi} = \frac{E_{fi,d}}{E_d} \cdot \frac{\beta \cdot f_{pk}}{\gamma_s} \cdot \frac{A_{p,erf}}{A_{p,vorh}} \quad (6.14)$$

Dabei ist:

$E_{fi,d} / E_d$  das Verhältnis der Einwirkungen aus äußeren Lasten (ständige und veränderliche Lasten, Zwangsbeanspruchungen) im Brandfall und bei Normaltemperatur. Die Vorspannung wird im vorliegenden statisch bestimmt gelagerten System nur über die Vordehnung des Spannstahls auf der Widerstandsseite berücksichtigt.

$$M_{E,fi,d} / M_{Ed} = 526,5 / 984,2 \text{ (siehe Abschnitt 6.9.1.3)}$$

$A_{p,erf} / A_{p,vorh}$  das Verhältnis der erforderlichen Spannstahlfläche für den Grenzzustand der Tragfähigkeit nach DIN EN 1992-1-1 und der vorhandenen Spannstahlfläche, im Anwendungsbeispiel  $A_{p,erf} / A_{p,vorh} = 1,0$

$\gamma_s$  der Teilsicherheitsbeiwert für Spannstahl  $\gamma_s = 1,15$

$f_{pk}$  der charakteristische Wert der Zugfestigkeit des Spannstahls  $f_{pk} = 1770 \text{ N/mm}^2$

$\beta$   $= f_{p0,1k} / f_{pk}$ , wobei  $f_{p0,1k}$  der charakteristische Wert der 0,1%-Dehngrenze des Spannstahls (Streckgrenze) ist. Das Verhältnis  $f_{p0,1k} / f_{pk}$  ist der Zulassung des Spannstahls bzw. DIN EN 10138 zu entnehmen. Wenn keine genauere Wert bekannt ist, ist der empfohlene Wert  $\beta = 0,9$ . Im Anwendungsbeispiel sind  $f_{p0,1k} = 1500 \text{ N/mm}^2$  und  $\beta = 1500 / 1770 = 0,85$ .

$$k_p(\theta_{cr}) = \frac{\sigma_{p,fi}}{f_{pk}} = \frac{526,5}{984,2} \cdot \frac{0,85}{1,15} \cdot 1,0 = 0,40$$

Für den Reduktionsfaktor  $k_p(\theta_{cr}) = 0,40$  wird aus Bild 6.25 (DIN EN 1992-1-2, Bild 5.1) die kritische Temperatur für den Spannstahl  $\theta_{cr} = 417^\circ\text{C}$  abgelesen.

Mit  $350^\circ\text{C} < \theta_{cr} = 417^\circ\text{C} < 700^\circ\text{C}$  kann der in der Tabelle angegebene Mindestachsabstand an die neue kritische Temperatur angepasst werden (DIN EN 1992-1-2, Gleichung (5.3)). Die Nachweise für die erforderlichen Querschnittsabmessungen (Balkenbreite, Stegbreite) und Achsabstände der Betonstabstahl- und Spannstahlbewehrung werden für die neue kritische Temperatur  $\theta_{cr} = 417^\circ\text{C}$  wie in Abschnitt 6.9.1.3 geführt.

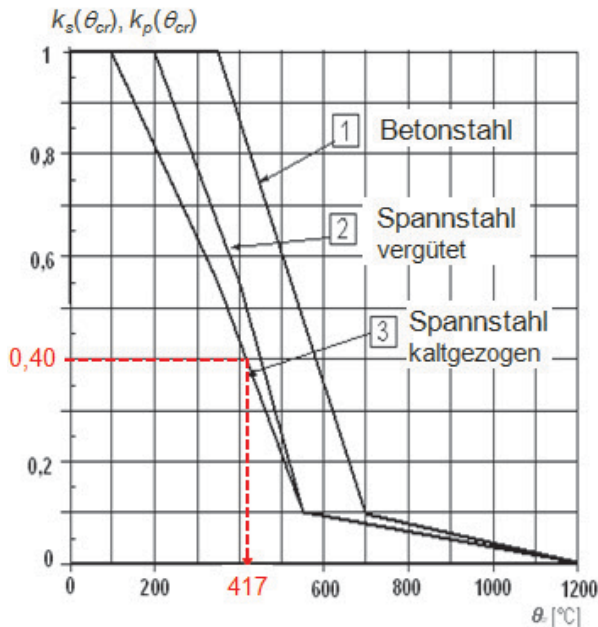
$$\Delta a = 0,1 \cdot (500 - 417) = 9 \text{ mm}$$



$$\Delta b = 0, \text{ da } \theta_{cr} = 417^\circ\text{C} > 400^\circ\text{C}$$

$$\text{erf } a = (48,7 + 9) \cdot 1,1 = 63,5 \text{ mm} \\ < \text{vorh } a = a_m = 75,9 \text{ mm}$$

$$\text{erf } b = 181,7 + 2 \cdot (1,1 - 1) \cdot (48,7 + 9) \\ = 193,2 \text{ mm} < \text{vorh } b = 300 \text{ mm}$$



**Bild 6.25:** Bemessungskurven für die kritische Temperatur von Betonstahl und Spannstahl  $\theta_{cr}$  (aus DIN EN 1992-1-2, Bild 5.1)

Der Spannbetonbinder kann ohne Zusatzmaßnahmen in die Feuerwiderstandsklasse R 90 eingestuft werden.

### 6.9.1.5 Brandschutznachweis mit dem allgemeinen Rechenverfahren

In einer Nebenberechnung wurde das Tragverhalten des Spannbetonbinders mit dem allgemeinen Rechenverfahren nach Abschnitt 6.2.6 (DIN EN 1992-1-2, 4.3) analysiert. Vereinfachend wurde dabei als Zugbewehrung nur der Spannstahl berücksichtigt.

Das Ergebnis der thermischen und mechanischen Analyse ist in Bild 6.26 zusammengefasst. Es zeigt über der mittleren Spannstahltemperatur die Verläufe

der mittleren Spannstahlspannung  $\sigma_{p,fi}$  und der temperaturabhängigen Spannstahlfestigkeit  $f_{p0,1k}$  (Streckgrenze) – jeweils bezogen auf die Spannstahlfestigkeit  $f_{p0,1k}$  bei Normaltemperatur. Der dunkel unterlegte Bereich gilt für Normaltemperatur. In ihm wird der Verlauf der Spannstahlspannung während der Belastung von  $M_{Ed} = 0$  bis zur Einwirkung  $M_{E,fi,d}$  gezeigt. Danach beginnt die Brandbeanspruchung. In der ersten Phase der Brandeinwirkung wächst die thermische Verkrümmung des Betonquerschnitts schneller an als die Festigkeit des Spannstahls abnimmt; die Folge ist ein Anwachsen der mittleren Spannstahlspannung. Das hält so lange an, bis die zunehmende Erwärmung innenliegender Betonbereiche zu einem Abbau der thermischen Verkrümmung des Betonquerschnitts führt und der gleichzeitige temperaturbedingte Elastizitäts- und Festigkeitsabbau im Spannstahl die Ausbildung eines Bereichs mit annähernd konstanter Spannstahlspannung bewirkt. Bei weiterer Erwärmung überwiegt der Einfluss der temperaturbedingten Reduktion der Spannstahlfestigkeit gegenüber dem der thermischen Verkrümmung des Betonquerschnitts und es kommt zu einer stetigen Spannungsverminderung im Spannstahl. Versagen tritt ein, wenn die Spannstahlfestigkeit auf den Wert der Spannstahlspannung abgefallen ist (Richter (1987)).

Der Spannbetonbinder versagt nach der Branddauer  $t = 135$  min bei der mittleren Spannstahltemperatur von  $\theta_p = 419^\circ\text{C}$  und der bezogenen Spannstahlspannung  $\sigma_{p,fi} / f_{p0,1k} = 0,42$  bzw.  $\sigma_{p,fi} / f_{pk} = 0,36$ .

Nach der Branddauer  $t = 90$  min ist die Tragfähigkeit des Spannbetonbinders zu ca.  $(0,66/0,77 \cdot 100 =) 86\%$  erschöpft. Diese Reserve bestätigt das Ergebnis des erweiterten Brandschutznachweises nach Abschnitt 6.9.1.4 mit  $\text{erf } a = 63,5 \text{ mm} < \text{vorh } a = 75,9 \text{ mm}$ .

Bei Annäherung an den Versagenszustand unter Brandeinwirkung, d. h. bei Spannstahltemperaturen  $\theta_p > 400^\circ\text{C}$ , wird der Hebelarm der inneren Kräfte etwas größer als der Hebelarm im Grenzzustand der Tragfähigkeit bei Normaltemperatur. Dadurch kann die Spannstahlspannung  $\sigma_{p,fi}$  in diesem Temperaturbereich geringfügig größer werden als die temperaturabhängige Spannstahlfestigkeit  $f_{p0,1k}(\theta)$ .

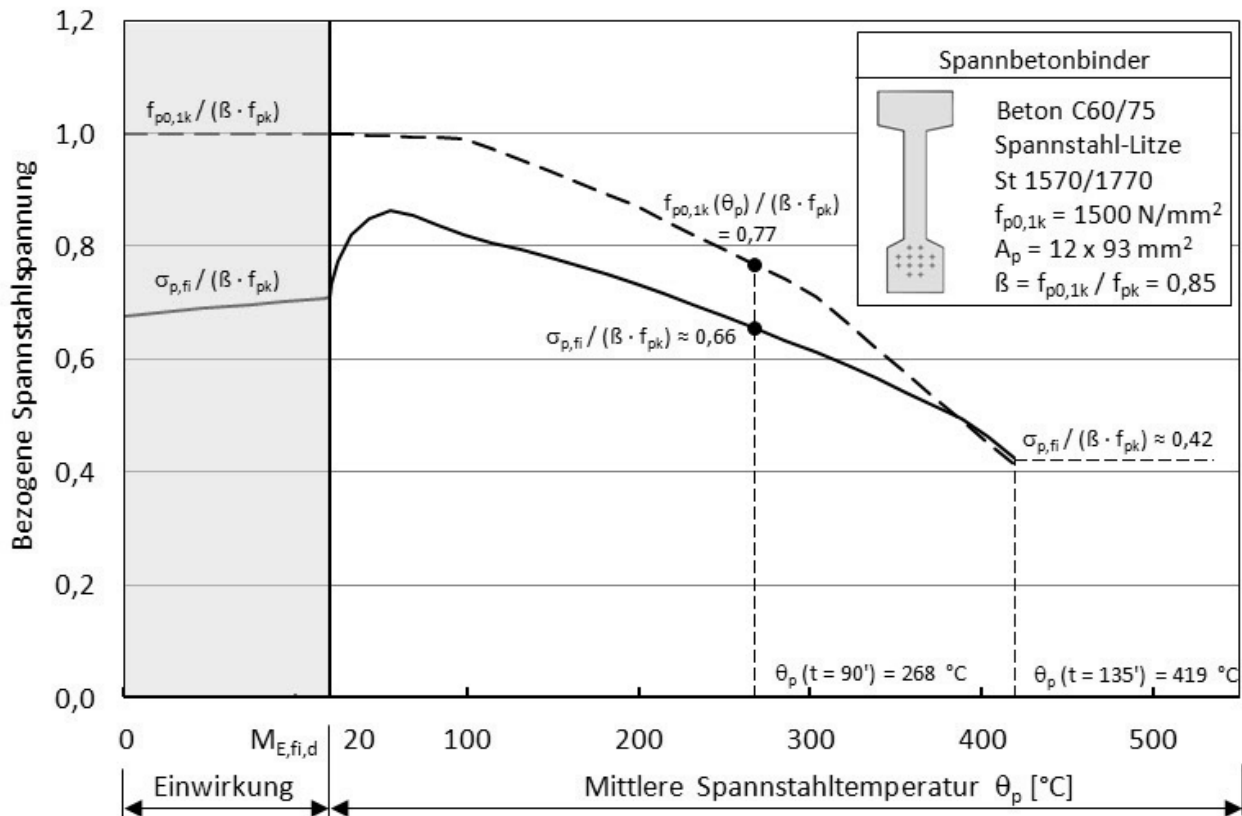


Bild 6.26: Spannung im Spannstahl bei Steigerung der Belastung bis zur Einwirkung  $M_{E,fi,d}$  und anschließender Brandeinwirkung

## 6.9.2 Einfeldbalken – Fertigteil

### 6.9.2.1 Allgemeines

In den vom Deutschen Beton- und Bautechnik-Verein herausgegebenen Beispielen zur Bemessung nach Eurocode 2 (DBV (2011)) wird für einen Fertigteil-Randbinder einer Lagerhalle die Bemessung bei Normaltemperatur und der Brandschutznachweis mit Tabelle für die Feuerwiderstandsklasse R 30 detailliert beschrieben. Im vorliegenden Anwendungsbeispiel werden die Ergebnisse der Bemessung bei Normaltemperatur übernommen, die Anforderungen an den Fertigteilbalken werden mit der Feuerwiderstandsklasse R 90 festgelegt. Dabei werden eine 3-seitige und eine 4-seitige Brandbeanspruchung untersucht.

Der Brandschutznachweis wird schwerpunktmäßig mit dem vereinfachten Rechenverfahren nach DIN EN 1992-1-2, Anhang E durchgeführt. Vergleichend werden die Ergebnisse mit dem erweiterten Brandschutznachweis mit Tabelle und mit dem allgemeinen Rechenverfahren mitgeteilt.

### 6.9.2.2 Baustoffe, System, Achsabstand, Querschnittsabmessungen und Einwirkung

Nach DBV (2011) und Bild 6.27 gelten für den Fertigteilbalken folgende Vorgaben:

Beton: C35/45

$$f_{cd} = 0,85 \cdot \frac{35}{1,5} = 19,8 \text{ N/mm}^2$$

Betonstabstahl: B500B (hochduktil)

$$f_{yd} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ N/mm}^2$$

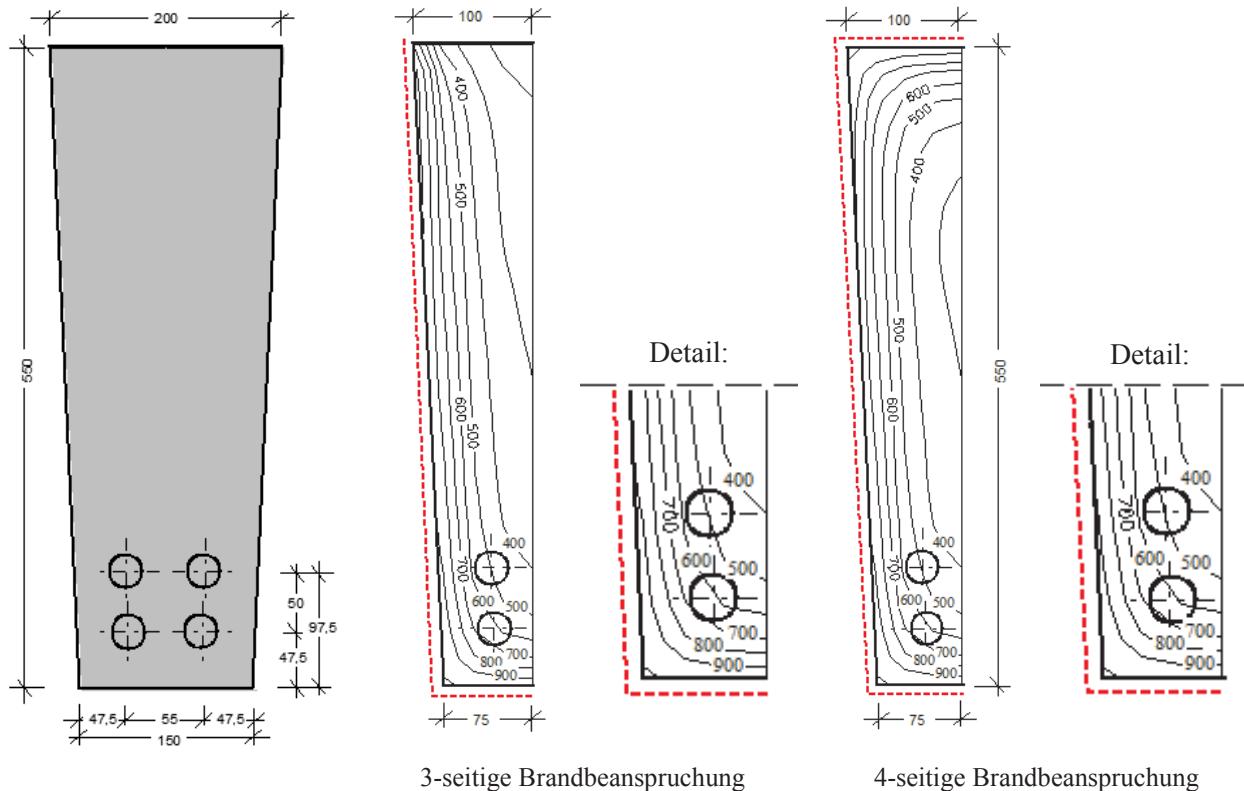
$$\text{vorh } A_s = 19,6 \text{ cm}^2 (4 \text{ } \varnothing 25 \text{ mm}) > \text{erf } A_s = 18,1 \text{ cm}^2$$

Achsabstand: obere Lage:  $a = 97,5 \text{ mm}$   
untere Lage:  $a = 47,5 \text{ mm}$   
seitlich (obere und untere Lage):  $a_{sd} = 47,5 \text{ mm}$

Einwirkung:

bei Normaltemperatur:  $M_{Ed} = 291,8 \text{ kNm}$

im Brandfall:  $M_{E,fi,d} = 167,6 \text{ kNm}$



**Bild 6.27:** Betonquerschnitt mit Lage der Biegebewehrung (links) und Temperaturprofile nach 90 Minuten Branddauer bei 3- und 4-seitiger Brandbeanspruchung (Mitte und rechts)

### 6.9.2.3 Brandschutznachweis mit dem vereinfachten Rechenverfahren DIN EN 1992-1-2, Anhang E

Im Abschnitt 6.2.5 werden die vereinfachten Rechenverfahren aus DIN EN 1992-1-2 beschrieben. Das vereinfachte Rechenverfahren im Anhang E ist besonders für statisch bestimmt gelagerte und durchlaufende Balken und Platten geeignet, bei denen die in den Tabellen angegebenen Mindestquerschnittsabmessungen eingehalten werden, der vorhandene Achsabstand der Feldbewehrung aber kleiner ist als der in den Tabellen verlangte Wert. Im vorliegenden Anwendungsbeispiel treffen diese Vorgaben zu (siehe Abschnitt 6.9.2.4). Die Voraussetzungen für die Anwendung des vereinfachten Rechenverfahrens – überwiegend gleichförmig verteilte Belastung und Bemessung für Normaltemperatur mit Hilfe linear-elastischer Berechnung – werden erfüllt.

#### 3-seitige Brandbeanspruchung:

Das Bemessungsmoment des Widerstandes im Brandfall  $M_{R,fi,d}$  ergibt sich für den statisch bestimmt gelagerten Fertigteilbalken bei 3-seitiger Brandbeanspruchung nach Gleichung (6.15) (DIN EN 1992-1-2, Gleichung (E.3)):

$$M_{R,fi,d} = \left( \frac{\gamma_s}{\gamma_{s,fi}} \right) \cdot k_s(\theta) \cdot M_{Ed} \cdot \left( \frac{A_{s,vorh}}{A_{s,erf}} \right) \quad (6.15)$$

Dabei ist:

$\gamma_s / \gamma_{s,fi}$  das Verhältnis der Teilsicherheitsbeiwerte für Betonstahl nach DIN EN 1992-1-1 und im Brandfall; im Anwendungsbeispiel:

$$\gamma_s / \gamma_{s,fi} = 1,15 / 1,0 = 1,15$$

$k_s(\theta)$  der Reduktionsfaktor der Stahlfestigkeit für die Temperatur  $\theta$  gemäß DIN EN 1992-1-2, Bild 4.2a mit Reduktionsfaktoren für die Zugbewehrung mit  $\varepsilon_{s,fi} \geq 2\%$  (Kurve 1) und  $\varepsilon_{s,fi} < 2\%$  (Kurve 3). Auf der sicheren Seite liegend wird hier Kurve 3 gewählt. Im Anwendungsbeispiel wird die Temperatur der Bewehrungsstäbe aus Bild 6.27 bestimmt

$$\theta_{1,2} \approx 480^\circ\text{C} \quad k_s(480^\circ\text{C}) = 0,60$$

$$\theta_{3,4} \approx 600^\circ\text{C} \quad k_s(600^\circ\text{C}) = 0,33$$

$A_{s,vorh} / A_{s,erf}$  das Verhältnis der vorhandenen Fläche und der erforderlichen Fläche der Zugbewehrung; im Anwendungsbeispiel:

$$A_{s,vorh} / A_{s,erf} = 19,6 / 18,1 = 1,08 < 1,3$$

$$M_{R,fi,d} = 1,15 \cdot \frac{(0,60 + 0,33)}{2} \cdot 291,8 \cdot 1,08$$

$$= 168,5 \text{ kNm} > M_{E,fi,d} = 167,6 \text{ kNm}$$

Der Fertigteilbalken kann bei 3-seitiger Brandbeanspruchung ohne Zusatzmaßnahmen in die Feuerwiderstandsklasse R 90 eingestuft werden.

#### 4-seitige Brandbeanspruchung:

Bei 4-seitiger Brandbeanspruchung ist der gegenüber der Bemessung für Normaltemperatur verkleinerte Hebelarm der inneren Kräfte zu berücksichtigen. Dafür kann näherungsweise der Reduktionsfaktor  $k_{z,fi}$  aus Abschnitt 6.8.4.3, Bild 6.22 herangezogen werden. Für die statische Nutzhöhe aus der Bemessung bei Normaltemperatur  $d = 480 \text{ mm}$  ergibt sich der Reduktionsfaktor aus Bild 6.22, links zu  $k_{z,fi} = 0,927$ .

Die Temperaturen in der Bewehrung sind bei 3-seitiger und 4-seitiger Brandbeanspruchung annähernd gleich (siehe Bild 6.27). Damit wird das Bemessungsmoment des Widerstandes im Brandfall bei 4-seitiger Brandbeanspruchung

$$M_{R,fi,d} = 168,5 \cdot 0,927 = 156,2 \text{ kNm}$$

$$< M_{E,fi,d} = 167,6 \text{ kNm}$$

Der Fertigteilbalken kann bei 4-seitiger Brandbeanspruchung ohne weiteren Nachweis **nicht** in die Feuerwiderstandsklasse R 90 eingestuft werden. Als weiterer Nachweis können die Reduktionsfaktoren für die Zugbewehrung aus (DIN EN 1992-1-2, Bild 4.2a) nach Kurve 1 mit  $\varepsilon_{s,fi} \geq 2 \%$  bestimmt werden. In diesem Fall muss die vorhandene Dehnung in der Zugbewehrung kontrolliert werden.

#### 6.9.2.4 Brandschutznachweis mit Tabelle

##### 3-seitige Brandbeanspruchung:

Für statisch bestimmt gelagerte Balken mit 3-seitiger Brandbeanspruchung sind die Mindestmaße und Mindestachsabstände für die Feuerwiderstandsdauern R 30 bis R 240 in DIN EN 1992-1-2, Tabelle 5.5 (hier: Tabelle 6.3), zusammengestellt.

##### • Querschnittsabmessung:

vorhandene Balkenbreite im Schwerpunkt der Bewehrung (DIN EN 1992-1-2, Bild 5.4 (b))

$$\text{vorh } b = 150 + \frac{(200 - 150)}{550} \cdot \frac{(47,5 + 97,5)}{2}$$

$$= 157 \text{ mm}$$

Mindestmaß der Balkenbreite:

$$b_{\min} = 157 \text{ mm} = \text{vorh } b$$

##### • Achsabstand:

vorhandener mittlerer Achsabstand aus Bild 6.27, gemäß DIN EN 1992-1-2, Gleichung (5.5):

$$a_m = \frac{4 \cdot 47,5}{4} = 47,5 \text{ mm}$$

Mindestachsabstand: Tabelle 6.3, Interpolation zwischen Spalte 2 und 3 für  $b = 157 \text{ mm}$

$$\text{erf } a = 55 - (55 - 45) \cdot \frac{(157 - 150)}{(200 - 150)}$$

$$= 53,6 \text{ mm} > a_m = 47,5 \text{ mm}$$

Der Fertigteilbalken kann bei 3-seitiger Brandbeanspruchung wegen  $\text{erf } a > a_m$  ohne weiteren Nachweis **nicht** in die Feuerwiderstandsklasse R 90 eingestuft werden.

Erweiterter Brandschutznachweis gemäß DIN EN 1992-1-2, 5.2 (8):

$$k_s(\theta) = \left( \frac{M_{E,fi,d}}{M_{Ed}} \right) \cdot \left( \frac{1}{\gamma_s} \right) \cdot \left( \frac{A_{s,erf}}{A_{s,vorh}} \right) \quad (6.16)$$

Dabei ist:

$k_s(\theta)$	der Reduktionsfaktor der Stahlfestigkeit
$M_{E,fi,d} / M_{Ed}$	nach Abschnitt 6.9.2.2, im Anwendungsbeispiel: $M_{E,fi,d} / M_{Ed} = 167,6 / 291,8 = 0,574$
$\gamma_s$	im Anwendungsbeispiel: $\gamma_s = 1,15$
$A_{s,erf} / A_{s,vorh}$	im Anwendungsbeispiel: $A_{s,erf} / A_{s,vorh} = 18,1 / 19,6 = 0,92$

$$k_s(\theta) = 0,574 \cdot \left( \frac{1}{1,15} \right) \cdot 0,92 = 0,46$$

Für den Reduktionsfaktor  $k_s(\theta) = 0,46$  wird aus Bild 6.25 (DIN EN 1992-1-2, Bild 5.1) die kritische Temperatur für die Bewehrung  $\theta_{cr} = 560 \text{ °C}$  abgelesen.

Mit  $350 \text{ °C} < \theta_{cr} = 560 \text{ °C} < 700 \text{ °C}$  kann der in der Tabelle angegebene Mindestachsabstand an die neue kritische Temperatur angepasst werden (DIN EN 1992-1-2, Gleichung (5.3)):

$$\Delta a = 0,1 \cdot (500 - 560) = -6 \text{ mm}$$

$$\text{erf } a = 53,6 - 6 = 47,6 \text{ mm}$$

$$\approx \text{vorh } a = a_m = 47,5 \text{ mm}$$

Bei mehrlagiger Bewehrung darf der Achsabstand jedes einzelnen Stabes nicht kleiner sein als der halbe mittlere Achsabstand (DIN EN 1992-1-2, 5.2 (17)):

$$a_{i=1...4} = 47,7 \text{ mm} > \frac{a_m}{2} = \frac{47,5}{2} \text{ mm}$$

Der Fertigteilbalken kann bei 3-seitiger Brandbeanspruchung ohne Zusatzmaßnahmen in die Feuerwiderstandsklasse R 90 eingestuft werden.

#### 4-seitige Brandbeanspruchung:

Bei 4-seitiger Brandbeanspruchung kann weiterhin Tabelle 6.3 angewendet werden, jedoch darf die Höhe des Balkens nicht kleiner sein als die für die betreffende Feuerwiderstandsdauer erforderliche Mindestbreite und die Querschnittsfläche des Balkens darf nicht kleiner sein als  $A_C = 2 \cdot b_{\min}^2$  (DIN EN 1992-1-2, 5.6.4 (1)).

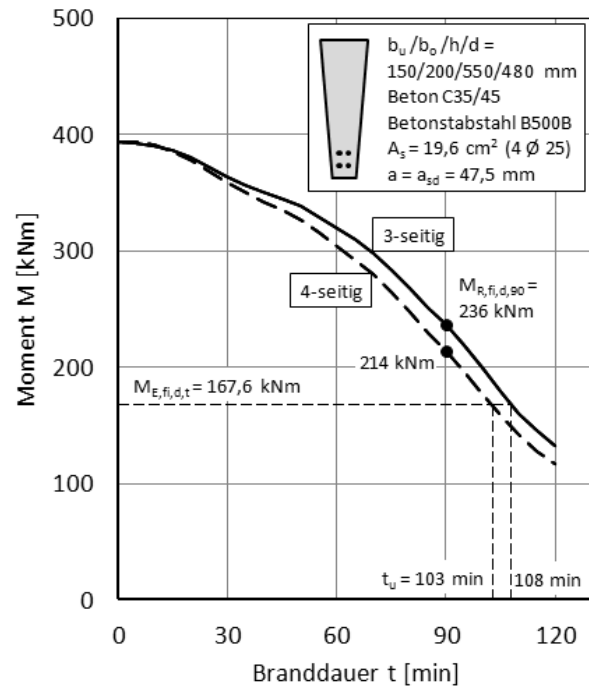
$$\text{vorh } h = 550 \text{ mm} > \text{vorh } b_{\min} = 157 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned} \text{vorh } A_C &= \frac{(150 + 200)}{2} \cdot 550 = 96250 \text{ mm}^2 \\ &> 2 \cdot 157^2 = 49298 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

Der Fertigteilbalken kann bei 4-seitiger Brandbeanspruchung ohne Zusatzmaßnahmen in die Feuerwiderstandsklasse R 90 eingestuft werden.

#### 6.9.2.5 Brandschutznachweis mit allgemeinem Rechenverfahren

Mit dem allgemeinen Rechenverfahren nach Abschnitt 6.2.6 (DIN EN 1992-1-2, 4.3) wurde das Tragverhalten des Fertigteilbalkens analysiert. Bild 6.28 zeigt, dass nach 90 Minuten Branddauer deutliche Tragreserven von annähernd 40 % bei 3-seitiger und annähernd 28 % bei 4-seitiger Brandbeanspruchung vorhanden sind. Versagen wird bei 3-seitiger Brandbeanspruchung nach  $t_u = 108 \text{ min}$  und bei 4-seitiger Brandbeanspruchung nach  $t_u = 103 \text{ min}$  berechnet.



**Bild 6.28:** Vergleich der Bemessungsmomente des Widerstandes  $M_{R,fi,d}$  und der Beanspruchung  $M_{E,fi,d}$  für den Fertigteilbalken mit 3-seitiger und 4-seitiger Brandbeanspruchung

### 6.9.3 Stahlbeton-Innenstütze

#### 6.9.3.1 Allgemeines

Im vorliegenden Anwendungsbeispiel wird eine Innenstütze mit Kreisquerschnitt untersucht. Dabei wird schwerpunktmäßig die Nachweisgleichung aus Abschnitt 6.8.2 (DIN EN 1992-1-2, Gleichung (5.7)) verwendet.

#### 6.9.3.2 Baustoffe, System, Achsabstand, Querschnittsabmessungen und Einwirkungen

Für die Stahlbeton-Innenstütze gelten folgende Vorgaben (Bild 6.29):

Beton: C20/25

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{20}{1,5} = \alpha_{cc} \cdot 13,3 \text{ N/mm}^2$$

Betonstahl: B500B (hochduktil)

$$f_{yd} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ N/mm}^2$$

tot  $A_s = 678,6 \text{ mm}^2$  (6 Ø 12 mm)

Achsabstand:  $a = 39 \text{ mm}$

Stützenlänge:  $l = 5,0 \text{ m}$

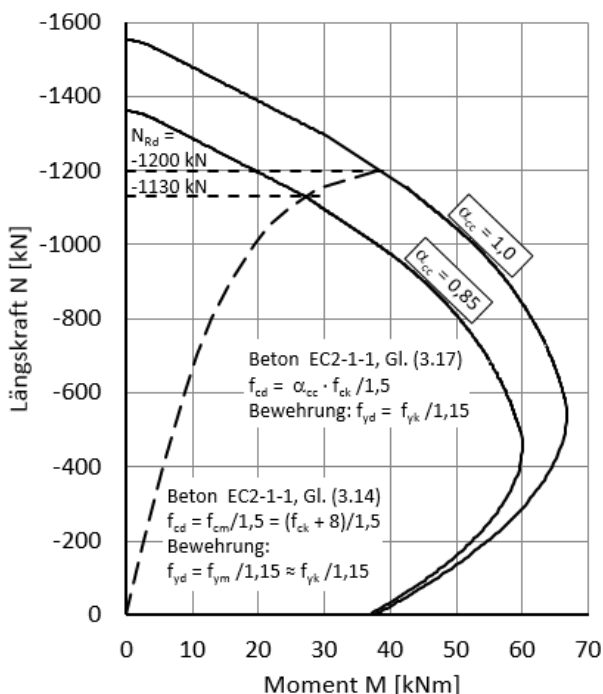
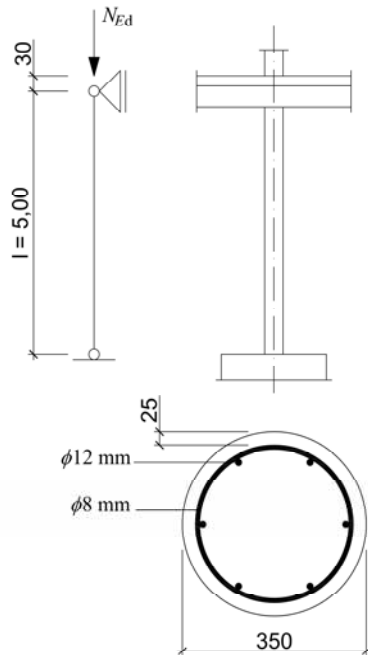


Ungewollte Ausmitte:

$$e_i = 12,5 \text{ mm (DIN EN 1992-1-1, 5.2 (9))}$$

Einwirkung:

$$\begin{array}{ll} \text{bei Normaltemperatur:} & N_{Ed} = -720 \text{ kN} \\ \text{im Brandfall:} & N_{E,fi,d} = -480,5 \text{ kN} \end{array}$$



**Bild 6.29:** Statisches System und Querschnitt (oben) sowie Bemessungswert der aufnehmbaren Längskraft der Stütze bei Normaltemperatur  $N_{Rd}$  (unten)

Der Bemessungswert der aufnehmbaren Längskraft der Stütze bei Normaltemperatur  $N_{Rd}$  wird durch Vergleich der Querschnittstragfähigkeit und der Stützen-tragfähigkeit nach Bild 6.29, unten ermittelt. Für die Berechnung der Querschnittstragfähigkeit werden die Bemessungswerte der Beton- und Betonstahlfestig-keit  $f_{cd}$  und  $f_{yd}$  nach DIN EN 1992-1-1, Gleichung (3.17) bzw. DIN EN 1992-1-1, Bild 3.8 ver-wendet. Für die Berechnung der Stützen-tragfähigkeit mit Berücksichtigung der Auswirkungen nach Theo-rie II. Ordnung wird der Mittelwerte der Betondruck-festigkeit nach DIN EN 1992-1-1, Gleichung (3.14) angesetzt.

Der Bemessungswert der aufnehmbaren Längskraft der Stütze bei Normaltemperatur wird aus Bild 6.29 abgelesen:

$$N_{Rd} = -1130 \text{ kN für } \alpha_{cc} = 0,85 \text{ und}$$

$$N_{Rd} = -1200 \text{ kN für } \alpha_{cc} = 1,0.$$

### 6.9.3 Brandschutznachweis mit Nachweisglei-chung

Prüfung der Randbedingungen (Bild 6.16):

Achsabstand:

$$25 \text{ mm} \leq a \leq 80 \text{ mm} \quad \text{vorh } a = 39 \text{ mm}$$

Ersatzlänge im Brandfall:

$$2,0 \text{ m} \leq l_{0,fi} \leq 5,0 \text{ m} \quad \text{vorh } l_{0,fi} = 2,50 \text{ m}$$

Querschnittsabmessung:

$$200 \text{ mm} \leq b' \leq 450 \text{ mm} \quad b' = \varnothing = 350 \text{ mm}$$

Der Brandschutznachweis wird mit Hilfe der Bil-der 6.15 bis 6.17 für  $\alpha_{cc} = 0,85$  und  $\alpha_{cc} = 1,0$  geführt. Die in den Bildern 6.15 bis 6.17 abgelesenen Werte für die Parameter  $R_{\eta fi}$ ,  $R_a$ ,  $R_l$  und  $R_b$  sowie für die Feu-erwiderstandsdauer  $R$  sind in Tabelle 6.4 zusammen-gestellt.

Die Stahlbeton-Innenstütze kann ohne Zusatzmaß-nahmen in die Feuerwiderstandsklasse R 120 einge-stuft werden.

**Tabelle 6.4:** Parameter  $R_{\eta fi}$ ,  $R_a$ ,  $R_l$ ,  $R_b$  und  $R_n$  sowie die Feuerwiderstandsdauer  $R$ 

Parameter	$\alpha_{cc} = 0,85$	$\alpha_{cc} = 1,0$	Bemerkung
$f_{cd}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	11,3	13,3	$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{1,5}$
$\omega$	0,27	0,23	$\omega = \frac{(A_{s,tot} \cdot f_{yd})}{(A_c \cdot f_{cd})}$
$N_{Rd}$ [kN]	-1130	-1200	Bild 6.29
$\mu_{fi}$	0,43	0,40	$\mu_{fi} = \frac{N_{E,fi,d}}{N_{Rd}}$
$R_{\eta fi}$	47	45	Bild 6.15
$R_a$	14,5	14,5	Bild 6.16
$R_l$	23	23	Bild 6.16
$R_b$	31,5	31,5	Bild 6.16
$R_n$	12	12	$n > 4$
$\sum R$	128	126	
$R$ [min]	135	131	Bild 6.17

Die „Reserve“ einzelner Parameter für die Einstufung in eine vorgegebene Feuerwiderstandsklasse kann mit Hilfe der Bilder 6.15 bis 6.17 ermittelt werden. Die dafür notwendigen Rechenschritte werden für die Stahlbetonstütze für die Feuerwiderstandsklasse R 120 und den erforderlichen Achsabstand  $\min a$  gezeigt.

Bild 6.17:

$$\text{erf} \sum R \text{ für R 120} \quad \text{erf} \sum R = 120$$

$$\Delta \sum R = \text{erf} \sum R - \text{vorh} \sum R = 120 - 128 = -8$$

Bild 6.16:

$$\Delta a (\Delta \sum R = -8) = -5 \text{ mm}$$

$$\min a = 39 - 5 = 34 \text{ mm}$$

Die Stahlbeton-Innenstütze nach Abschnitt 6.9.3.2 kann auch mit dem Achsabstand  $a = 34 \text{ mm}$  in die Feuerwiderstandsklasse R 120 eingestuft werden.

#### 6.9.3.4 Brandschutznachweis mit Tabelle

Der Brandschutznachweis für die Einstufung in die Feuerwiderstandsklasse R 120 mit tabellierten Mindestquerschnittsabmessungen und Achsabständen (DIN EN 1992-1-2, Tabelle 5.2a) ist in Tabelle 6.5 zusammengefasst. Dabei wird der erforderliche Stützendurchmesser und der zugehörige Achsabstand durch Interpolation in DIN EN 1992-1-2, Tabelle 5.2a zwischen Spalte 2 mit  $\mu_{fi} = 0,2$  und Spalte 3 mit  $\mu_{fi} = 0,5$  durchgeführt.

Die Mindestachsabstände  $\text{erf} a = 43 \text{ mm}$  bzw.  $\text{erf} a = 42 \text{ mm}$  sind gegenüber dem vorhandenen Achsabstand  $\text{vorh} a = 39 \text{ mm}$  geringfügig größer. Trotzdem ist die Einstufung der Stahlbeton-Innenstütze in die Feuerwiderstandsklasse R 120 aus brandschutznachweiser Sicht unbedenklich, da die in Tabelle 5.2a festgelegten Achsabstände in der Regel nach oben gerundete Mindestwerte darstellen und die Ersatzlänge im Brandfall  $l_{0,fi} = 2,50 \text{ m}$  der nach unten gerundete Maximalwert ist.

**Tabelle 6.5:** Interpolation in Tabelle 5.2a der DIN EN 1992-1-2; Feuerwiderstandsklasse R 120 für  $\mu_{fi} = 0,43$  ( $\alpha_{cc} = 0,85$ ) und  $\mu_{fi} = 0,40$  ( $\alpha_{cc} = 1,0$ )

		$\alpha_{cc} = 0,85$	$\alpha_{cc} = 1,0$	
	$\mu_{fi} = 0,2$	$\mu_{fi} = 0,43$	$\mu_{fi} = 0,40$	$\mu_{fi} = 0,5$
Stützendurchmesser $\varnothing_{\min}$ [mm]	350	350	350	350
Achsabstand $a$ [mm]	35	43	42	45

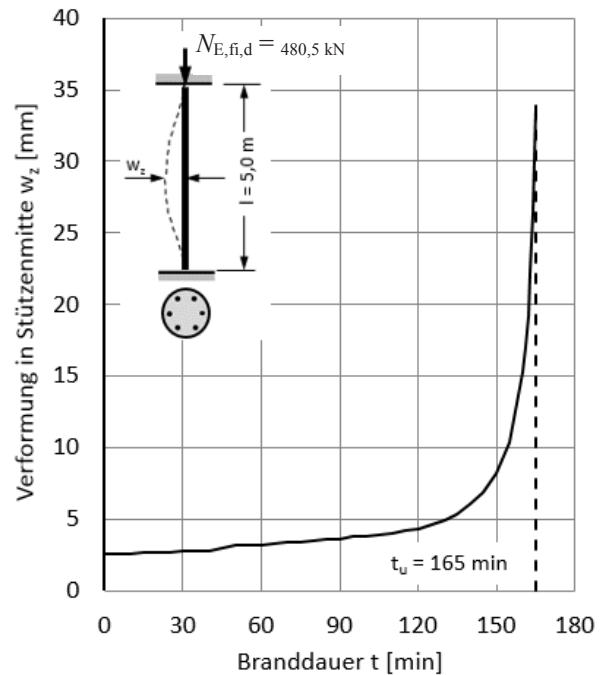
### 6.9.3.5 Brandschutznachweis mit dem allgemeinen Rechenverfahren

Mit dem allgemeinen Rechenverfahren nach Abschnitt 6.2.6 (DIN EN 1992-1-2, 4.3) wurde das Trag- und Verformungsverhalten der Stahlbeton-Innenstütze analysiert.

Bei einem Brand in einem aussteiften Gebäude werden die Stützen in dem vom Brand betroffenen Geschoss überwiegend durch horizontale Verschiebungen des Stützenkopfs beansprucht, die Verdrehung an den beiden Stützenenden ist vernachlässigbar. Durch die im Brand entstehenden Verformungen ergibt sich für Stützen in innenliegenden Geschossen die Ersatzlänge im Brandfall  $l_{0,fi} = 0,5 \cdot l$  und für Stützen im obersten Geschoss und am Rand die Ersatzlänge im Brandfall  $0,5 \cdot l \leq l_{0,fi} \leq 0,7 \cdot l$ .

Um die Verdrehung am Fuß- und Kopfpunkt der Innenstütze im Brandfall vernachlässigen zu können, muss die Stütze an beiden Enden rotationsbehindert gelagert sein. Das ist in der Regel bei Stützen in gut konstruierten Stahlbeton-Tragwerken erfüllt, da die Stützen für Normaltemperatur mit der Ersatzlänge  $l_0 = l$  bemessen werden und die Stützenanschlüsse, welche rechnerisch keine Biegemomente aufnehmen, eine Bewehrungsführung zeigen, die eine elastische Einspannung der Stützenenden sichert (Kordina/Quast (1995)).

Die Ergebnisse der rechnerischen Analyse sind in Bild 6.30 zusammengefasst, es zeigt die horizontale Verformung in Stützenmitte bis zum Versagen nach 165 Minuten Branddauer. Durch die rotationsbehinderte Lagerung wird die Innenstütze im Brandfall beidseitig eingespannt, das bedeutet statisch gesehen Euler-Fall 4. Die bei der Bemessung für Normaltemperatur anzusetzende Ersatzausmitte  $e_i$  zur Berücksichtigung von Imperfektionen wurde durch eine Vorverformung in Stützenmitte von  $l/2000$  (siehe Abschnitt 6.2.6) ersetzt. Damit wurden in der Berechnung die Abweichungen zwischen den Ist-Werten und den Nenngrößen der Stütze berücksichtigt.



**Bild 6.30:** Horizontale Verformung in Stützenmitte der Stahlbeton-Innenstütze bis zum Versagen nach 165 Minuten Branddauer



### 6.9.4 Stahlbeton-Kragstütze: Schnellnachweis

#### 6.9.4.1 Allgemeines

Die Stahlbeton-Kragstütze einer Lagerhalle soll mit Hilfe des „Schnell“-Nachweises nach Abschnitt 6.8.3.1 untersucht werden. Es soll festgestellt werden, ob für die Einstufung der Stahlbeton-Kragstütze in die Feuerwiderstandsklasse R 90 die Bemessung bei Normaltemperatur ausreicht oder ein Nachweis mit dem vereinfachten Verfahren nach DIN EN 1992-1-2/NA, Anhang AA oder dem allgemeinen Rechenverfahren nach DIN EN 1992-1-2 erforderlich ist.

#### 6.9.4.2 Baustoffe, statisches System, Querschnittsabmessungen und Achsabstand

Beton: C30/37

$$f_{cd} = 0,85 \cdot \frac{30}{1,5} = 17 \text{ N/mm}^2$$

Betonstabstahl: B500B (hochduktil)

$$f_{yd} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ N/mm}^2$$

geometrischer Bewehrungsgrad:

$\rho = 0,02$  (tot  $A_s = 128 \text{ cm}^2$ )  
(auf druck- und zugbeanspruchter Querschnittsseite je 10  $\varnothing 28,54 \text{ mm}$  (fiktiv) gleichmäßig verteilt)

Querschnitt:  $h / b = 800 \text{ mm} / 800 \text{ mm}$

bezogener Achsabstand:  $a / h = 0,10$

Brandbeanspruchung:

4-seitig nach Einheits-Temperaturzeitkurve

Es werden zwei „Schnell“-Nachweise mit unterschiedlicher Ersatzlänge und Lastausmitte geführt.

**Tabelle 6.6:** Eingangsparameter für die „Schnell“-Nachweise Fall A und Fall B

	Fall A	Fall B
bezogene Ersatzlänge im Brandfall	$l_{0,fi} / h = 15$ ( $l = 6 \text{ m}$ )	$l_{0,fi} / h = 40$ ( $l = 16 \text{ m}$ )
bezogene Lastausmitte	$e_1 / h = 0,5$	$e_1 / h = 0,1$

Prüfung der Anwendungsgrenzen für den „Schnell“-Nachweis:

Querschnittsabmessung:

$$300 \text{ mm} \leq h \leq 800 \text{ mm} \quad \text{vorh } h = 800 \text{ mm}$$

geometrischer Bewehrungsgrad:

$$0,01 \leq \rho \leq 0,08 \quad \text{vorh } \rho = 0,02$$

bezogener Achsabstand:

$$0,05 \leq a / h \leq 0,15 \quad \text{vorh } a / h = 0,10$$

bezogene Lastausmitte  $e_1 / h$ :

$$0 \leq e_1 / h \leq 1,5 \quad \text{vorh } e_1 / h = 0,5 \text{ (A); } 0,1 \text{ (B)}$$

bezogene Ersatzlänge im Brandfall:

$$10 \leq l_{0,fi} / h \leq 50 \quad \text{vorh } l_{0,fi} / h = 15 \text{ (A); } 40 \text{ (B)}$$

#### 6.9.4.3 Schnellnachweis Fall A

Der „Schnell“-Nachweis wird mit Hilfe von Bild 6.19 für den Querschnitt  $h = 800 \text{ mm}$  durchgeführt. Die Geraden für die Eingangsparameter  $l_{0,fi} / h = 15$  und  $e_1 / h = 0,5$  schneiden sich im schraffierten Bereich bei:

$$\mu_{fi} = \frac{N_{E,fi,d,t}}{N_{Rd}} \approx 0,81$$

Die Stahlbeton-Kragstütze kann wegen  $\mu_{fi} > 0,7$  ohne weiteren Nachweis in die Feuerwiderstandsklasse R 90 eingestuft werden. Für den Nachweis im Brandfall sind die Bedingungen der Bemessung bei Normaltemperatur ausreichend.

#### 6.9.4.4 Schnellnachweis Fall B

Der „Schnell“-Nachweis wird mit Hilfe von Bild 6.19 für den Querschnitt  $h = 800 \text{ mm}$  durchgeführt. Die Geraden für die Eingangsparameter  $l_{0,fi} / h = 40$  und  $e_1 / h = 0,1$  schneiden sich im nicht-schraffierten Bereich bei:

$$\mu_{fi} = \frac{N_{E,fi,d,t}}{N_{Rd}} \approx 0,36$$

Die Stahlbeton-Kragstütze kann wegen  $\mu_{fi} < 0,7$  ohne weiteren Nachweis nicht in die Feuerwiderstandsklasse R 90 eingestuft werden.

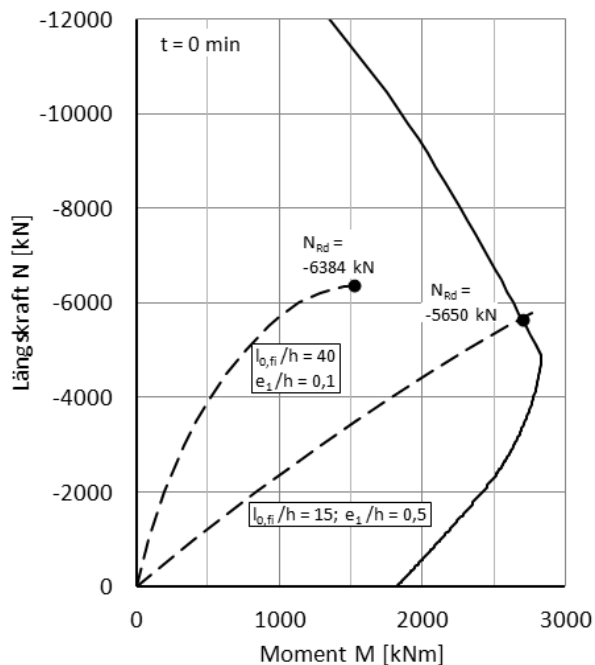
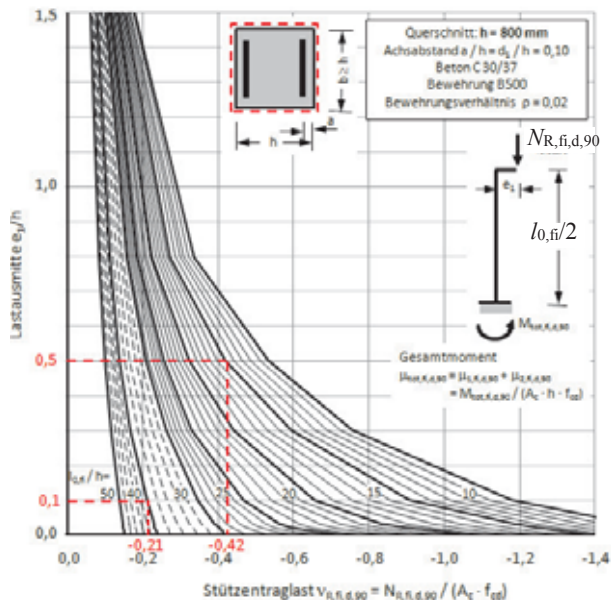
Bei unveränderten statisch-konstruktiven Randbedingungen müssen die Einwirkungen im Brandfall für die Einstufung in die Feuerwiderstandsklasse R 90 auf

$$|N_{E,fi,d}| \leq 0,36 \cdot |N_{Rd}|$$

begrenzt werden.

### 6.9.4.5 Brandschutznachweis mit dem vereinfachten Verfahren

Zur Veranschaulichung wird für die Stahlbeton-Kragstützen aus Abschnitt 6.9.4.2 das vereinfachte Verfahren zum Nachweis der Feuerwiderstandsklasse R 90 aus (DIN EN 1992-1-2/NA, Anhang AA) angewendet.



**Bild 6.31:** Standard-Diagramm zur Ermittlung des Bemessungswerts der Stützentraglast  $N_{R,fi,d,90}$  für einen Querschnitt mit  $h = 800$  mm (oben) und Bemessungswert der aufnehmbaren Längskraft der Stütze bei Normaltemperatur  $N_{Rd}$  (unten)

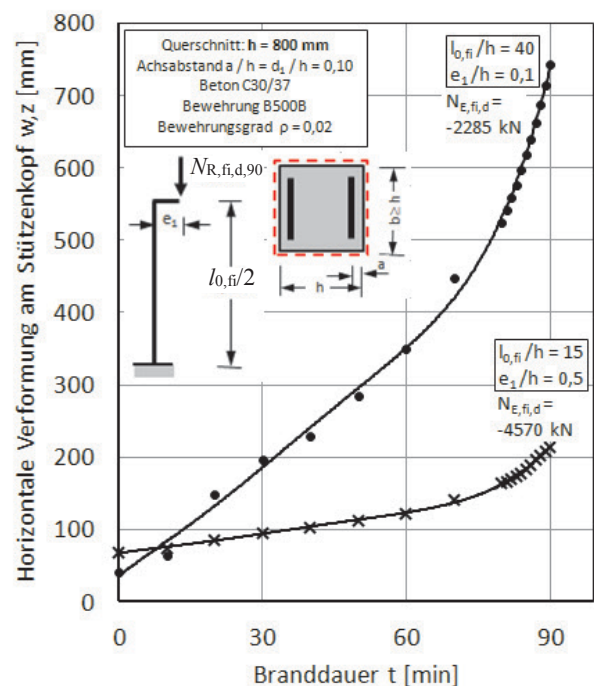
Die in Bild 6.31 abgelesenen Werte für die bezogene Stützentraglast  $v_{R,fi,d,90}$  und die Werte für die aufnehmbare Stützentraglast  $N_{Rd}$  sind für die untersuchten Fälle A und B in Tabelle 6.7 zusammengestellt.

**Tabelle 6.7:** Ergebnisse des vereinfachten Verfahrens zum Nachweis der Feuerwiderstandsklasse R 90 und des „Schnell“-Nachweises für die Stahlbeton-Kragstütze, Fall A und Fall B

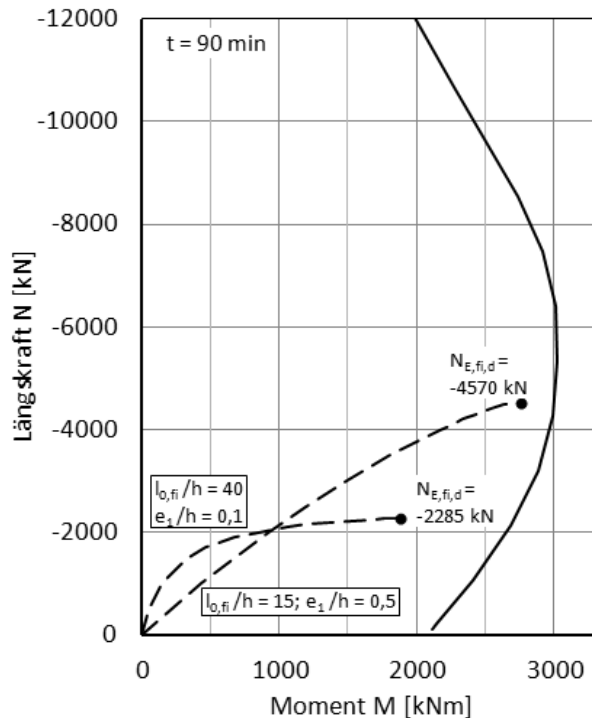
Parameter	Fall A	Fall B	Bemerkung
$l_{0,fi} / h$	15	40	
$e_1 / h$	0,5	0,1	
$v_{R,fi,d,90}$	-0,42	-0,21	Bild 6.31
$N_{R,fi,d,90}$ [kN]	-4570	-2285	
$N_{Rd}$ [kN]	-5650	-6384	Bild 6.31
$N_{R,fi,d,90} / N_{Rd}$	0,81	0,36	
$\mu_{fi}$	0,81	0,36	Bild 6.19

### 6.9.4.6 Brandschutznachweis mit dem allgemeinen Rechenverfahren

Mit dem allgemeinen Rechenverfahren nach Abschnitt 6.2.6 (DIN EN 1992-1-2, 4.3) wurde das Trag- und Verformungsverhalten der Stahlbeton-Kragstütze analysiert. Die Rechenergebnisse zeigen die Bilder 6.32 und 6.33.



**Bild 6.32:** Stahlbeton-Kragstütze: horizontale Auslenkung am Stützenkopf



**Bild 6.33:** Stahlbeton-Kragstütze: Stabilitätsversagen infolge Steifigkeitsabnahme nach 90 Minuten Brandbeanspruchung

Bild 6.33 zeigt, dass in der rechnerischen Simulation für beide Kragstützen, Fall A und Fall B, nach 90 Minuten Brandbeanspruchung ein Stabilitätsversagen infolge Steifigkeitsabnahme eintritt. Damit verbunden sind vergleichsweise große Verformungen: bei der schlanken Kragstütze (Fall B) mit  $\lambda = 139$  beträgt die horizontale Auslenkung am Stützenkopf nach 90 Minuten Brandbeanspruchung  $w_z \approx 700$  mm, für die Kragstütze Fall A mit  $\lambda = 52$  werden  $w_z \approx 200$  mm berechnet (Bild 6.32).

In *DBV (2011)* wird darauf hingewiesen, dass wegen der beträchtlichen Verformungen die Frage nach der Kopplung der Stützen und der Standsicherheit der aufliegenden Bauteile im Brandfall, in der Regel Binder und Dachplatten, entsteht. Wenn das Dach vorzeitig einstürzt, sind längere Feuerwiderstandsdauern der Stützen in der Regel sinnlos. Wenn die Kopplung der Dachbinder im Brandfall sichergestellt wird, können die Koppelkräfte am Stützenkopf aktiviert und damit der traglastmindernde Verformungseinfluss reduziert werden.

## 6.9.5 Stahlbeton-Kragstütze mit kreisförmigem Querschnitt

### 6.9.5.1 Allgemeines

Die im Abschnitt 6.9.4 berechneten Stahlbeton-Kragstützen sollen mit einem kreisförmigen Querschnitt untersucht werden. Es soll die Traglast nach 90 Minuten Brandbeanspruchung  $N_{R,fi,d,90}$  ermittelt werden.

Für die Baustoffe, das statische System, die Querschnittsabmessung und den Achsabstand gelten die Angaben in Abschnitt 6.9.4.2. Beachtet werden muss, dass für die Rundstütze mit  $\rho = 0,02$  die Bewehrung tot  $A_s = 101 \text{ cm}^2$  beträgt.

### 6.9.5.2 Brandschutznachweis mit dem vereinfachten Verfahren

Der Beiwert  $k_{qu}$  zur Berücksichtigung des kreisförmigen Querschnitts beträgt nach Gleichung (6.11):

$$\begin{aligned} k_{qu} &= 0,875 - 0,6 \cdot \frac{800}{1000} + 0 \\ &= 0,395 \text{ (Fall A und B)} \end{aligned}$$

Mit:

Fall A:

$$k_1 = \left( \max \left\{ 3 - \frac{800}{150} \right\}, 0 \right) \cdot 0,25 = 0$$

$$k_2 = 0,5 \cdot \left( \min \left\{ \frac{0,5}{1} \right\} \right) = 0,25$$

Fall B:

$$k_1 = \left( \max \left\{ 3 - \frac{800}{150} \right\}, 0 \right) \cdot 0,05 = 0$$

$$k_2 = 0,5 \cdot \left( \min \left\{ \frac{0,1}{1} \right\} \right) = 0,05$$

Bemessungswert der Traglast nach 90 Minuten Brandbeanspruchung  $N_{R,fi,d,90}$ :

Fall A:

$$N_{R,fi,d,90} = -4570 \cdot 0,395 = -1805 \text{ kN}$$

Fall B:

$$N_{R,fi,d,90} = -2285 \cdot 0,395 = -903 \text{ kN}$$

### 6.9.5.3 Brandschutznachweis mit dem allgemeinen Rechenverfahren

Mit dem allgemeinen Rechenverfahren nach Abschnitt 6.2.6 (nach DIN EN 1992-1-2, 4.3) wurde das Trag- und Verformungsverhalten der Stahlbeton-Kragstütze mit Kreisquerschnitt und den statisch-konstruktiven Randbedingungen gemäß Abschnitt 6.9.4.2 analysiert.

Die Rechenergebnisse sind in Tabelle 6.8 zusammen mit den Ergebnissen des vereinfachten Nachweises in Bild 6.33 dargestellt. Die Abweichungen zwischen den Traglasten  $N_{R,fi,d,90}$  aus der Berechnung mit dem vereinfachten Nachweis ( $k_{qu}$ -Beiwert) und dem allgemeinen Rechenverfahren liegen zwischen -15 % im Fall A und -7 % im Fall B; die negativen Abweichungen liegen auf der sicheren und gleichzeitig unwirtschaftlichen Seite. Die Abweichungen sind in der Größenordnung, die bei der Bemessung bei Normaltemperatur beim Vergleich der Traglasten nach dem Verfahren mit Nennkrümmung gemäß DIN EN 1992-1-1 und der programmgesteuerten Berechnung auftreten können (Kordina/Quast (1995)).

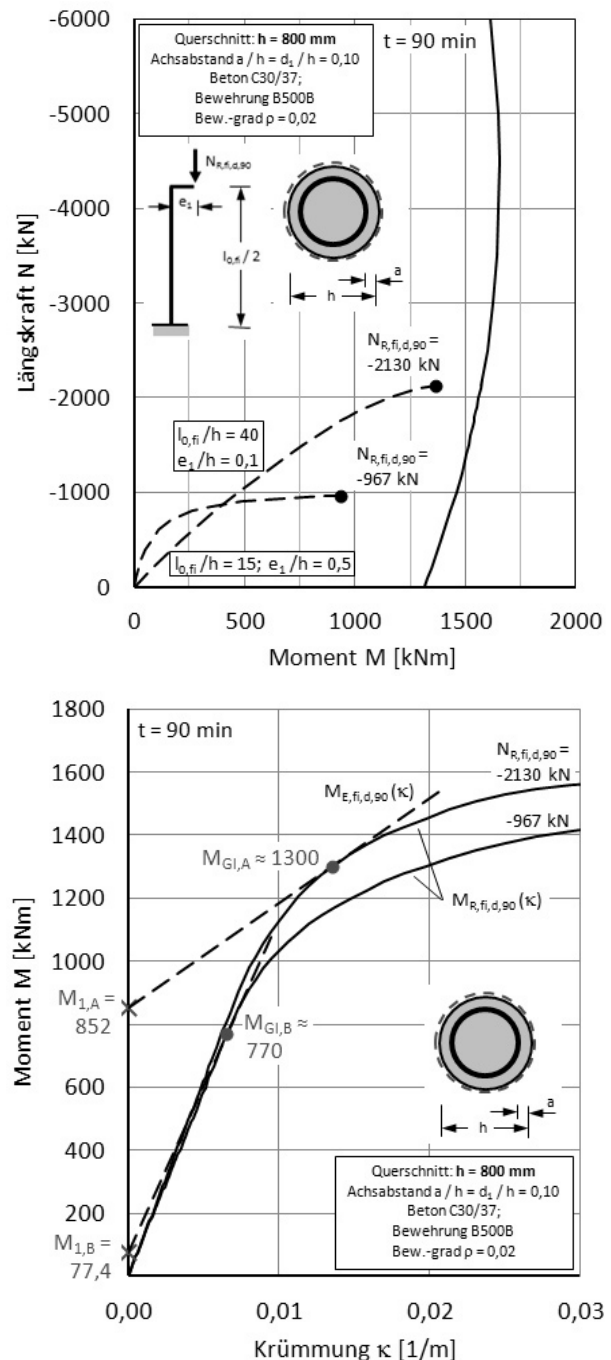
**Tabelle 6.8:** Prozentuale Abweichung der Traglasten  $N_{R,fi,d,90}$ , berechnet mit dem vereinfachten Verfahren und mit dem allgemeinen Rechenverfahren

	$N_{R,fi,d,90}$ [kN]		Abweichung [%]
	allgemeines Rechenverfahren (Bild 6.34)	vereinfachtes Verfahren ( $k_{qu}$ )	
Fall A	-2130	-1805	-15
Fall B	-967	-903	-7

### 6.9.5.4 Brandschutznachweis mit dem Modellstützenverfahren

In Bild 6.34 sind die Rechenergebnisse mit dem allgemeinen Rechenverfahren (oben) und dem Modellstützenverfahren (unten) dargestellt. Nach 90 Minuten Branddauer versagen die Kragstützen mit kreisförmigem Querschnitt durch Stabilitätsversagen infolge Steifigkeitsabnahme.

Anschaulich kann der Nachweis der Feuerwiderstandsklasse für die Kragstützen mit Kreisquerschnitt auch mit Hilfe des Verfahrens mit Nennkrümmungen DIN EN 1992-1-1 geführt werden.



**Bild 6.34:** Stahlbeton-Kragstütze mit Kreisquerschnitt: Stabilitätsversagen infolge Steifigkeitsabnahme nach 90 Minuten Brandbeanspruchung (oben) und Gleichgewichtszustände nach dem Modellstützenverfahren (unten)

In Bild 6.34, unten sind die durchgezogenen Linien die Momenten-Krümmungs-Linien für den brandbeanspruchten Kreisquerschnitt mit  $N_{R,fi,d,90} = -2130$  kN (Fall A) bzw.  $N_{R,fi,d,90} = -967$  kN (Fall B). Die beiden Linien stellen die Tragfähigkeit des Stützenquerschnitts nach 90 Minuten Branddauer  $M_{R,fi,d,90}(\kappa)$  dar. Für die einwirkenden Momente  $M_{E,fi,d,90}(\kappa)$  wurde die

Näherungslösung des Modellstützenverfahrens nach DIN EN 1992-1-1 entsprechend Gleichung (6.17) angesetzt, in Bild 6.34, unten als gestrichelte Linien dargestellt.

$$M_{E,fi,d,90}(\kappa) = M_{tot} \quad (6.17)$$

$$= M_1 + |N_{R,fi,d,90}| \cdot \left(\frac{1}{r}\right) \cdot c \cdot l_{0,fi}^2$$

Dabei ist:

$M_1$	Moment nach Theorie I. Ordnung, hier: $M_{1,A} = 0,40 \cdot  -2130  = 852 \text{ kNm}$ (Fall A) $M_{1,B} = 0,08 \cdot  -967  = 77,4 \text{ kNm}$ (Fall B)
$1/r$	Krümmung
$c$	Beiwert, der vom Verlauf der Krümmung abhängt; bei konstantem Querschnitt wird bei der Bemessung bei Normaltemperatur üblicherweise $c = 1/10$ ( $\approx 1/\pi^2$ ) verwendet, hier wird für den Brandfall mit $c = 1/9,3$ gerechnet. In <i>Richter (1987)</i> wird für den Brandfall $1/10 < 1/c < 1/9$ genannt.
$l_{0,fi}$	Ersatzlänge im Brandfall; hier: Fall A: $l_{0,fi} = 12 \text{ m}$ und Fall B: $l_{0,fi} = 32 \text{ m}$

Die einwirkenden Momente als Funktion der Krümmung tangieren die Momenten-Krümmungslinien bei  $M_{Gl,A} = 1300 \text{ kNm}$  (Fall A) und  $M_{Gl,B} = 770 \text{ kNm}$  (Fall B). Sie liegen damit in der Größenordnung der Momente  $M_{E,fi,d,90}$  in Bild 6.34, oben.

## 6.10 Literatur

- Comité Euro-International du Béton: Design of Concrete Structures for Fire Resistance. Bulletin D'Information No. 145, Paris: 1982.
- Cyllok, M.; Achenbach, M.: Anwendung der Zonenmethode zur brandschutztechnischen Bemessung von Stahlbetonstützen. Beton- und Stahlbetonbau 104 (2009), Heft 12, S. 813-822.
- Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein E.V. (DBV): Beispiele zur Bemessung nach Eurocode 2. Band 1: Hochbau. Berlin, Verlag Ernst & Sohn, 2011.
- DIN 4102-3:1977-09: Brandverhalten von Baustoffen und Bauteilen – Teil 3: Brandwände und nichttragende Außenwände, Begriffe, Anforderungen und Prüfungen. Berlin, Beuth Verlag.
- DIN 4102-4:2016-05: Brandverhalten von Baustoffen und Bauteilen – Teil 4: Zusammenstellung und Anwendung klassifizierter Baustoffe, Bauteile und Sonderbauteile. Berlin, Beuth Verlag.
- DIN EN 1990:2010-12: Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung. Berlin, Beuth Verlag.
- DIN EN 1991-1-2:2010-12: Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 1-2: Brandeinwirkungen auf Tragwerke. Berlin, Beuth Verlag.  
Mit: DIN EN 1991-1-2 Berichtigung 1:2013-08.
- DIN EN 1991-1-2/NA:2015-09: Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 1-2: Brandeinwirkungen auf Tragwerke. Berlin, Beuth Verlag.
- DIN EN 1992-1-1:2011-01: Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau. Berlin, Beuth Verlag.  
Mit: DIN EN 1992-1-1/A1:2015-03.
- DIN EN 1992-1-1/NA:2013-04: Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau. Berlin, Beuth Verlag.  
Mit: DIN EN 1992-1-1/NA/A1:2015-12.

- DIN EN 1992-1-2:2010-12: Eurocode 2 – Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-2: Allgemeine Regeln - Tragwerksbemessung für den Brandfall. Berlin, Beuth Verlag.  
Mit: Auslegungen zu DIN EN 1992-1-2 (Stand 16.06.2014)
- DIN EN 1992-1-2/NA:2010-12: Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-2: Allgemeine Regeln - Tragwerksbemessung für den Brandfall. Berlin, Beuth Verlag.  
Mit: DIN EN 1992-1-2/NA/A1:2015-09.
- Fingerloos, F.: Normen und Regelwerke. Beitrag in: Beton-Kalender 2013, Teil 2. Berlin, Verlag Ernst & Sohn, 2013.
- Haß, R.: Zur praxisgerechten brandschutztechnischen Beurteilung von Stützen aus Stahl und Beton. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz (iBMB) der Technischen Universität Braunschweig, Heft 69, 1986.
- Hosser, D.: Leitfaden Ingenieurmethoden des Brandschutzes, Technischer Bericht vfdb TB 04-01. 3. Auflage, Altenberge, Braunschweig: Verein zur Förderung des Deutschen Brandschutzes e.V., 2013.
- Hosser, D.; Richter, E.: Vereinfachtes Rechenverfahren zum Nachweis des konstruktiven Brandschutzes bei Stahlbeton-Kragstützen. DAfStb-Heft 596. Berlin, Beuth Verlag, 2013.
- Hosser, D.; Siemon, M.; Kampmeier, B.; Hollmann, D.; Kruse, D.; Deppe, B.: Theoretische und experimentelle Untersuchungen zur Ermittlung und Optimierung des Brandverhaltens von ultrahochfestem Beton (UHFB), Abschlussbericht im Rahmen des SPP 1182, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz (iBMB) der TU Braunschweig, 2013.
- Kordina, K.; Meyer-Ottens, C.: Beton Brandschutzhandbuch. 2. Auflage, Düsseldorf: Verlag Bau + Technik, 1999.
- Kordina, K.; Quast, U.: Bemessung von schlanken Bauteilen für den durch Tragwerksverformungen beeinflussten Grenzzustand der Tragfähigkeit – Stabilitätsnachweis. Betonkalender 1998, Teil 1, Berlin, Verlag Ernst & Sohn, 1995.
- Muster-Verwaltungsvorschrift Technische Baubestimmungen (MVV TB), Ausgabe 2017/01.
- Richter, E.: Zur Berechnung der Biegetragfähigkeit brandbeanspruchter Spannbetonbauteile unter Berücksichtigung geeigneter Vereinfachungen für die Materialgesetze. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz (iBMB) der Technischen Universität Braunschweig, Heft 80. Braunschweig, 1987.
- Richter, E.: Brandschutztechnische Bemessung von Betontragwerken nach Eurocode 2 Teil 1-2. Beitrag in: Tagungsband Braunschweiger Brandschutz-Tage '09. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz (iBMB) der Technischen Universität Braunschweig, Heft 208. Braunschweig, 2009.
- Schuck, W.; Haack, A.; Richter, E.; Städing, A.: Brandschutz bei Eisenbahntunneln mit einschaligem Tübbingausbau. In: Taschenbuch für den Tunnelbau 2011. Essen: VGE Verlag GmbH.
- Zehfuß, J.: Die Brandschutzteile der Eurocodes als neue Regelnorm für die Brandschutzbemessung von Bauteilen und Tragwerken - Welche Prämissen sind für die Brandschutzbemessung mit Naturbrandmodellen sinnvoll und wie werden sie geprüft? Der Prüfsingenieur (46), Mai 2015.
- Zilch, K.; Müller, A.; Reitmayer, C.: Erweiterte Zonenmethode zur brandschutztechnischen Bemessung von Stahlbetonstützen, Bauingenieur Band 85, Juni 2010, S. 282-287.

# Verzeichnis der in der Schriftenreihe des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton – DAfStb – seit 1945 erschienenen Hefte

Heft	Heft	Heft
100: Versuche an Stahlbetonbalken zur Bestimmung der Bewehrungsgrenze. Von <i>W. Gehler</i> , <i>H. Amos</i> und <i>E. Friedrich</i> . Die Ergebnisse der Versuche und das Dresdener Rechenverfahren für den plastischen Betonbereich (1949). Von <i>W. Gehler</i> . 9,70 EUR	114: Schüttdeton aus verschiedenen Zuschlagstoffen. Von <i>A. Hummel</i> und <i>K. Wesche</i> . Die Ermittlung der Kornfestigkeit von Ziegelsplitt und anderen Leichtbeton-Zuschlagstoffen (1954). Von <i>A. Hummel</i> . vergriffen	127: Witterungsbeständigkeit von Beton (1957). Von <i>K. Walz</i> . 4,80 EUR
101: Versuche zur Ermittlung der Rissbildung und der Widerstandsfähigkeit von Stahlbetonplatten mit verschiedenen Bewehrungsstählen bei stufenweise gesteigerter Last. Von <i>O. Graf</i> und <i>K. Walz</i> . Versuche über die Schwellzugfestigkeit von verdillten Bewehrungsstählen. Von <i>O. Graf</i> und <i>G. Weil</i> . Versuche über das Verhalten von kalt verformten Baustählen beim Zurückbiegen nach verschiedener Behandlung der Proben. Von <i>O. Graf</i> und <i>G. Weil</i> . Versuche zur Ermittlung des Zusammenwirkens von Fertigbauteilen aus Stahlbeton für Decken (1948). Von <i>H. Amos</i> und <i>W. Bochmann</i> . vergriffen	115: Die Versuche der Bundesbahn an Spannbetonträgern in Kornwestheim (1954). Von <i>U. Giehrach</i> und <i>C. Sättele</i> . 5,40 EUR	128: Kugelschlagprüfung von Beton (Einfluss des Betonalters) (1957). Von <i>K. Gaede</i> . vergriffen
102: Beton und Zement im Seewasser (1950). Von <i>A. Eckhardt</i> und <i>W. Kronsbein</i> . vergriffen	116: Verdichten von Beton mit Innenrüttlern und Rütteltischen, Güteprüfung von Deckensteinen (1954). Von <i>K. Walz</i> . vergriffen	129: Stahlbetonsäulen unter Kurz- und Langzeitbelastung (1958). Von <i>K. Gaede</i> . 12,90 EUR
103: Die <i>n</i> -freien Berechnungsweisen des einfach bewehrten, rechteckigen Stahlbetonbalkens (1951). Von <i>K. B. Habersack</i> . vergriffen	117: Gas- und Schaumbeton: Tragfähigkeit von Wänden und Schwinden. Von <i>O. Graf</i> und <i>H. Schäffler</i> . Kugelschlagprüfung von Porenbeton (1954). Von <i>K. Gaede</i> . vergriffen	130: Bruchsicherheit bei Vorspannung ohne Verbund (1959). Von <i>H. Rüsck</i> , <i>K. Kordina</i> und <i>C. Zelger</i> . 5,40 EUR
104: Bindemittel für Massenbeton, Untersuchungen über hydraulische Bindemittel aus Zement, Kalk und Trass (1951). Von <i>K. Walz</i> . vergriffen	118: Schwefelverbindung in Schlackenbeton (1954). Von <i>A. Stois</i> , <i>F. Rost</i> , <i>H. Zinnert</i> und <i>F. Henkel</i> . 6,90 EUR	131: Das Kriechen unbewehrten Betons (1958). Von <i>O. Wagner</i> . vergriffen
105: Die Versuchsberichte des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton (1951). Von <i>O. Graf</i> . vergriffen	119: Versuche über den Verbund zwischen Stahlbeton-Fertigbalken und Ortbeton. Von <i>O. Graf</i> und <i>G. Weil</i> . Versuche mit Stahlleichtträgern für Massivdecken (1955). Von <i>G. Weil</i> . vergriffen	132: Brandversuche mit starkbewehrten Stahlbetonsäulen. Von <i>H. Seekamp</i> . Widerstandsfähigkeit von Stahlbetonbauteilen und Stahlsteindecken bei Bränden (1959). Von <i>M. Hannemann</i> und <i>H. Thoms</i> . vergriffen
106: Berechnungstabellen für rechtwinklige Fahrbahnplatten von Straßenbrücken (1952). 7. neubearbeitete Auflage (1981). Von <i>H. Rüsck</i> . vergriffen	120: Versuche zur Festigkeit der Biegedruckzone (1955). Von <i>H. Rüsck</i> . vergriffen	133: Gas- und Schaumbeton: Druckfestigkeit von dampfgehärtetem Gasbeton nach verschiedener Lagerung. Von <i>H. Schäffler</i> . Über die Tragfähigkeit von bewehrten Platten aus dampfgehärtetem Gas- und Schaumbeton. Von <i>H. Schäffler</i> . Untersuchung des Zusammenwirkens von Porenbeton mit Schwerbeton bei bewehrten Schwerbetonbalken mit seitlich angeordneten Porenbeton-schalen (1959). Von <i>H. Rüsck</i> und <i>E. Lassas</i> . 4,80 EUR
107: Die Kugelschlagprüfung von Beton. Von <i>K. Gaede</i> . vergriffen	121: Gas- und Schaumbeton: Versuche zur Schub-sicherung bei Balken aus bewehrtem Gas- und Schaumbeton. Von <i>H. Rüsck</i> . Ausgleichsfeuchtigkeit von dampfgehärtetem Gas- und Schaumbeton. Von <i>H. Schäffler</i> . Versuche zur Prüfung der Größe des Schwindens und Quellens von Gas und Schaumbeton (1956). Von <i>O. Graf</i> und <i>H. Schäffler</i> . vergriffen	134: Über das Verhalten von Beton in chemisch angreifenden Wässern (1959). Von <i>K. Seidel</i> . vergriffen
108: Verdichten von Leichtbeton durch Rütteln (1952). Von <i>K. Walz</i> . vergriffen	122: Gestaltfestigkeit von Betonkörpern. Von <i>K. Walz</i> . Warmzerreißversuche mit Spannstählen. Von <i>J. Dannenberg</i> , <i>H. Deutschmann</i> und <i>Melchior</i> . Konzentrierte Lasteintragung in Beton (1957). Von <i>W. Pohle</i> . 7,60 EUR	135: Versuche über die beim Betonieren an den Schalungen entstehenden Belastungen. Von <i>O. Graf</i> und <i>K. Kaufmann</i> . Druckfestigkeit von Beton in der oberen Zone nach dem Verdichten durch Innenrüttler. Von <i>K. Walz</i> und <i>H. Schäffler</i> . Versuche über die Verdichtung von Beton auf einem Rütteltisch in lose aufgesetzter und in aufgespannter Form (1960). Von <i>J. Strey</i> . vergriffen
109: SO <sub>3</sub> -Gehalt der Zuschlagstoffe (1952). Von <i>K. Gaede</i> . 3,30 EUR	123: Luftporenbildende Betonzusatzmittel (1956). Von <i>K. Walz</i> . vergriffen	136: Gas- und Schaumbeton: Versuche über die Verankerung der Bewehrung in Gasbeton. Über das Kriechen von bewehrten Platten aus dampfgehärtetem Gas- und Schaumbeton (1960). Von <i>H. Schäffler</i> . 11,20 EUR
110: Ziegelsplittbeton (1952). Von <i>K. Charisius</i> , <i>W. Drechsel</i> und <i>A. Hummel</i> . vergriffen	124: Beton im Seewasser (Ergänzung zu Heft 102) (1956). Von <i>A. Hummel</i> und <i>K. Wesche</i> . 2,70 EUR	137: Schubversuche an Spannbetonbalken ohne Schubbewehrung. Von <i>H. Rüsck</i> und <i>G. Vigerust</i> . Die Schubfestigkeit von Spannbetonbalken ohne Schubbewehrung (1960). Von <i>G. Vigerust</i> . vergriffen
111: Modellversuche über den Einfluss der Torsionssteifigkeit bei einer Plattenbalkenbrücke (1952). Von <i>G. Marten</i> . vergriffen	125: Untersuchungen über Federgelenke (1957). Von <i>K. Kammüller</i> und <i>O. Jeske</i> . vergriffen	138: Über die Grundlagen des Verbundes zwischen Stahl und Beton (1961). Von <i>G. Rehm</i> . vergriffen
112: Eisenbahnbrücken aus Spannbeton (1953). 2. erweiterte Auflage (1961). Von <i>R. Bühner</i> . 7,80 EUR	126: SO <sub>3</sub> -Gehalt der Zuschlagstoffe – Langzeitversuche (Ergänzung zu Heft 109). Eindringtiefe von Beton in Holzwohle-Leichtbauplatten (1957). Von <i>K. Gaede</i> . 5,40 EUR	139: Theoretische Auswertung von Heft 120 – Festigkeit der Biegedruckzone (1961). Von <i>G. Scholz</i> . 5,80 EUR
113: Knickversuche mit Stahlbetonsäulen. Von <i>W. Gehler</i> und <i>A. Hütter</i> . Festigkeit und Elastizität von Beton mit hoher Festigkeit (1954). Von <i>O. Graf</i> . 9,10 EUR		

## Heft

- 140: Versuche mit Betonformstählen (1963).  
Von *H. Rüschi* und *G. Rehm*.  
16,00 EUR
- 141: Das spiegeloptische Verfahren (1962).  
Von *H. Weidemann* und *W. Koepcke*.  
9,90 EUR
- 142: Einpressmörtel für Spannbeton (1960).  
Von *W. Albrecht* und *H. Schmidt*.  
7,30 EUR
- 143: Gas- und Schaumbeton: Rostschutz der Bewehrung.  
Von *W. Albrecht* und *H. Schäffler*.  
Festigkeit der Biegedruckzone (1961).  
Von *H. Rüschi* und *R. Sell*.  
15,00 EUR
- 144: Versuche über die Festigkeit und die Verformung von Beton bei Druck-Schwellbeanspruchung.  
Über den Einfluss der Größe der Proben auf die Würfeldruckfestigkeit von Beton (1962).  
Von *K. Gaede*.  
14,50 EUR
- 145: Schubversuche an Stahlbeton-Rechteckbalken mit gleichmäßig verteilter Belastung.  
Von *H. Rüschi*, *F. R. Haugli* und *H. Mayer*.  
Stahlbetonbalken bei gleichzeitiger Einwirkung von Querkraft und Moment (1962).  
Von *F. R. Haugli*.  
15,50 EUR
- 146: Der Einfluss der Zementart, des Wasser-Zement-Verhältnisses und des Belastungsalters auf das Kriechen von Beton.  
Von *A. Hummel*, *K. Wesche* und *W. Brand*.  
Der Einfluss des mineralogischen Charakters der Zuschläge auf das Kriechen von Beton (1962).  
Von *H. Rüschi*, *K. Kordina* und *H. Hilsdorf*.  
31,20 EUR
- 147: Versuche zur Bestimmung der Übertragungslänge von Spannstählen.  
Von *H. Rüschi* und *G. Rehm*.  
Ermittlung der Eigenspannungen und der Eintragungslänge bei Spannbetonfertigteilen (1963).  
Von *K. Gaede*.  
12,20 EUR
- 148: Der Einfluss von Bügeln und Druckstäben auf das Verhalten der Biegedruckzone von Stahlbetonbalken (1963).  
Von *H. Rüschi* und *S. Stöckl*.  
14,80 EUR
- 149: Über den Zusammenhang zwischen Qualität und Sicherheit im Betonbau (1962).  
Von *H. Blaut*.  
10,00 EUR
- 150: Das Verhalten von Betongelenken bei oftmals wiederholter Druck- und Biegebeanspruchung (1962).  
Von *J. Dix*.  
8,40 EUR
- 151: Versuche an einfeldrigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung (1962).  
Von *F. Leonhardt* und *R. Walther*.  
10,70 EUR
- 152: Versuche an Plattenbalken mit hoher Schubbeanspruchung (1962).  
Von *F. Leonhardt* und *R. Walther*.  
14,80 EUR
- 153: Elastische und plastische Stauchungen von Beton infolge Druckschwell- und Standbelastung (1962).  
Von *A. Mehmehl* und *E. Kern*.  
13,40 EUR

## Heft

- 154: Spannungs-Dehnungs-Linien des Betons und Spannungsverteilung in der Biegedruckzone bei konstanter Dehngeschwindigkeit (1962).  
Von *C. Rasch*.  
14,10 EUR
- 155: Einfluss des Zementleimgehaltes und der Versuchsmethode auf die Kenngrößen der Biegedruckzone von Stahlbetonbalken.  
Von *H. Rüschi* und *S. Stöckl*.  
Einfluss der Zwischenlagen auf Streuung und Größe der Spaltzugfestigkeit von Beton (1963).  
Von *R. Sell*.  
10,60 EUR
- 156: Schubversuche an Plattenbalken mit unterschiedlicher Schubbewehrung (1963).  
Von *F. Leonhardt* und *R. Walther*.  
15,90 EUR
- 157: Verformungsverhalten von Beton bei zweiachsiger Beanspruchung (1963).  
Von *H. Weigler* und *G. Becker*.  
11,10 EUR
- 158: Rückprallprüfung von Beton mit dichtem Gefüge.  
Von *K. Gaede* und *E. Schmidt*.  
Konsistenzmessung von Beton (1964).  
Von *W. Albrecht* und *H. Schäffler*.  
11,00 EUR
- 159: Die Beanspruchung des Verbundes zwischen Spannglied und Beton (1964).  
Von *H. Kupfer*.  
6,60 EUR
- 160: Versuche mit Betonformstählen; Teil II. (1963).  
Von *H. Rüschi* und *G. Rehm*.  
11,70 EUR
- 161: Modellstatische Untersuchung punktförmig gestützter schiefwinkliger Platten unter besonderer Berücksichtigung der elastischen Auflagnachgiebigkeit (1964).  
Von *A. Mehmehl* und *H. Weise*.  
vergriffen
- 162: Verhalten von Stahlbeton und Spannbeton beim Brand (1964).  
Von *H. Seekamp*, *W. Becker*, *W. Struck*, *K. Kordina* und *H.-J. Wierig*.  
vergriffen
- 163: Schubversuche an Durchlaufträgern (1964).  
Von *F. Leonhardt* und *R. Walther*.  
20,70 EUR
- 164: Verhalten von Beton bei hohen Temperaturen (1964).  
Von *H. Weigler*, *R. Fischer* und *H. Dettling*.  
13,20 EUR
- 165: Versuche mit Betonformstählen Teil III. (1964).  
Von *H. Rüschi* und *G. Rehm*.  
12,20 EUR
- 166: Berechnungstabellen für schiefwinkliger Fahrbahnplatten von Straßenbrücken (1967).  
Von *H. Rüschi*, *A. Hergenröder* und *I. Mungan*.  
vergriffen
- 167: Frostwiderstand und Porengefüge des Betons, Beziehungen und Prüfverfahren.  
Von *A. Schäfer*.  
Der Einfluss von mehlfinen Zuschlagstoffen auf die Eigenschaften von Einpressmörteln für Spannkä-näle, Einpressversuche an langen Spannkä-nälen (1965).  
Von *W. Albrecht*.  
14,80 EUR

## Heft

- 168: Versuche mit Ausfallkörnungen.  
Von *W. Albrecht* und *H. Schäffler*.  
Der Einfluss der Zementsteinporen auf die Widerstandsfähigkeit von Beton im Seewasser.  
Von *K. Wesche*.  
Das Verhalten von jungem Beton gegen Frost.  
Von *F. Henkel*.  
Zur Frage der Verwendung von Bolzensetzgeräten zur Ermittlung der Druckfestigkeit von Beton (1965).  
Von *K. Gaede*.  
13,10 EUR
- 169: Versuche zum Studium des Einflusses der Rissbreite auf die Rostbildung an der Bewehrung von Stahlbetonbauteilen.  
Von *G. Rehm* und *H. Moll*.  
Über die Korrosion von Stahl im Beton (1965).  
Von *H. L. Moll*.  
vergriffen
- 170: Beobachtungen an alten Stahlbetonbauteilen hinsichtlich Carbonatisierung des Betons und Rostbildung an der Bewehrung.  
Von *G. Rehm* und *H. L. Moll*.  
Untersuchung über das Fortschreiten der Carbonatisierung an Betonbauwerken, durchgeführt im Auftrage der Abteilung Wasserstraßen des Bundesverkehrsministeriums, zusammengestellt von *H.-J. Kleinschmidt*.  
Tiefe der carbonatisierten Schicht alter Betonbauten, Untersuchungen an Betonproben, durchgeführt vom Forschungsinstitut für Hochofenschlacke, Rheinhäusen, und vom Laboratorium der westfälischen Zementindustrie, Beckum, zusammengestellt im Forschungsinstitut der Zementindustrie des Vereins Deutscher Zementwerke e.V. Düsseldorf (1965).  
15,70 EUR
- 171: Knickversuche mit Zweigelenrahmen aus Stahlbeton (1965).  
Von *W. Hochmann* und *S. Röbert*.  
10,30 EUR
- 172: Untersuchungen über den Stoßverlauf beim Aufprall von Kraftfahrzeugen auf Stützen und Rahmenstiele aus Stahlbeton (1965).  
Von *C. Popp*.  
10,70 EUR
- 173: Die Bestimmung der zweiachsigen Festigkeit des Betons (1965).  
Zusammenfassung und Kritik früherer Versuche und Vorschlag für eine neue Prüfmethode.  
Von *H. Hilsdorf*.  
8,40 EUR
- 174: Untersuchungen über die Tragfähigkeit netzbewehrter Betonsäulen (1965).  
Von *H. Weigler* und *J. Henzel*.  
8,40 EUR
- 175: Betongelenke. Versuchsbericht, Vorschläge zur Bemessung und konstruktiven Ausbildung.  
Von *F. Leonhardt* und *H. Reimann*.  
Kritische Spannungszustände des Betons bei mehrachsiger ruhender Kurzzeitbelastung (1965).  
Von *H. Reimann*.  
vergriffen
- 176: Zur Frage der Dauerfestigkeit von Spannbetonbauteilen (1966).  
Von *M. Mayer*.  
9,60 EUR
- 177: Umlagerung der Schnittkräfte in Stahlbetonkonstruktionen. Grundlagen der Berechnung bei statisch unbestimmten Tragwerken unter Berücksichtigung der plastischen Verformungen (1966).  
Von *P. S. Rao*.  
12,00 EUR



- | Heft  | Heft  | Heft  |
|---|---|---|
| 178: Wandartige Träger (1966).<br>Von <i>F. Leonhardt</i> und <i>R. Walther</i> .<br>vergriffen   | 192: Die mitwirkende Breite der Gurte von<br>Plattenbalken (1967).<br>Von <i>W. Koepcke</i> und <i>G. Denecke</i> .<br>vergriffen   | 205: Versuche an wendelbewehrten Stahl-<br>betonsäulen unter kurz- und langfristig<br>wirkenden zentrischen Lasten (1969).<br>Von <i>H. Rüschi</i> und <i>S. Stöckl</i> .<br>12,00 EUR  |
| 179: Veränderlichkeit der Biege- und Schub-<br>steifigkeit bei Stahlbetontragwerken<br>und ihr Einfluss auf Schnittkraftverteil-<br>ung und Traglast bei statisch unbe-<br>stimmter Lagerung (1966).<br>Von <i>W. Dilger</i> . 13,10 EUR  | 193: Bauschäden als Folge der Durchbie-<br>gung von Stahlbeton-Bauteilen (1967).<br>Von <i>H. Mayer</i> und <i>H. Rüschi</i> .<br>13,10 EUR   | 206: Statistische Analyse der Betonfestig-<br>keit (1969).<br>Von <i>H. Rüschi</i> , <i>R. Sell</i> und <i>R. Rack-<br/>witz</i> . 8,40 EUR   |
| 180: Knicken von Stahlbetonstäben mit<br>Rechteckquerschnitt unter Kurzzeit-<br>belastung – Berechnung mit Hilfe von<br>automatischen Digitalrechenanlagen<br>(1966).<br>Von <i>A. Blaser</i> . 8,40 EUR  | 194: Die Berechnung der Durchbiegung von<br>Stahlbeton-Bauteilen (1967).<br>Von <i>H. Mayer</i> . vergriffen  | 207: Versuche zur Dauerfestigkeit von<br>Leichtbeton.<br>Von <i>R. Sell</i> und <i>C. Zelger</i> .<br>Versuche zur Festigkeit der Biege-<br>druckzone. Einflüsse der Querschnitts-<br>form (1969).<br>Von <i>S. Stöckl</i> und <i>H. Rüschi</i> .<br>13,10 EUR  |
| 181: Brandverhalten von Stahlbetonplat-<br>ten – Einflüsse von Schutzschichten.<br>Von <i>K. Kordina</i> und <i>P. Bornemann</i> .<br>Grundlagen für die Bemessung der<br>Feuerwiderstandsdauer von Stahlbe-<br>tonplatten (1966).<br>Von <i>P. Bornemann</i> . 10,70 EUR   | 195: 5 Versuche zum Studium der Verfor-<br>mungen im Querkraftbereich eines<br>Stahlbetonbalkens (1967).<br>Von <i>H. Rüschi</i> und <i>H. Mayer</i> .<br>12,00 EUR   | 208: Zur Frage der Rissbildung durch<br>Eigen- und Zwängspannungen infolge<br>Temperatur in Stahlbetonbauteilen<br>(1969).<br>Von <i>H. Falkner</i> . vergriffen  |
| 182: Karbonatisierung von Schwerbeton.<br>Von <i>A. Meyer</i> , <i>H.-J. Wierig</i> und<br><i>K. Husmann</i> .<br>Einfluss von Luftkohlenensäure und<br>Feuchtigkeit auf die Beschaffenheit<br>des Betons als Korrosionsschutz für<br>Stahleinlagen (1967).<br>Von <i>F. Schröder</i> , <i>H.-G. Smolczyk</i> ,<br><i>K. Grade</i> , <i>R. Vinkeloe</i> und <i>R. Roth</i> .<br>12,90 EUR | 196: Tastversuche über den Einfluss von<br>vorangegangenen Dauerlasten auf die<br>Kurzzeitfestigkeit des Betons.<br>Von <i>S. Stöckl</i> .<br>Kennzahlen für das Verhalten einer<br>rechteckigen Biegedruckzone von<br>Stahlbetonbalken unter kurzzeitiger<br>Belastung (1967).<br>Von <i>H. Rüschi</i> und <i>S. Stöckl</i> .<br>13,60 EUR                                   | 209: Festigkeit und Verformung von Gasbe-<br>ton unter zweiaxialer Druck-Zug-Bean-<br>spruchung.<br>Von <i>R. Sell</i> .<br>Versuche über den Verbund bei be-<br>wehrtem Gasbeton (1970).<br>Von <i>R. Sell</i> und <i>C. Zelger</i> .<br>12,00 EUR   |
| 183: Das Kriechen des Zementsteins im<br>Beton und seine Beeinflussung durch<br>gleichzeitiges Schwinden (1966).<br>Von <i>W. Ruetz</i> . 8,40 EUR  | 197: Brandverhalten durchlaufender Stahl-<br>betonrippendecken.<br>Von <i>H. Seekamp</i> und <i>W. Becker</i> .<br>Brandverhalten kreuzweise bewehrter<br>Stahlbetonrippendecken.<br>Von <i>J. Stanke</i> .<br>Vergrößerung der Betondeckung als<br>Feuerschutz von Stahlbetonplatten,<br>1. und 2. Teil (1967).<br>Von <i>H. Seekamp</i> und <i>W. Becker</i> .<br>14,10 EUR | 210: Schubversuche mit indirekter Kraft-<br>einleitung. Versuche zum Studium der<br>Verdübelungswirkung der Biegezug-<br>bewehrung eines Stahlbetonbalkens<br>(1970).<br>Von <i>T. Baumann</i> und <i>H. Rüschi</i> .<br>14,40 EUR  |
| 184: Untersuchungen über den Einfluss<br>einer Nachverdichtung und eines An-<br>striches auf Festigkeit, Kriechen und<br>Schwinden von Beton (1966).<br>Von <i>H. Hilsdorf</i> und <i>K. Finsterwalder</i> .<br>8,40 EUR  | 198: Festigkeit und Verformung von unbe-<br>wehrtem Beton unter konstanter Dau-<br>erlast (1968).<br>Von <i>H. Rüschi</i> , <i>R. Sell</i> , <i>C. Rasch</i> ,<br><i>E. Grasser</i> , <i>A. Hummel</i> , <i>K. Wesche</i><br>und <i>H. Flatten</i> . 13,30 EUR  | 211: Elektronische Berechnung des in ei-<br>nem Stahlbetonbalken im gerissenen<br>Zustand auftretenden Kräftezustandes<br>unter besonderer Berücksichtigung des<br>Querkraftbereiches (1970).<br>Von <i>D. Jungwirth</i> . 15,80 EUR  |
| 185: Das unterschiedliche Verformungsver-<br>halten der Rand- und Kernzonen von<br>Beton (1966).<br>Von <i>S. Stöckl</i> . 9,60 EUR   | 199: Die Berechnung ebener Kontinua mit-<br>tels der Stabwerkmethodik – Anwen-<br>dung auf Balken mit einer rechteckigen<br>Öffnung (1968).<br>Von <i>A. Krebs</i> und <i>F. Haas</i> .<br>10,70 EUR  | 212: Einfluss der Krümmung von Spann-<br>gliedern auf den Spannweg.<br>Von <i>C. Zelger</i> und <i>H. Rüschi</i> .<br>Über den Erhaltungszustand 20 Jahre<br>alter Spannbetonträger (1970).<br>Von <i>K. Kordina</i> und <i>N. V. Waubke</i> .<br>9,60 EUR  |
| 186: Betone aus Sulfathüttenzement in hö-<br>herem Alter (1966).<br>Von <i>K. Wesche</i> und <i>W. Manns</i> .<br>8,40 EUR  | 200: Dauerschwingfestigkeit von Beton-<br>stählen im einbetonierten Zustand.<br>Von <i>H. Wascheidt</i> .<br>Betongelenke unter wiederholten<br>Gelenkverdrehungen (1968).<br>Von <i>G. Franz</i> und <i>H.-D. Fein</i> .<br>11,70 EUR  | 213: Vierseitig gelagerte Stahlbetonhohl-<br>platten. Versuche, Berechnung und<br>Bemessung (1970).<br>Von <i>H. Aster</i> . vergriffen   |
| 187: Zur Frage des Einflusses der Ausbil-<br>dung der Auflager auf die Querkraft-<br>tragfähigkeit von Stahlbetonbalken.<br>Von <i>K. Gaede</i> .<br>Schwingungsmessungen an Massiv-<br>brücken (1966).<br>Von <i>B. Brückmann</i> . 9,60 EUR   | 201: Schubversuche an indirekt gelagerten,<br>einfeldrigen und durchlaufenden Stahl-<br>betonbalken (1968).<br>Von <i>F. Leonhardt</i> , <i>R. Walther</i> und<br><i>W. Dilger</i> . 9,60 EUR   | 214: Verlängerung der Feuerwiderstands-<br>dauer von Stahlbetonstützen durch<br>Anwendung von Bekleidungen oder<br>Ummantelungen.<br>Von <i>W. Becker</i> und <i>J. Stanke</i> .<br>Über das Verhalten von Zementmörtel<br>und Beton bei höheren Temperaturen<br>(1970).<br>Von <i>R. Fischer</i> . 15,30 EUR |
| 188: Verformungsversuche an Stahlbeton-<br>balken mit hochfestem Bewehrungs-<br>stahl (1967).<br>Von <i>G. Franz</i> und <i>H. Brenker</i> .<br>12,00 EUR   | 202: Torsions- und Schubversuche an vor-<br>gespannten Hohlkastenträgern.<br>Von <i>F. Leonhardt</i> , <i>R. Walther</i> und<br><i>O. Vogler</i> .<br>Torsionsversuche an einem Kunstharz-<br>modell eines Hohlkastenträgers (1968).<br>Von <i>D. Feder</i> . 12,00 EUR   | 215: Brandversuche an Stahlbetonfertig-<br>stützen, 2. und 3. Teil (1970).<br>Von <i>W. Becker</i> und <i>J. Stanke</i> .<br>15,30 EUR  |
| 189: Die Tragfähigkeit von Decken aus Glas-<br>stahlbeton (1967).<br>Von <i>C. Zelger</i> . 10,70 EUR   | 203: Festigkeit und Verformung von Beton<br>unter Zugspannungen (1969).<br>Von <i>H. G. Heilmann</i> , <i>H. Hilsdorf</i> und<br><i>K. Finsterwalder</i> . 14,40 EUR  | 216: Schnittkrafttafeln für den Entwurf<br>kreiszyklischer Tonnenkettendächer<br>(1971).<br>Von <i>A. Mehmehl</i> , <i>W. Kruse</i> , <i>S. Samaan</i><br>und <i>H. Schwarz</i> . 20,90 EUR   |
| 190: Festigkeit der Biegedruckzone – Ver-<br>gleich von Prismen- und Balkenver-<br>suchen (1967).<br>Von <i>H. Rüschi</i> , <i>K. Kordina</i> und<br><i>S. Stöckl</i> . 8,40 EUR  | 204: Tragverhalten ausmittig beanspruchter<br>Stahlbetondruckglieder (1969).<br>Von <i>A. Mehmehl</i> , <i>H. Schwarz</i> , <i>K. H.</i><br><i>Kasperek</i> und <i>J. Makovi</i> . 12,00 EUR  | 217: Tragwirkung orthogonaler Beweh-<br>rungsnetze beliebiger Richtung in<br>Flächentragwerken aus Stahlbeton<br>(1972).<br>Von <i>T. Baumann</i> . vergriffen  |
| 191: Experimentelle Bestimmung der Span-<br>nungsverteilung in der Biegedruckzo-<br>ne.<br>Von <i>C. Rasch</i> .<br>Stützmomente kreuzweise bewehrter<br>durchlaufender Rechteckbetonplatten<br>(1967).<br>Von <i>H. Schwarz</i> . 9,60 EUR   |   |   |

Heft	Heft	Heft
218: Versuche zur Schubsicherung und Momentendeckung von profilierten Stahlbetonbalken (1972). Von <i>H. Kupfer</i> und <i>T. Baumann</i> . 11,00 EUR	228: Zusammenhang zwischen Oberflächenbeschaffenheit, Verbund und Sprengwirkung von Bewehrungsstählen unter Kurzzeitbelastung (1973). Von <i>H. Martin</i> . 12,60 EUR	239: Torsionsversuche an Stahlbetonbalken (1974). Von <i>F. Leonhardt</i> und <i>G. Schelling</i> . 20,30 EUR
219: Die Tragfähigkeit von Stahlsteindecken. Von <i>C. Zelger</i> und <i>F. Daschner</i> . Bewehrte Ziegelstürze (1972). Von <i>C. Zelger</i> . 10,20 EUR	229: Das Verhalten des Betons unter mehrachsiger Kurzzeitbelastung unter besonderer Berücksichtigung der zweiachsigen Beanspruchung. Von <i>H. Kupfer</i> . Bau und Erprobung einer Versuchseinrichtung für zweiachsige Belastung (1973). Von <i>H. Kupfer</i> und <i>C. Zelger</i> . 19,30 EUR	240: Hilfsmittel zur Berechnung der Schnittgrößen und Formänderungen von Stahlbetontragwerken nach DIN 1045 Ausgabe Juli 1988 [3. überarbeitete Auflage (1991)]. Von <i>E. Grasser</i> und <i>G. Thielen</i> . 19,30 EUR
220: Bemessung von Beton- und Stahlbetonbauteilen nach DIN 1045, Ausgabe Januar 1972. [2. überarbeitete Auflage (1979)] – Biegung mit Längskraft, Schub, Torsion. Von <i>E. Grasser</i> . Nachweis der Knicksicherheit. Von <i>K. Kordina</i> und <i>U. Quast</i> . 26,90 EUR	230: Erwärmungsvorgänge in balkenartigen Stahlbetonteilen unter Brandbeanspruchung (1975). Von <i>H. Ehm</i> , <i>K. Kordina</i> und <i>R. v. Postel</i> . 20,30 EUR	241: Abplatzversuche an Prüfkörpern aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton bei verschiedenen Temperaturbeanspruchungen (1974). Von <i>C. Meyer-Ottens</i> . 9,70 EUR
220 (En): Design of Concrete and Reinforced Concrete Members in Accordance with DIN 1045 December 1978 Edition – Bending with Axial Force, Shear, Torsion. By <i>E. Grasser</i> . Analysis of Safety against Buckling. By <i>K. Kordina</i> and <i>U. Quast</i> 2nd revised edition. 26,90 EUR	231: Die Versuchsberichte des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton. Inhaltsübersicht der Hefte 1 bis 230 (1973). Von <i>O. Graf</i> und <i>H. Deutschmann</i> . 10,10 EUR	242: Verhalten von verzinkten Spannstählen und Bewehrungsstählen. Von <i>G. Rehm</i> , <i>A. Lämmke</i> , <i>U. Nürnberger</i> , <i>G. Rieche</i> sowie <i>H. Martin</i> und <i>A. Rauen</i> . Löten von Betonstahl (1974). Von <i>D. Russwurm</i> . 20,30 EUR
221: Festigkeit und Verformung von Innenwandknoten in der Tafelbauweise. Von <i>H. Kupfer</i> . Die Druckfestigkeit von Mörtelfugen zwischen Betonfertigteilen. Von <i>E. Grasser</i> und <i>F. Daschner</i> . Tragfähigkeit (Schubfestigkeit) von Deckenauflagen im Fertigteilbau (1972). Von <i>R. v. Halász</i> und <i>G. Tantom</i> . 14,30 EUR	232: Bestimmung physikalischer Eigenschaften des Zementsteins. Von <i>F. Wittmann</i> . Verformung und Bruchvorgang poröser Baustoffe bei kurzzeitiger Belastung und unter Dauerlast (1974). Von <i>F. Wittmann</i> und <i>J. Zaitsev</i> . 14,30 EUR	243: Ultraschall-Impulstechnik bei Fertigteilen. Von <i>G. Rehm</i> , <i>N. V. Waubke</i> und <i>J. Neisecke</i> . Untersuchungen an ausgebauten Spanngliedern (1975). Von <i>A. Röhrisch</i> . 15,50 EUR
222: Druck-Stöße von Bewehrungsstäben – Stahlbetonstützen mit hochfestem Stahl St 90 (1972). Von <i>F. Leonhardt</i> und <i>K.-T. Teichen</i> . 9,70 EUR	233: Stichprobenprüfpläne und Annahmekennlinien für Beton (1973). Von <i>H. Blaut</i> . 7,90 EUR	244: Elektronische Berechnung der Auswirkungen von Kriechen und Schwinden bei abschnittsweise hergestellten Verbundstabwerken (1975). Von <i>D. Schade</i> und <i>W. Haas</i> . 7,10 EUR
223: Spanngliedverankerungen im Inneren von Bauteilen. Von <i>J. Eibl</i> und <i>G. Iványi</i> . Teilweise Vorspannung (1973). Von <i>R. Walther</i> und <i>N. S. Bhal</i> . 12,30 EUR	234: Finite Elemente zur Berechnung von Spannbeton-Reaktordruckbehältern (1973). Von <i>J. H. Argyris</i> , <i>G. Faust</i> , <i>J. R. Roy</i> , <i>J. Szimmat</i> , <i>E. P. Warnke</i> und <i>K. J. Willam</i> . 13,10 EUR	245: Die Kornfestigkeit künstlicher Zuschlagstoffe und ihr Einfluss auf die Betonfestigkeit. Von <i>R. Sell</i> . Druckfestigkeit von Leichtbeton (1974). Von <i>K. D. Schmidt-Hurtienne</i> . 17,40 EUR
224: Zusammenwirken von einzelnen Fertigteilen als großflächige Scheibe (1973). Von <i>G. Mehlhorn</i> . vergriffen	235: Untersuchungen zum heißen Liner als Innenwand für Spannbetondruckbehälter für Leichtwasserreaktoren (1973). Von <i>J. Meyer</i> und <i>W. Spandick</i> . vergriffen	246: Untersuchungen über den Querstoß beim Aufprall von Kraftfahrzeugen auf Gründungspfähle aus Stahlbeton und Stahl (1974). Von <i>C. Popp</i> . 17,20 EUR
225: Mikrobeton für modellstatische Untersuchungen (1972). Von <i>A.-H. Burggrabe</i> . 13,20 EUR	236: Tragfähigkeit und Sicherheit von Stahlbetonstützen unter ein- und zweiachsig exzentrischer Kurzzeit- und Dauerbelastung (1974). Von <i>R. F. Warner</i> . 8,30 EUR	247: Temperatur und Zwangsspannung im Konstruktions-Leichtbeton infolge Hydratation. Von <i>H. Weigler</i> und <i>J. Nicolay</i> . Dauerschwell- und Betriebsfestigkeit von Konstruktions-Leichtbeton (1975). Von <i>H. Weigler</i> und <i>W. Freitag</i> . 13,70 EUR
226: Tragfähigkeit von Zugschlaufenstößen. Von <i>F. Leonhardt</i> , <i>R. Walther</i> und <i>H. Dieterle</i> . Haken- und Schlaufenverbindungen in biegebeanspruchten Platten. Von <i>G. Franz</i> und <i>G. Timm</i> . Übergreifungsvollstöße mit hakenförmig gebogenen Rippenstählen (1973). Von <i>K. Kordina</i> und <i>G. Fuchs</i> . 14,10 EUR	237: Spannbeton-Reaktordruckbehälter: Studie zur Erfassung spezieller Betoneigenschaften im Reaktordruckbehälterbau. Von <i>J. Eibl</i> , <i>N. V. Waubke</i> , <i>W. Klingsch</i> , <i>U. Schneider</i> und <i>G. Rieche</i> . Parameterberechnungen an einem Referenzbehälter. Von <i>J. Szimmat</i> und <i>K. Willam</i> . Einfluss von Werkstoffeigenschaften auf Spannungs- und Verformungszustände eines Spannbetonbehälters (1974). Von <i>V. Hansson</i> und <i>F. Stangenberg</i> . 13,10 EUR	248: Zur Frage der Abplatzungen an Bauteilen aus Beton bei Brandbeanspruchungen (1975). Von <i>C. Meyer-Ottens</i> . 8,40 EUR
227: Schubversuche an Spannbetonträgern (1973). Von <i>F. Leonhardt</i> , <i>R. Koch</i> und <i>F.-S. Rostásy</i> . 26,80 EUR	238: Einfluss wirklichkeitsnahen Werkstoffverhaltens auf die kritischen Kipplasten schlanker Stahlbeton- und Spannbetonträger. Von <i>G. Mehlhorn</i> . Berechnung von Stahlbetonscheiben im Zustand II bei Annahme eines wirklichkeitsnahen Werkstoffverhaltens (1974). Von <i>K. Dörr</i> , <i>G. Mehlhorn</i> , <i>W. Stauder</i> und <i>D. Uhlisch</i> . 16,70 EUR	249: Schlag-Biegeversuch mit unterschiedlich bewehrten Stahlbetonbalken (1975). Von <i>C. Popp</i> . 10,00 EUR
		250: Langzeitversuche an Stahlbetonstützen. Von <i>K. Kordina</i> . Einfluss des Kriechens auf die Ausbiegung schlanker Stahlbetonstützen (1975). Von <i>K. Kordina</i> und <i>R. F. Warner</i> . 11,10 EUR
		251: Versuche an wandbewehrten Stahlbetonsäulen unter exzentrischer Belastung (1975). Von <i>S. Stöckl</i> und <i>B. Menne</i> . 10,70 EUR

Heft	Heft	Heft
252: Beständigkeit verschiedener Betonarten in Meerwasser und in sulfathaltigem Wasser (1975). Von <i>H. T. Schröder, O. Hallauer</i> und <i>W. Scholz.</i> 15,50 EUR	267: Zur Mindestbewehrung für Zwang von Außenwänden aus Stahlleichtbeton. Von <i>F. S. Rostásy, R. Koch</i> und <i>F. Leonhardt.</i> Versuche zum Tragverhalten von Druckübergreifungsstößen in Stahlbetonwänden (1976). Von <i>F. Leonhardt, F. S. Rostásy</i> und <i>M. Patzak.</i> 15,00 EUR	280: Nichtisothermer Feuchtetransport in dickwandigen Betonteilen von Reaktordruckbehältern. Von <i>K. Kiessl</i> und <i>K. Gertis.</i> Zur Wärme- und Feuchtigkeitsleitung in Beton. Von <i>J. Hundt.</i> Einfluss des Wassergehalts auf die Eigenschaften des erhärteten Betons (1977). Von <i>M. J. Setzer.</i> 14,40 EUR
253: Spannbeton-Reaktordruckbehälter-Instrumentierung. Von <i>J. Némethy</i> und <i>R. Angeli.</i> Versuch zur Weiterentwicklung eines Setzdehnmessers (1975). Von <i>C. Zelger.</i> 10,20 EUR	268: Einfluss der Belastungsdauer auf das Verbundverhalten von Stahl in Beton (Verbundkriechen) (1976). Von <i>L. Franke.</i> 8,60 EUR	281: Untersuchungen über das Verhalten von Beton bei schlagartiger Beanspruchung (1977). Von <i>C. Popp.</i> 7,90 EUR
254: Festigkeit und Verformungsverhalten von Beton unter hohen zweiachsigen Dauerbelastungen und Dauerschwellbelastungen. Festigkeit und Verformungsverhalten von Leichtbeton, Gasbeton, Zementstein und Gips unter zweiachsiger Kurzzeitbeanspruchung (1976). Von <i>D. Linse</i> und <i>A. Stegbauer.</i> 13,10 EUR	269: Zugspannung und Dehnung in unbewehrten Betonquerschnitten bei exzentrischer Belastung (1976). Von <i>H. G. Heilmann.</i> 15,50 EUR	282: Vorausbestimmung der Spannkraftverluste infolge Dehnungsbehinderung (1977). Von <i>R. Walther, U. Utescher</i> und <i>D. Schreck.</i> 8,90 EUR
255: Zur Frage der zulässigen Rissbreite und der erforderlichen Betondeckung im Stahlbetonbau unter besonderer Berücksichtigung der Karbonatisierungstiefe des Betons (1976). Von <i>P. Schiessl.</i> vergriffen	270: Eine Formulierung des zweiachialen Verformungs- und Bruchverhaltens von Beton und deren Anwendung auf die wirkkeitsnahe Berechnung von Stahlbetonplatten (1976). Von <i>J. Link.</i> 14,40 EUR	283: Technische Möglichkeiten zur Erhöhung der Zugfestigkeit von Beton (1977). Von <i>G. Rehm, P. Diem</i> und <i>R. Zimbelmann.</i> 13,10 EUR
256: Wärme- und Feuchtigkeitsleitung in Beton unter Einwirkung eines Temperaturgefälles (1975). Von <i>J. Hundt.</i> 15,80 EUR	271: Untersuchungen an 20 Jahre alten Spannbetonträgern (1976). Von <i>R. Bühner, K.-F. Müller, H. Martin</i> und <i>J. Ruhnau.</i> 13,10 EUR	284: Experimentelle und theoretische Untersuchungen zur Lasteintragung in die Bewehrung von Stahlbetondruckgliedern (1977). Von <i>F. P. Müller</i> und <i>W. Eisenbiegler.</i> 8,20 EUR
257: Bruchsicherheitsberechnung von Spannbeton-Druckbehältern (1976). Von <i>K. Schimmelpfennig.</i> 13,30 EUR	272: Die Dynamische Relaxation und ihre Anwendung auf Spannbeton-Reaktordruckbehälter (1976). Von <i>W. Zerna.</i> 13,70 EUR	285: Zur Traglast der ausmittig gedrückten Stahlbetonstütze mit Umschnürungsbewehrung (1977). Von <i>B. Menne.</i> 8,60 EUR
258: Hygrische Transportphänomene in Baustoffen (1976). Von <i>K. Gertis, K. Kiesl, H. Werner</i> und <i>V. Wolfseher.</i> 13,10 EUR	273: Schubversuche an Balken mit veränderlicher Trägerhöhe (1977). Von <i>F. S. Rostásy, K. Roeder</i> und <i>F. Leonhardt.</i> 9,70 EUR	286: Versuche über Teilflächenbelastung von Normalbeton (1977). Von <i>P. Wurm</i> und <i>F. Daschner.</i> 10,70 EUR
259: Entwicklung eines integrierten Spannbetondruckbehälters für wassergekühlte Reaktoren (SBB Typ „Stern“ mit Stützkessel) (1976). Von <i>G. Jüptner, H. Kumpf, G. Molz, B. Neunert</i> und <i>O. Seidl.</i> 11,50 EUR	274: Witterungsbeständigkeit von Beton, 2. Bericht (1977). Von <i>K. Walz</i> und <i>E. Hartmann.</i> 8,40 EUR	287: Spannbetonbehälter für Siedewasserreaktoren mit einer Leistung von 1600 MWe (1977). Von <i>F. Bremer</i> und <i>W. Spandick.</i> 6,80 EUR
260: Studie zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton (1976). Von <i>J. Eibl</i> und <i>G. Iványi.</i> 26,80 EUR	275: Schubversuche an Balken und Platten bei gleichzeitigem Längszug (1977). Von <i>F. Leonhardt, F. S. Rostásy, J. MacGregor</i> und <i>M. Patzak.</i> 11,00 EUR	288: Tragverhalten von aus Fertigteilen zusammengesetzten Scheiben. Von <i>G. Mehlhorn</i> und <i>H. Schwing.</i> Versuche zur Schubtragfähigkeit verzahnter Fugen (1977). Von <i>G. Mehlhorn, H. Schwing</i> und <i>K.-R. Berg.</i> vergriffen
261: Der Einfluss radioaktiver Strahlung auf die mechanischen Eigenschaften von Beton (1976). Von <i>H. Hilsdorf, J. Kropp</i> und <i>H.-J. Koch.</i> 8,40 EUR	276: Versuche an zugbeanspruchten Übergreifungsstößen von Rippenstählen (1977). Von <i>S. Stöckl, B. Menne</i> und <i>H. Kuper.</i> 15,50 EUR	289: Prüfverfahren zur Beurteilung von Rostschutzmitteln für die Bewehrung von Gasbeton. Von <i>W. Manns, H. Schneider, R. Schönfelder.</i> Frostwiderstand von Beton. Von <i>W. Manns</i> und <i>E. Hartmann.</i> Zum Einfluss von Mineralölen auf die Festigkeit von Beton (1977). Von <i>W. Manns</i> und <i>E. Hartmann.</i> 8,60 EUR
262: Experimentelle Bestimmung des räumlichen Spannungszustandes eines Reaktordruckbehältermodells (1976). Von <i>R. Stöver.</i> 13,10 EUR	277: Versuchsergebnisse zur Festigkeit und Verformung von Beton bei mehraxialer Druckbeanspruchung – Results of Test Concerning Strength and Strain of Concrete Subjected to Multiaxial Compressive Stresses (1977). Von <i>G. Schickert</i> und <i>H. Winkler.</i> 17,20 EUR	290: Studie über den Abbruch von Spannbeton-Reaktordruckbehältern. Von <i>K. Kleiser, K. Essig, K. Cerff</i> und <i>H. K. Hilsdorf.</i> Grundlagen eines Modells zur Beschreibung charakteristischer Eigenschaften des Betons (1977). Von <i>F. H. Wittmann.</i> 14,40 EUR
263: Bruchfestigkeit und Bruchverformung von Beton unter mehraxialer Belastung bei Raumtemperatur (1976). Von <i>F. Bremer</i> und <i>F. Steinsdörfer.</i> 7,60 EUR	278: Berechnungen von Temperatur- und Feuchtefeldern in Massivbauten nach der Methode der Finiten Elemente (1977). Von <i>J. H. Argyris, E. P. Warnke</i> und <i>K. J. Willam.</i> 10,10 EUR	291: Übergreifungsstöße von Rippenstäben unter schwellender Belastung. Von <i>G. Rehm</i> und <i>R. Eligehausen.</i> Übergreifungsstöße geschweißter Betonstahlmatten (1977). Von <i>G. Rehm, R. Tewes</i> und <i>R. Eligehausen.</i> 10,70 EUR
264: Spannbeton-Reaktordruckbehälter mit heißer Dichthaut für Druckwasserreaktoren (1976). Von <i>A. Jungmann, H. Kopp, M. Gangl, J. Némethy, A. Nesitka, W. Walluschek-Wallfeld</i> und <i>J. Mutzl.</i> 10,70 EUR	279: Finite Elementberechnung von Spannbeton-Reaktordruckbehältern. Von <i>J. H. Argyris, G. Faust, J. Szimmat, E. P. Warnke</i> und <i>K. J. Willam.</i> Zur Konvertierung von SMART I (1977). Von <i>J. H. Argyris, J. Szimmat</i> und <i>K. J. Willam.</i> 11,50 EUR	
265: Traglast von Stahlbetondruckgliedern unter schiefer Biegung (1976). Von <i>K. Kordina, K. Rafta</i> und <i>O. Hjorth.</i> 11,80 EUR		
266: Das Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonbrückenpfeilern mit Rollenlagern (1976). Von <i>K. Liermann.</i> 12,90 EUR		

## Heft

- 292: Lösung versuchstechnischer Fragen bei der Ermittlung des Festigkeits- und Verformungsverhaltens von Beton unter dreiachsiger Belastung (1978).  
Von *D. Linse*. 8,40 EUR
- 293: Zur Messtechnik für die Sicherheitsbeurteilung und -überwachung von Spannbeton-Reaktordruckbehältern (1978).  
Von *N. Czaika, N. Mayer, C. Amberg, G. Magiera, G. Andreae* und *W. Markowski*. 11,50 EUR
- 294: Studien zur Auslegung von Spannbetondruckbehältern für wassergekühlte Reaktoren (1978).  
Von *K. Schimmelpfennig, G. Bäätjer, U. Eckstein, U. Ick* und *S. Wrage*. 10,70 EUR
- 295: Kriech- und Relaxationsversuche an sehr altem Beton.  
Von *H. Trost, H. Cordes* und *G. Abele*. Kriechen und Rückkriechen von Beton nach langer Lasteinwirkung.  
Von *P. Probst* und *S. Stöckl*. Versuche zum Einfluss des Belastungsalters auf das Kriechen von Beton (1978).  
Von *K. Wesche, I. Schrage* und *W. vom Berg*. 14,40 EUR
- 296: Die Bewehrung von Stahlbetonbauteilen bei Zwangsbeanspruchung infolge Temperatur (1978).  
Von *P. Noakowski*. vergriffen
- 297: Einfluss des Feuchtigkeitsgehaltes und des Reifegrades auf die Wärmeleitfähigkeit von Beton.  
Von *J. Hundt* und *A. Wagner*. Sorptionsuntersuchungen am Zementstein, Zementmörtel und Beton (1978).  
Von *J. Hundt* und *H. Kantelberg*. 8,60 EUR
- 298: Erfahrungen bei der Prüfung von temporären Korrosionsschutzmitteln für Spannstähle.  
Von *G. Rieche* und *J. Delille*. Untersuchungen über den Korrosionsschutz von Spannstählen unter Spritzbeton (1978).  
Von *G. Rehm, U. Nürnberger* und *R. Zimbelmann*. 8,10 EUR
- 299: Versuche an dickwandigen, unbewehrten Betonringen mit Innendruckbeanspruchung (1978).  
Von *J. Neuner, S. Stöckl* und *E. Grasser*. 8,60 EUR
- 300: Hinweise zu DIN 1045, Ausgabe Dezember 1978. Bearbeitet von *D. Bertram* und *H. Deutschmann*. Erläuterung der Bewehrungsrichtlinien (1979).  
Von *G. Rehm, R. Eligehausen* und *B. Neubert*. vergriffen
- 301: Übergreifungsstöße zugbeanspruchter Rippenstäbe mit geraden Stabenden (1979).  
Von *R. Eligehausen*. 12,90 EUR
- 302: Einfluss von Zusatzmitteln auf den Widerstand von jungem Beton gegen Rissbildung bei scharfem Austrocknen. Spannungsoptische Untersuchungen zum Tragverhalten von zugbeanspruchten Übergreifungsstößen (1979).  
Von *M. Betzle*. 8,60 EUR
- 303: Querkraftschlüssige Verbindung von Stahlbetondeckenplatten (1979).  
Von *H. Paschen* und *V. C. Zillich*. 10,70 EUR

## Heft

- 304: Kunstharzgebundene Glasfaserstäbe als Bewehrung im Betonbau.  
Von *G. Rehm* und *L. Franke*. Zur Frage der Krafteinleitung in kunstharzgebundene Glasfaserstäbe (1979).  
Von *G. Rehm, L. Franke* und *M. Patzak*. 9,40 EUR
- 305: Vorherbestimmung und Kontrolle des thermischen Ausdehnungskoeffizienten von Beton (1979).  
Von *S. Ziegeldorf, K. Kleiser* und *H. K. Hilsdorf*. 7,30 EUR
- 306: Dreidimensionale Berechnung eines Spannbetonbehälters mit heißer Dichthaut für einen 1500 MWe Druckwasserreaktor (1979).  
Von *E. Ettel, H. Hinterleitner, J. Németh, A. Jungmann* und *H. Kopp*. 8,10 EUR
- 307: Zur Bemessung der Schubbewehrung von Stahlbetonbalken mit möglichst gleichmäßiger Zuverlässigkeit (1979).  
Von *W. Moosacker*. 8,10 EUR
- 308: Tragfähigkeit auf schrägen Druck von Brückenstegen, die durch Hüllrohre geschwächt sind.  
Von *R. Koch* und *F. S. Rostásy*. Spannungszustand aus Vorspannung im Bereich gekrümmter Spannglieder (1979).  
Von *V. Cornelius* und *G. Mehlhorn*. 10,10 EUR
- 309: Kunstharzmörtel und Kunstharzbetone unter Kurzzeit- und Dauerstandbelastung.  
Von *G. Rehm, L. Franke* und *K. Zeus*. Langzeituntersuchungen an epoxidharzverklebten Zementmörtelprismen (1980).  
Von *P. Jagfeld*. 10,00 EUR
- 310: Teilweise Vorspannung – Verbundfestigkeit von Spanngliedern und ihre Bedeutung für Rissbildung und Rissbreitenbeschränkung (1980).  
Von *H. Trost, H. Cordes, U. Thormaehlen* und *H. Hagen*. 19,90 EUR
- 311: Segmentäre Spannbetonträger im Brückenbau (1980).  
Von *K. Guckenberger, F. Daschner* und *H. Kupfer*. 18,00 EUR
- 312: Schwellenwerte beim Betondruckversuch (1980).  
Von *G. Schickert*. 18,00 EUR
- 313: Spannungs-Dehnungs-Linien von Leichtbeton.  
Versuche zum Kriechen und Schwinden von hochfestem Leichtbeton (1980).  
Von *P. Probst* und *S. Stöckl*. 14,50 EUR
- 314: Kurzzeitverhalten von extrem leichten Betonen, Druckfestigkeit und Formänderungen.  
Von *K. Bastgen* und *K. Wesche*. Die Schubtragfähigkeit bewehrter Platten und Balken aus dampfgehärtetem Gasbeton nach Versuchen (1980).  
Von *D. Briesemann*. 22,30 EUR
- 315: Bestimmung der Beulsicherheit von Schalen aus Stahlbeton unter Berücksichtigung der physikalisch-nicht-linearen Materialeigenschaften (1980).  
Von *W. Zerna, I. Mungan* und *W. Steffen*. 7,60 EUR

## Heft

- 316: Versuche zur Bestimmung der Tragfähigkeit stumpf gestoßener Stahlbetonfertigteilstützen (1980).  
Von *H. Paschen* und *V. C. Zillich*. vergriffen
- 317: Untersuchungen über die Schwingfestigkeit geschweißter Betonstahlverbindungen (1981).  
Teil 1: Schwingfestigkeitsversuche.  
Von *G. Rehm, W. Harre* und *D. Russwurm*.  
Teil 2: Werkstoffkundliche Untersuchungen.  
Von *G. Rehm* und *U. Nürnberger*. 17,20 EUR
- 318: Eigenschaften von feuerverzinkten Überzügen auf kaltumgeformten Betonrippenstählen und Betonstahlmatten aus kaltgewalztem Betonrippenstahl. Technologische Eigenschaften von kaltgeformten Betonrippenstählen und Betonstahlmatten aus kaltgewalztem Betonrippenstahl nach einer Feuerverzinkung (1981).  
Von *U. Nürnberger*. 9,40 EUR
- 319: Vollstöße durch Übergreifung von zugbeanspruchten Rippenstählen in Normalbeton.  
Von *M. Betzle, S. Stöckl* und *H. Kupfer*. Vollstöße durch Übergreifung von zugbeanspruchten Rippenstählen in Leichtbeton.  
Von *S. Stöckl, M. Betzle* und *G. Schmidt-Thrö*. Verbundverhalten von Betonstählen, Untersuchung auf der Grundlage von Ausziehversuchen.  
Von *H. Martin* und *P. Noakowski*. Ermittlung der Verbundspannungen an gedrückten einbetonierten Betonstählen (1981).  
Von *F. P. Müller* und *W. Eisenbiegler*. 25,20 EUR
- 320: Erläuterungen zu DIN 4227 Spannbeton.  
Teil 1: Bauteile aus Normalbeton mit beschränkter oder voller Vorspannung, Ausgabe 07.88  
Teil 2: Bauteile mit teilweiser Vorspannung, Ausgabe 05.84  
Teil 3: Bauteile in Segmentbauart; Bemessung und Ausführung der Fugen, Ausgabe 12.83  
Teil 4: Bauteile aus Spannleichtbeton, Ausgabe 02.86  
Teil 5: Einpressen von Zementmörtel in Spannkäme, Ausgabe 12.79  
Teil 6: Bauteile mit Vorspannung ohne Verbund, Ausgabe 05.82 (1989).  
Zusammengestellt von *D. Bertram*. 34,30 EUR
- 321: Leichtzuschlag-Beton mit hohem Gehalt an Mörtelporen (1981).  
Von *H. Weigler, S. Karl* und *C. Jaegermann*. 6,20 EUR
- 322: Biegebemessung von Stahlleichtbeton, Ableitung der Spannungsverteilung in der Biegedruckzone aus Prismenversuchen als Grundlage für DIN 4219.  
Von *E. Grasser* und *P. Probst*. Versuche zur Aufnahme der Umlenkkräfte von gekrümmten Bewehrungsstäben durch Betondeckung und Bügel (1981).  
Von *J. Neuner* und *S. Stöckl*. 14,50 EUR
- 323: Zum Schubtragverhalten stabförmiger Stahlbetonelemente (1981).  
Von *R. Mallée*. 10,70 EUR

## Heft

- 324: Wärmeausdehnung, Elastizitätsmodul, Schwinden, Kriechen und Restfestigkeit von Reaktorbeton unter einachsiger Belastung und erhöhten Temperaturen.  
Von *H. Aschl* und *S. Stöckl*.  
Versuche zum Einfluss der Belastungshöhe auf das Kriechen des Betons (1981).  
Von *S. Stöckl*. 15,90 EUR
- 325: Großmodellversuche zur Spanngliederreibung (1981).  
Von *H. Cordes*, *K. Schütt* und *H. Trost*. 10,70 EUR
- 326: Blockfundamente für Stahlbetonfertigtstützen (1981).  
Von *H. Dieterle* und *A. Steinle*.  
vergriffen
- 327: Versuche zur Knicksicherung von druckbeanspruchten Bewehrungsstäben (1981).  
Von *J. Neuner* und *S. Stöckl*. 8,60 EUR
- 328: Zum Tragfähigkeitsnachweis für Wand-Decken-Knoten im Großtafelbau (1982).  
Von *E. Hasse*. 14,50 EUR
- 329: Sachstandbericht Massengbeton.  
Von *Deutscher Beton-Verein e.V.*  
Untersuchungen an einem über 20 Jahre alten Spannbetonträger der Pliensau-  
brücke Esslingen am Neckar (1982).  
Von *K. Schäfer* und *H. Scheef*. 8,60 EUR
- 330: Zusammenstellung und Beurteilung von Messverfahren zur Ermittlung der Beanspruchungen in Stahlbetonbauteilen (1982).  
Von *H. Twelmeier* und *J. Schneefuß*. 12,10 EUR
- 331: Kleben im konstruktiven Betonbau (1982).  
Von *G. Rehm* und *L. Franke*. 12,40 EUR
- 332: Anwendungsgrenzen von vereinfachten Bemessungsverfahren für schlanke, zweiachsig ausmittig beanspruchte Stahlbetondruckglieder.  
Von *P. C. Olsen* und *U. Quast*.  
Traglast von Druckgliedern mit vereinfachter Bügelbewehrung unter Feuerangriff.  
Von *A. Haksever* und *R. Hass*.  
Traglast von Druckgliedern mit vereinfachter Bügelbewehrung unter Normaltemperatur und Kurzzeitbeanspruchung (1982).  
Von *K. Kordina* und *R. Mester*. 15,00 EUR
- 333: Festschrift „75 Jahre Deutscher Ausschuß für Stahlbeton“ (1982).  
Von *D. Bertram*, *E. Bornemann*, *N. Bunke*, *H. Goffin*, *D. Jungwirth*, *K. Kordina*, *H. Kupfer*, *J. Schlaich*, *B. Wedler* und *W. Zerna*. 22,60 EUR
- 334: Versuche an Spannbetonbalken unter kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion (1982).  
Von *M. Teutsch* und *K. Kordina*. 10,20 EUR
- 335: Versuche zum Tragverhalten von segmentären Spannbetonträgern – Vergleichende Auswertung für Epoxidharz- und Zementmörtelfugen (1982).  
Von *H. Kupfer*, *K. Guckenberger* und *F. Daschner*. 10,70 EUR

## Heft

- 336: Tragfähigkeit und Verformung von Stahlbetonbalken unter Biegung und gleichzeitigem Zwang infolge Auflager-verschiebung (1982).  
Von *K. Kordina*, *F. S. Rostásy* und *B. Svensvik*. 10,70 EUR
- 337: Verhalten von Beton bei hohen Temperaturen – Behaviour of Concrete at High Temperatures (1982).  
Von *U. Schneider*. 15,50 EUR
- 338: Berechnung des zeitabhängigen Verhaltens von Stahlbetonplatten unter Last- und Zwangsbeanspruchung im ungerissenen und gerissenen Zustand (1982).  
Von *G. Schaper*. 13,40 EUR
- 339: Stützenstöße im Stahlbeton-Fertigteilbau mit unbewehrten Elastomerglagern (1982).  
Von *F. Müller*, *H. R. Sasse* und *U. Thor-mählen*.  
vergriffen
- 340: Durchlaufende Deckenkonstruktionen aus Spannbetonfertigteileplatten mit ergänzender Ortbetonschicht – Continuous Skin Stressed Slabs (1982).  
Behaviour in Bending (Biegetrageverhalten).  
Von *J. Rosenthal* und *E. Bljoger*.  
Schubtragverhalten (Behaviour in Shear).  
Von *F. Daschner* und *H. Kupfer*. 11,60 EUR
- 341: Zum Ansatz der Betonzugfestigkeit bei den Nachweisen zur Trag- und Gebrauchsfähigkeit von unbewehrten und bewehrten Betonbauteilen (1983).  
Von *M. Jahn*. 8,60 EUR
- 342: Dynamische Probleme im Stahlbetonbau –  
Teil I: Der Baustoff Stahlbeton unter dynamischer Beanspruchung (1983).  
Von *F. P. Müller*, *E. Keintzel* und *H. Charlier*. 18,80 EUR
- 343: Versuche zum Kriechen und Schwinden von hochfestem Leichtbeton. Versuche zum Rückkriechen von hochfestem Leichtbeton (1983).  
Von *P. Hofmann* und *S. Stöckl*. 8,10 EUR
- 344: Versuche zur Teilflächenbelastung von Leichtbeton für tragende Konstruktionen.  
Von *H. G. Heilmann*.  
Teilflächenbelastung von Normalbeton – Versuche an bewehrten Scheiben (1983).  
Von *P. Wurm* und *F. Daschner*. 12,60 EUR
- 345: Experimentelle Ermittlung der Steifigkeiten von Stahlbetonplatten (1983).  
Von *H. Schäfer*, *K. Schneider* und *H. G. Schäfer*. 11,60 EUR
- 346: Tragfähigkeit geschweißter Verbindungen im Betonfertigteilebau.  
Von *E. Czieielski* und *M. Friedmann*.  
Versuche zur Ermittlung der Tragfähigkeit in Beton eingespannter Rundstahldollen aus nichtrostendem austenitischem Stahl.  
Von *G. Utescher* und *H. Hermann*.  
Untersuchungen über in Beton eingelassene Scherbolzen aus Betonstahl (1983).  
Von *H. Paschen* und *T. Schönhoff*.  
vergriffen

## Heft

- 347: Wirkung der Endhaken bei Vollstößen durch Übergreifung von zugbeanspruchten Rippenstählen.  
Von *G. Schmidt-Thrö*, *S. Stöckl* und *M. Betzle*.  
Übergreifungs-Halbstoß mit kurzem Längsversatz ( $l_v = 0,5 l_d$ ) bei zugbeanspruchten Rippenstählen in Leichtbeton.  
Von *M. Betzle*, *S. Stöckl* und *H. Kupfer*.  
Rissflächen im Beton im Bereich von Übergreifungsstößen zugbeanspruchter Rippenstähle (1983).  
Von *M. Betzle*, *S. Stöckl* und *H. Kupfer*. 17,40 EUR
- 348: Tragfähigkeit querkraftschlüssiger Fugen zwischen Stahlbeton-Fertigteildeckenelementen (1983).  
Von *H. Paschen* und *V. C. Zillich*.  
vergriffen
- 349: Bestimmung des Wasserzementwertes von Frischbeton (1984).  
Von *H. K. Hilsdorf*. 10,70 EUR
- 350: Spannbetonbauteile in Segmentbauart unter kombinierter Beanspruchung aus Torsion, Biegung und Querkraft.  
Von *K. Kordina*, *M. Teutsch* und *V. Weber*.  
Rissbildung von Segmentbauteilen in Abhängigkeit von Querschnittsausbildung und Spannstahlverbundeigenschaften.  
Von *K. Kordina* und *V. Weber*.  
Einfluss der Ausbildung unbewehrter Pressfugen auf die Tragfähigkeit von schrägen Druckstreben in den Stegen von Segmentbauteilen (1984).  
Von *K. Kordina* und *V. Weber*. 16,70 EUR
- 351: Belastungs- und Korrosionsversuche an teilweise vorgespannten Balken.  
Von *Günter Schelling* und *Ferdinand S. Rostásy*.  
Teilweise Vorspannung – Plattenversuche (1984).  
Von *Kassian Janovic* und *Herbert Kupfer*. 23,90 EUR
- 352: Empfehlungen für brandschutztechnisch richtiges Konstruieren von Betonbauwerken.  
Von *K. Kordina* und *L. Krampf*.  
Möglichkeiten, nachträglich die in einem Betonbauteil während eines Schadenfeuers aufgetretenen Temperaturen abzuschätzen.  
Von *A. Haksever* und *L. Krampf*.  
Brandverhalten von Decken aus Glasstahlbeton nach DIN 1045 (Ausg. 12.78), Abschn. 20.3.  
Von *C. Meyer-Ottens*.  
Eindringen von Chlorid-Ionen aus PVC-Abbrand in Stahlbetonbauteile – Literaturauswertung (1984).  
Von *K. Wesche*, *G. Neroth* und *J. W. Weber*.  
vergriffen
- 353: Einpressmörtel mit langer Verarbeitungszeit.  
Von *W. Manns* und *R. Zimbelmann*.  
Auswirkung von Fehlstellen im Einpressmörtel auf die Korrosion des Spannstahls.  
Von *G. Rehm*, *R. Frey* und *D. Funk*.  
Korrosionsverhalten verzinkter Spannstähle in gerissenem Beton (1984).  
Von *U. Nürnberger*. 30,60 EUR
- 354: Bewehrungsführung in Ecken und Rahmenendknoten.  
Von *Karl Kordina*.  
Vorschläge zur Bemessung rechteckiger und kranzförmiger Konsolen insbesondere unter exzentrischer Belastung aufgrund neuer Versuche (1984).  
Von *Heinrich Paschen* und *Hermann Malonn*.  
vergriffen

- | Heft  | Heft  | Heft   |
|---|---|--|
| 355: Untersuchungen zur Vorspannung ohne Verbund.<br>Von <i>Heinrich Trost, Heiner Cordes</i> und <i>Bernhard Weller</i> .<br>Anwendung der Vorspannung ohne Verbund.<br>Von <i>Karl Kordina, Josef Hegger</i> und <i>Manfred Teutsch</i> .<br>Ermittlung der wirtschaftlichen Bewehrung von Flachdecken mit Vorspannung ohne Verbund (1984).<br>Von <i>Karl Kordina, Manfred Teutsch</i> und <i>Josef Hegger</i> . 20,90 EUR | 367: Verbundverhalten von Bewehrungsstäben unter Dauerbelastung in Normal- und Leichtbeton.<br>Von <i>Kassian Janovic</i> .<br>Übergreifungsstöße geschweißter Betonstahlmatten.<br>Von <i>Gallus Rehm</i> und <i>Rüdiger Tewes</i> .<br>Übergreifungsstöße geschweißter Betonstahlmatten in Stahlleichtbeton (1986).<br>Von <i>Gallus Rehm</i> und <i>Rüdiger Tewes</i> . 14,50 EUR  | 375: Grundlagen und Verfahren für den Knicksicherheitsnachweis von Druckgliedern aus Konstruktionsleichtbeton.<br>Von <i>Roland Molzahn</i> .<br>Einfluss des Kriechens auf Ausbiegung und Tragfähigkeit schlanker Stützen aus Konstruktionsleichtbeton (1986).<br>Von <i>Roland Molzahn</i> . 13,40 EUR   |
| 356: Korrosionsschutz von Bauwerken, die im Gleitschalungsbau errichtet wurden (1984).<br>Von <i>Karl Kordina</i> und <i>Siegfried Droese</i> . 16,70 EUR   | 368: Fugen und Aussteifungen in Stahlbetonskelettbauten (1986).<br>Von <i>Bernd Hock, Kurt Schäfer</i> und <i>Jörg Schlaich</i> . vergriffen  | 376: Trag- und Verformungsfähigkeit von Stützen bei großen Zwangsverschiebungen der Decken.<br>Von <i>Peter Steidle</i> und <i>Kurt Schäfer</i> .<br>Versuche an Stützen mit Normalkraft und Zwangsverschiebungen (1986).<br>Von <i>Rolf Wohlfahrt</i> und <i>Rainer Koch</i> . 22,60 EUR  |
| 357: Konstruktion, Bemessung und Sicherheit gegen Durchstanzen von balkenlosen Stahlbetondecken im Bereich der Innenstützen (1984).<br>Von <i>Udo Schaefer</i> . vergriffen   | 369: Versuche zum Verhalten unterschiedlicher Stahlsorten in stoßbeanspruchten Platten (1986).<br>Von <i>Josef Eibl</i> und <i>Klaus Kreuser</i> . 13,40 EUR  | 377: Versuche zur Schubtragwirkung von profilierten Stahlbeton- und Spannbetonträgern mit überdrückten Gurtplatten (1986).<br>Von <i>Herbert Kupfer</i> und <i>Klaus Guckenberger</i> . 14,00 EUR  |
| 358: Kriechen von Beton unter hoher zentrischer und exzentrischer Druckbeanspruchung (1985).<br>Von <i>Emil Grasser</i> und <i>Udo Kraemer</i> . 15,30 EUR  | 370: Einfluss von Rissen auf die Dauerhaftigkeit von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen.<br>Von <i>Peter Schießl</i> .<br>Dauerhaftigkeit von Spanngliedern unter zyklischen Beanspruchungen.<br>Von <i>Heiner Cordes</i> .<br>Beurteilung der Betriebsfestigkeit von Spannbetonbrücken im Koppelfugenbereich unter besonderer Berücksichtigung einer möglichen Rissbildung.<br>Von <i>Gert König</i> und <i>Hans-Christian Gerhardt</i> .<br>Nachweis zur Beschränkung der Rissbreite in den Normen des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton (1986).<br>Von <i>Eilhard Wölfel</i> . vergriffen  | 378: Versuche über das Verbundverhalten von Rippenstäben bei Anwendung des Gleitbauverfahrens.<br>Teilbericht I:<br>Ausziehversuche, Proben in Utting hergestellt.<br>Von <i>Gerfried Schmidt-Thrö</i> und <i>Siegfried Stöckl</i> .<br>Teilbericht II:<br>Versuche zur Bestimmung charakteristischer Betoneigenschaften bei Anwendung des Gleitbauverfahrens.<br>Von <i>Gerfried Schmidt-Thrö, Siegfried Stöckl</i> und <i>Herbert Kupfer</i> .<br>Teilbericht III:<br>Ausziehversuche und Versuche an Übergreifungsstößen, Proben in Berlin bzw. Köln hergestellt.<br>Von <i>Klaus Kluge, Gerfried Schmidt-Thrö, Siegfried Stöckl</i> und <i>Herbert Kupfer</i> .<br>Einfluss der Probekörperform und der Messpunktanordnung auf die Ergebnisse von Ausziehversuchen (1986).<br>Von <i>Gerfried Schmidt-Thrö, Siegfried Stöckl</i> und <i>Herbert Kupfer</i> . 27,40 EUR |
| 359: Versuche zur Ermüdungsbeanspruchung der Schubbewehrung von Stahlbetonträgern.<br>Von <i>Klaus Guckenberger, Herbert Kupfer</i> und <i>Ferdinand Daschner</i> .<br>Vorgespannte Schubbewehrung (1985).<br>Von <i>Jürgen Ruhnau</i> und <i>Herbert Kupfer</i> . 25,20 EUR  | 371: Tragfähigkeit durchstanzgefährdeter Stahlbetonplatten-Entwicklung von Bemessungsvorschlägen (1986).<br>Von <i>Karl Kordina</i> und <i>Diedrich Nöbling</i> . vergriffen  | 379: Experimentelle und analytische Untersuchungen zur wirklichkeitsnahen Bestimmung der Bruchschnittgrößen unbewehrter Betonbauteile unter Zugbeanspruchung. (1987).<br>Von <i>Dietmar Scheidler</i> . 16,70 EUR  |
| 360: Festigkeitsverhalten und Strukturveränderungen von Beton bei Temperaturbeanspruchung bis 250 °C (1985).<br>Von <i>Jürgen Seeberger, Jörg Kropp</i> und <i>Hubert K. Hilsdorf</i> . 18,80 EUR   | 372: Literaturstudie zur Schubsisicherung bei nachträglich ergänzten Querschnitten.<br>Von <i>Ferdinand Daschner</i> und <i>Herbert Kupfer</i> .<br>Versuche zur notwendigen Schubbewehrung zwischen Betonfertigteilen und Ortbeton.<br>Von <i>Ferdinand Daschner</i> .<br>Verminderte Schubdeckung in Stahlbeton- und Spannbetonträgern mit Fugen parallel zur Tragrichtung unter Berücksichtigung nicht vorwiegend ruhender Lasten.<br>Von <i>Ingo Nissen, Ferdinand Daschner</i> und <i>Herbert Kupfer</i> .<br>Literaturstudie über Versuche mit sehr hohen Schubspannungen (1986).<br>Von <i>Herbert Kupfer</i> und <i>Ferdinand Daschner</i> . vergriffen | 380: Eigenspannungszustand in Stahl- und Spannbetonkörpern infolge unterschiedlichen thermischen Dehnverhaltens von Beton und Stahl bei tiefen Temperaturen.<br>Von <i>Ferdinand S. Rostásy</i> und <i>Jochen Scheuermann</i> .<br>Verbundverhalten einbetonierten Betonrippenstahls bei extrem tiefer Temperatur.<br>Von <i>Ferdinand S. Rostásy</i> und <i>Jochen Scheuermann</i> .<br>Versuche zur Biegetragfähigkeit von Stahlbetonplattenstreifen bei extrem tiefer Temperatur (1987).<br>Von <i>Günter Wiedemann, Jochen Scheuermann, Karl Kordina</i> und <i>Ferdinand S. Rostásy</i> . 19,90 EUR   |
| 361: Beitrag zur Bemessung von schlanken Stahlbetonstützen für schiefe Biegung mit Achsdruck unter Kurzzeit- und Dauerbelastung – Contribution to the Design of Slender Reinforced Concrete Columns Subjected to Biaxial Bending and Axial Compression Considering Short and Long Term Loadings (1985).<br>Von <i>Nelson Szilard Galgoul</i> . 21,50 EUR  | 373: Empfehlungen für die Bewehrungsführung in Rahmenecken und -knoten.<br>Von <i>Karl Kordina, Ehrenfried Schaaff</i> und <i>Thomas Westphal</i> .<br>Das Übertragungs- und Weggrößenverfahren für ebene Stahlbetonstabtragwerke unter Verwendung von Tangentensteifigkeiten (1986).<br>Von <i>Poul Colberg Olsen</i> . vergriffen   | 381: Schubtragverhalten von Spannbetonbauteilen mit Vorspannung ohne Verbund.<br>Von <i>Karl Kordina</i> und <i>Josef Hegger</i> .<br>Systematische Auswertung von Schubversuchen an Spannbetonbalken (1987).<br>Von <i>Karl Kordina</i> und <i>Josef Hegger</i> . 21,50 EUR   |
| 362: Versuche an Konstruktionsleichtbetonbauteilen unter kombinierter Beanspruchung aus Torsion, Biegung und Querkraft (1985).<br>Von <i>Karl Kordina</i> und <i>Manfred Teutsch</i> . 13,40 EUR  | 374: Schwingfestigkeitsverhalten von Betonstählen unter wirklichkeitsnahen Beanspruchungs- und Umgebungsbedingungen (1986).<br>Von <i>Gallus Rehm, Wolfgang Harre</i> und <i>Willibald Beul</i> . 14,50 EUR   |  |
| 363: Versuche zur Mitwirkung des Betons in der Zugzone von Stahlbetonröhren (1985).<br>Von <i>Jörg Schlaich</i> und <i>Hans Schober</i> . 14,50 EUR   |   |  |
| 364: Empirische Zusammenhänge zur Ermittlung der Schubtragfähigkeit stabförmiger Stahlbetonelemente (1985).<br>Von <i>Karl Kordina</i> und <i>Franz Blume</i> . 11,80 EUR   |   |  |
| 365: Experimentelle Untersuchungen bewehrter und hohler Prüfkörper aus Normalbeton mittels eines zwängungsarmen Krafteinleitungssystems (1985).<br>Von <i>Manfred Specht, Rita Schmidt</i> und <i>Hartmut Kappes</i> . 16,10 EUR  |   |  |
| 366: Grundsätzliche Untersuchungen zum Geräteeinfluss bei der mehraxialen Druckprüfung von Beton (1985).<br>Von <i>Helmut Winkler</i> . 29,00 EUR   |   |  |

- | Heft  | Heft  | Heft  |
|---|---|---|
| 382: Berechnen und Bemessen von Verbundprofilstäben bei Raumtemperatur und unter Brandeinwirkung (1987).<br>Von <i>Otto Jungbluth</i> und <i>Werner Gradwohl</i> . 16,70 EUR  | 392: Dynamische Probleme im Stahlbetonbau – Teil II: Stahlbetonbauteile und -bauwerke unter dynamischer Beanspruchung (1988).<br>Von <i>Josef Eibl</i> , <i>Einar Keintzel</i> und <i>Hermann Charlier</i> . vergriffen   | 402: Kunststoffbeschichtete Betonstähle (1989).<br>Von <i>Gallus Rehm</i> , <i>Rainer Blum</i> , <i>Elke Fielker</i> , <i>Reinhard Frey</i> , <i>Dieter Junginger</i> , <i>Bernhard Kipp</i> , <i>Peter Langer</i> , <i>Klaus Menzel</i> und <i>Ferdinand Nagel</i> . 29,00 EUR   |
| 383: Unbewehrter und bewehrter Beton unter Wechselbeanspruchung (1987).<br>Von <i>Helmut Weigler</i> und <i>Karl-Heinz Rings</i> . 12,10 EUR  | 393: Querschnittsbericht zur Rissbildung in Stahl- und Spannbetonkonstruktionen.<br>Von <i>Rolf Eligehausen</i> und <i>Helmut Kreller</i> .<br>Korrosion von Stahl in Beton – einschließlich Spannbeton (1988).<br>Von <i>Ulf Nürnberger</i> , <i>Klaus Menzel</i> und <i>Armin Löhr</i> und <i>Reinhard Frey</i> . vergriffen  | 403: Wassergehalt von Beton bei Temperaturen von 100 °C bis 500 °C im Bereich des Wasserdampfpartialdruckes von 0 bis 5,0 MPa.<br>Von <i>Wilhelm Manns</i> und <i>Bernd Neubert</i> .<br>Permeabilität und Porosität von Beton bei hohen Temperaturen (1989).<br>Von <i>Ulrich Schneider</i> und <i>Hans Joachim Herbst</i> . 14,00 EUR         |
| 384: Einwirkung von Streusalzen auf Betone unter gezielt praxisnahen Bedingungen (1987).<br>Von <i>Reinhard Frey</i> . 7,80 EUR   | 394: Nachweisverfahren für Verankerung, Verformung, Zwangbeanspruchung und Rissbreite. Kontinuierliche Theorie der Mitwirkung des Betons auf Zug. Rechenhilfen für die Praxis (1988).<br>Von <i>Piotr Noakowski</i> . vergriffen  | 404: Verhalten von Beton bei mäßig erhöhten Betriebstemperaturen (1989).<br>Von <i>Harald Budelmann</i> . 24,70 EUR   |
| 385: Das Schubtragverhalten schlanker Stahlbetonbalken – Theoretische und experimentelle Untersuchungen für Leicht- und Normalbeton.<br>Von <i>Helmut Kirmair</i> .<br>Rissverhalten im Schubbereich von Stahlleichtbetonträgern (1987).<br>Von <i>Kassian Janovic</i> . 18,80 EUR  | 395: Berechnung von Temperatur-, Feuchte- und Verschiebungsfeldern in erhärteten Betonbauteilen nach der Methode der finiten Elemente (1988).<br>Von <i>Holger Hamfler</i> . 30,00 EUR  | 405: Korrosion und Korrosionsschutz der Bewehrung im Massivbau – neuere Forschungsergebnisse – Folgerungen für die Praxis – Hinweise für das Regelwerk (1990).<br>Von <i>Ulf Nürnberger</i> . vergriffen  |
| 386: Das Tragverhalten von Beton – Einfluss der Festigkeit und der Erhärtingsbedingungen (1987).<br>Von <i>Helmut Weigler</i> und <i>Eike Bielak</i> . 13,40 EUR  | 396: Rissbreitenbeschränkung und Mindestbewehrung bei Eigenspannungen und Zwang (1988).<br>Von <i>Manfred Puche</i> . 31,20 EUR   | 406: Die Berechnung von ebenen, in ihrer Ebene belasteten Stahlbetonbauteilen mit der Methode der Finiten Elemente (1990).<br>Von <i>Günter Borg</i> . vergriffen   |
| 387: Tragverhalten quadratischer Einzelfundamente aus Stahlbeton.<br>Von <i>Hannes Dieterle</i> und <i>Ferdinand S. Rostásy</i> .<br>Zur Bemessung quadratischer Stützenfundamente aus Stahlbeton unter zentrischer Belastung mit Hilfe von Bemessungsdiagrammen (1987).<br>Von <i>Hannes Dieterle</i> . 23,10 EUR  | 397: Spezielle Fragen beim Schweißen von Betonstählen.<br>Gleichmaßdehnung von Betonstählen (1989).<br>Von <i>Dieter Rußwurm</i> . 16,10 EUR  | 407: Zwang und Rissbildung in Wänden auf Fundamenten (1990).<br>Von <i>Ferdinand S. Rostásy</i> und <i>Wolfgang Henning</i> . 25,70 EUR   |
| 388: Wandartige Träger mit Auflagerverstärkungen und vertikalen Arbeitsfugen (1987).<br>Von <i>Jens Götsche</i> und <i>Heinrich Twelmeier</i> . 17,80 EUR   | 398: Zur Faltwerkwirkung der Stahlbetontreppen (1989).<br>Von <i>Hans-Heinrich Osteroth</i> . vergriffen  | 408: Druck und Querkzug in bewehrten Betonelementen.<br>Von <i>Kurt Schäfer</i> , <i>Günther Schelling</i> und <i>Thomas Kuchler</i> .<br>Altersabhängige Beziehung zwischen der Druck- und Zugfestigkeit von Beton im Bauwerk – Bauwerkszugfestigkeit – (1990).<br>Von <i>Ferdinand S. Rostásy</i> und <i>Ernst-Holger Ranisch</i> . 25,70 EUR |
| 389: Verankerung der Bewehrung am Endauflager bei einachsiger Querverpressung.<br>Von <i>Gerfried Schmidt-Thrö</i> , <i>Siegfried Stöckl</i> und <i>Herbert Kupfer</i> .<br>Einfluss einer einachsigen Querverpressung und der Verankerungslänge auf das Verbundverhalten von Rippenstählen im Beton.<br>Von <i>Gerfried Schmidt-Thrö</i> , <i>Siegfried Stöckl</i> und <i>Herbert Kupfer</i> .<br>Rissflächen im Beton im Bereich einer auf Zug beanspruchten Stabverankerung (1988).<br>Von <i>Gerfried Schmidt-Thrö</i> . 27,90 EUR  | 399: Das Bewehren von Stahlbetonbauteilen – Erläuterungen zu verschiedenen gebräuchlichen Bauteilen (1993).<br>Von <i>Rolf Eligehausen</i> und <i>Roland Gerster</i> . 25,70 EUR  | 409: Zum nichtlinearen Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonstabtragwerken unter Last- und Zwangseinwirkung (1990).<br>Von <i>Helmut Kreller</i> . 21,50 EUR  |
| 390: Einfluss von Betongüte, Wasserhaushalt und Zeit auf das Eindringen von Chloriden in Beton.<br>Von <i>Gallus Rehm</i> , <i>Ulf Nürnberger</i> , <i>Bernd Neubert</i> und <i>Frank Nenninger</i> .<br>Chloridkorrosion von Stahl in gerissem Beton.<br>A – Bisheriger Kenntnisstand.<br>B – Untersuchungen an der 30 Jahre alten Westmole in Helgoland.<br>C – Auslagerung gerissener, mit unverzinkten und feuerverzinkten Stählen bewehrten Stahlbetonbalken auf Helgoland (1988).<br>Von <i>Gallus Rehm</i> , <i>Ulf Nürnberger</i> und <i>Bernd Neubert</i> . vergriffen | 400: Erläuterungen zu DIN 1045, Beton und Stahlbeton, Ausgabe 07.88.<br>Zusammengestellt von <i>Dieter Bertram</i> und <i>Norbert Bunke</i> .<br>Hinweise für die Verwendung von Zement zu Beton.<br>Von <i>Justus Bonzel</i> und <i>Karsten Rendchen</i> .<br>Grundlagen der Neuregelung zur Beschränkung der Rissbreite.<br>Von <i>Peter Schießl</i> .<br>Erläuterungen zur Richtlinie für Beton mit Fließmitteln und für Fließbeton.<br>Von <i>Justus Bonzel</i> und <i>Eberhard Siebel</i> .<br>Erläuterungen zur Richtlinie Alkali-Reaktion im Beton (1989). 4. Auflage 1994 (3. berichtiger Nachdruck).<br>Von <i>Justus Bonzel</i> , <i>Jürgen Dahms</i> und <i>Jürgen Krell</i> . 38,60 EUR | 410: Kunststoffbeschichtungen auf ständig durchfeuchtetem Beton – Adhäsionseigenschaften, Eignungsprüfkriterien, Beschichtungsgrundsätze (1990).<br>Von <i>Michael Fiebrich</i> . 20,40 EUR   |
| 391: Biegetragverhalten und Bemessung von Trägern mit Vorspannung ohne Verbund.<br>Von <i>Josef Zimmermann</i> .<br>Experimentelle Untersuchung zum Biegetragverhalten von Durchlaufträgern mit Vorspannung ohne Verbund (1988).<br>Von <i>Bernhard Weller</i> . 25,70 EUR  | 401: Anleitung zur Bestimmung des Chloridgehaltes von Beton.<br>Arbeitskreis: Prüfverfahren – Chlorideindringtiefe.<br>Leitung: <i>Rupert Springenschmid</i> .<br>Schnellbestimmung des Chloridgehaltes von Beton.<br>Von <i>Horst Dorner</i> , <i>Günter Kleiner</i> .<br>Bestimmung des Chloridgehaltes von Beton durch Direktpotentiometrie. (1989).<br>Von <i>Horst Dorner</i> . vergriffen   | 411: Untersuchungen über das Tragverhalten von Köcherfundamenten (1990).<br>Von <i>Georg-Wilhelm Mainka</i> und <i>Heinrich Paschen</i> . 22,60 EUR   |
|   |   | 412: Mindestbewehrung zwangbeanspruchter dicker Stahlbetonbauteile (1990).<br>Von <i>Manfred Helmus</i> . 24,70 EUR   |
|   |   | 413: Experimentelle Untersuchungen zur Bestimmung der Druckfestigkeit des gerissenen Stahlbetons bei einer Querkzugbeanspruchung (1990).<br>Von <i>Johann Kollegger</i> und <i>Gerhard Mehlhorn</i> . 27,90 EUR   |
|   |   | 414: Versuche zur Ermittlung von Schalungsdruck und Schalungsreibung im Gleitbau (1990).<br>Von <i>Karl Kordina</i> und <i>Siegfried Droese</i> . 19,30 EUR   |



- | Heft  | Heft  | Heft  |
|---|---|---|
| 415: Programmgesteuerte Berechnung beliebiger Massivbauquerschnitte unter zweiachsiger Biegung mit Längskraft (Programm MASQUE) (1990).<br>Von Dirk Busjaeger und Ulrich Quast.<br>31,20 EUR  | 427: Verminderte Schubdeckung in Betonträgern mit Fugen parallel zur Tragrichtung bei sehr hohen Schubspannungen und nicht vorwiegend ruhenden Lasten (1992).<br>Von Ferdinand Daschner und Herbert Kupfer.<br>14,00 EUR  | 440: Untersuchung zur Durchlässigkeit von faserfreien und faserverstärkten Betonbauteilen mit Trennrissen.<br>Von Masaaki Tsukamoto.<br>Gitterschnittkennwert als Kriterium für die Adhäsionsgüte von Oberflächenschutzsystemen auf Beton (1994).<br>Von Michael Fiebrich.<br>18,30 EUR   |
| 416: Betonbau beim Umgang mit wassergefährdenden Stoffen – Sachstandsbericht (1991).<br>Von Thomas Fehlhaber, Gert König, Siegfried Mängel, Hermann Poll, Hans-Wolf Reinhardt, Carola Reuter, Peter Schießl, Bernd Schnütgen, Gerhard Spanka, Friedhelm Stangenberg, Gerd Thielen und Johann-Dietrich Wörner.<br>37,60 EUR                                | 428: Entwicklung eines Expertensystems zur Beurteilung, Beseitigung und Vorbeugung von Oberflächenschäden an Betonbauteilen (1992).<br>Von Michael Sohni.<br>20,40 EUR  | 441: Physikalisch nichtlineare Berechnung von Stahlbetonplatten im Vergleich zur Bruchlinientheorie (1994).<br>Von Andreas Pardey.<br>36,50 EUR   |
| 417: Stahlbeton- und Spannbetonbauteile bei extrem tiefer Temperatur – Versuche und Berechnungsansätze für Lasten und Zwang (1991).<br>Von Uwe Pusch und Ferdinand S. Rostásy.<br>22,60 EUR   | 429: Der Einfluss mechanischer Spannungen auf den Korrosionswiderstand zementgebundener Baustoffe (1992).<br>Von Ulrich Schneider, Erich Nägele, Frank Dumat und Steffen Holst.<br>20,40 EUR  | 442: Versuche zum Kriechen von Beton bei mehrachsiger Beanspruchung – Auswertung auf der Basis von errechneten elastischen Anfangsverformungen.<br>Von Henric Bierwirth, Siegfried Stöckl und Herbert Kupfer.<br>Kriechen, Rückkriechen und Dauerstandfestigkeit von Beton bei unterschiedlichem Feuchtegehalt und Verwendung von Portlandzement bzw. Portlandkalksteinzement (1994).<br>Von Dirk Nechvatal, Siegfried Stöckl und Herbert Kupfer.<br>20,40 EUR  |
| 418: Warmbehandlung von Beton durch Mikrowellen (1991).<br>Von Ulrich Schneider und Frank Dumat.<br>30,00 EUR   | 430: Standardisierte Nachweise von häufigen D-Bereichen (1992).<br>Von Mattias Jennwein und Kurt Schäfer.<br>20,40 EUR  | 443: Schutz und Instandsetzung von Betonbauteilen unter Verwendung von Kunststoffen – Sachstandsbericht – (1994).<br>Von H. Rainer Sasse u. a.<br>51,60 EUR   |
| 419: Bruchmechanisches Verhalten von Beton unter monotoner und zyklischer Zugbeanspruchung (1991).<br>Von Herbert Duda.<br>17,20 EUR  | 431: Spannungsumlagerungen in Verbundquerschnitten aus Fertigteilen und Ortbeton statisch bestimmter Träger infolge Kriechen und Schwinden unter Berücksichtigung der Rissbildung (1992).<br>Von Günther Ackermann, Erich Raue, Lutz Ebel und Gerhard Setzpfandt.<br>vergriffen | 444: Zum Zug- und Schubtragverhalten von Bauteilen aus hochfestem Beton (1994).<br>Von Gerd Rimmel.<br>23,60 EUR  |
| 420: Versuche zum Kriechen und zur Restfestigkeit von Beton bei mehrachsiger Beanspruchung.<br>Von Norbert Lanig, Siegfried Stöckl und Herbert Kupfer.<br>Kriechen von Beton nach langer Lasteinwirkung.<br>Von Norbert Lanig und Siegfried Stöckl.<br>Frühe Kriechverformungen des Betons (1991).<br>Von Heinrich Trost und Hans Paschmann.<br>24,70 EUR | 432: Lineare und nichtlineare Theorie des Kriechens und der Relaxation von Beton unter Druckbeanspruchung (1992).<br>Von Jing-Hua Shen.<br>12,90 EUR  | 445: Zum Eindringverhalten von Flüssigkeiten und Gasen in ungerissenen Beton.<br>Von Thomas Fehlhaber.<br>Eindringverhalten von Flüssigkeiten in Beton in Abhängigkeit von der Feuchte der Probekörper und der Temperatur.<br>Von Massimo Sosoro und Hans-Wolf Reinhardt.<br>Untersuchung der Dichtheit von Vakuumbeton gegenüber wassergefährdenden Flüssigkeiten (1994).<br>Von Reinhard Frey und Hans-Wolf Reinhardt.<br>27,90 EUR   |
| 421: Entwicklung radiographischer Untersuchungsmethoden des Verbundverhaltens von Stahl und Beton (1991).<br>Von Andrea Steinwedel.<br>22,60 EUR  | 433: Zur chloridinduzierten Makroelementkorrosion von Stahl in Beton (1992).<br>Von Michael Raupach.<br>23,60 EUR   | 446: Modell zur Vorhersage des Eindringverhaltens von organischen Flüssigkeiten in Beton (1995).<br>Von Massimo Sosoro.<br>17,20 EUR  |
| 422: Prüfung von Beton-Empfehlungen und Hinweise als Ergänzung zu DIN 1048 (1991).<br>Zusammengestellt von Norbert Bunke.<br>33,30 EUR  | 434: Beurteilung der Wirksamkeit von Steinkohlenflugaschen als Betonzusatzstoff (1993).<br>Von Franz Sybertz.<br>23,60 EUR  | 447: Versuche zum Verhalten von Beton unter dreiachsiger Kurzzeitbeanspruchung.<br>Tests on the Behaviour of Concrete under Triaxial Shorttime Loading.<br>Von Ulrich Scholz, Dirk Nechvatal, Helmut Aschl, Diethelm Linse, Emil Grasser und Herbert Kupfer.<br>Auswertung von Versuchen zur mehrachsigen Betonfestigkeit, die an der Technischen Universität München durchgeführt wurden.<br>Evaluation of the Multiaxial Strength of Concrete Tested at Technische Universität München.<br>Von Zhenhai Guo, Yunlong Zhou und Dirk Nechvatal.<br>Versuche zur Methode der Verformungsmessung an dreiachsig beanspruchten Betonwürfeln.<br>Tests on Methods for Strain Measurements on Cubic Specimen of Concrete under Triaxial Loading (1995).<br>Von Christian Dialer, Norbert Lanig, Siegfried Stöckl und Célestin Zelger.<br>25,70 EUR |
| 423: Experimentelle Untersuchungen des Trag- und Verformungsverhaltens schlanker Stahlbetondruckglieder mit zweiachsiger Ausmitte.<br>Von Rainer Grzeschkowitz, Karl Kordina und Manfred Teutsch.<br>Erweiterung von Traglastprogrammen für schlanke Stahlbetondruckglieder (1992).<br>Von Rainer Grzeschkowitz und Ulrich Quast.<br>23,60 EUR            | 435: Zur Spannungsumlagerung im Spannbeton bei der Rissbildung unter statischer und wiederholter Belastung (1993).<br>Von Nguyen Viet Tue.<br>18,30 EUR   |   |
| 424: Tragverhalten von Befestigungen unter Querlasten in ungerissenen Beton (1992).<br>Von Werner Fuchs.<br>29,00 EUR   | 436: Zum karbonatisierungsbedingten Verlust der Dauerhaftigkeit von Außenbauteilen aus Stahlbeton (1993).<br>Von Dieter Bunte.<br>27,90 EUR   |   |
| 425: Bemessungshilfsmittel zu Eurocode 2 Teil 1 (DIN V ENV 1992 Teil 1-1, Ausgabe 06.92).<br>Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken (1992).<br>3. ergänzte Auflage 1997.<br>Von Karl Kordina u. a.<br>40,90 EUR   | 437: Festigkeit und Verformung von Beton bei hoher Temperatur und biaxialer Beanspruchung – Versuche und Modellbildung – (1994).<br>Von Karl-Christian Thienel.<br>22,60 EUR  |   |
| 426: Einfluss der Probekörperform auf die Ergebnisse von Ausziehversuchen – Finite-Element-Berechnung – (1992).<br>Von Jürgen Mainz und Siegfried Stöckl.<br>19,30 EUR  | 438: Hochfester Beton, Sachstandsbericht, Teil 1: Betontechnologie und Betoneigenschaften.<br>Teil 2: Bemessung und Konstruktion (1994).<br>Von Gert König, Harald Bergner, Rainer Grimm, Markus Held, Gerd Rimmel und Gerd Simsch.<br>19,30 EUR                                |   |
|   | 439: Ermüdungsfestigkeit von Stahlbeton und Spannbetonbauteilen mit Erläuterungen zu den Nachweisen gemäß CEB-FIP. Model Code 1990 (1994).<br>Von Gert König und Ireneusz Danielewicz.<br>21,50 EUR   |   |



- | Heft   | Heft  | Heft   |
|--|---|--|
| 448: Veränderung des Betongefüges durch die Wirkung von Steinkohlenflugasche und ihr Einfluss auf die Betoneigenschaften (1995).<br>Von <i>Reiner Hårdtl</i> . 18,30 EUR   | Durchlässigkeit von überdrückten Trennrissen im Beton bei Beaufschlagung mit wassergefährdenden Flüssigkeiten.<br>Von <i>Norbert Brauer</i> und <i>Peter Schießl</i> .<br>Untersuchungen zum Eindringen von Flüssigkeiten in Beton, zur Dekontamination von Beton sowie zur Dichtigkeit von Arbeitsfugen (1996).<br>Von <i>Hans Paschmann</i> und <i>Horst Grube</i> .  | 468: Stahlfaserbeton für Dicht- und Verschleißschichten auf Betonkonstruktionen.<br>Von <i>Burkhard Wienke</i> .<br>Einfluss von Stahlfasern auf das Verschleißverhalten von Betonen unter extremen Betriebsbedingungen in Bunkern von Abfallbehandlungsanlagen (1996).<br>Von <i>Thomas Höcker</i> . 26,90 EUR  |
| 449: Wirksame Betonzugfestigkeit im Bauwerk bei früh einsetzendem Temperaturzwang (1995).<br>Von <i>Peter Onken</i> und <i>Ferdinand S. Rostásy</i> . 20,40 EUR  | 458: Umweltverträglichkeit zementgebundener Baustoffe – Sachstandsbericht – (1996).<br>Von <i>Inga Hohberg</i> , <i>Christoph Müller</i> , <i>Peter Schießl</i> und <i>Gerhard Volland</i> . 20,40 EUR  | 469: Schadensablauf bei Korrosion der Spannbewehrung (1996).<br>Von <i>Gert König</i> , <i>Nguyen Viet Tue</i> , <i>Thomas Bauer</i> und <i>Dieter Pommerening</i> . 16,10 EUR   |
| 450: Prüfverfahren und Untersuchungen zum Eindringen von Flüssigkeiten und Gasen in Beton sowie zum chemischen Widerstand von Beton.<br>Von <i>Hans Paschmann</i> , <i>Horst Grube</i> und <i>Gerd Thielen</i> .<br>Untersuchungen zum Eindringen von Flüssigkeiten in Beton sowie zur Verbesserung der Dichtigkeit des Betons (1995).<br>Von <i>Hans Paschmann</i> , <i>Horst Grube</i> und <i>Gerd Thielen</i> . 23,60 EUR   | 459: Bemessen von Stahlbetonbalken und -wandscheiben mit Öffnungen (1996).<br>Von <i>Hermann Ulrich Hottmann</i> und <i>Kurt Schäfer</i> . 26,90 EUR  | 470: Anforderungen an Stahlbetonlager thermischer Behandlungsanlagen für feste Siedlungsabfälle.<br>Von <i>Georg Zimmermann</i> .<br>Temperaturbeanspruchungen in Stahlbetonlagern für feste Siedlungsabfälle (1996).<br>Von <i>Ralf Brüning</i> . 36,50 EUR   |
| 451: Beton als sekundäre Dichtbarriere gegenüber umweltgefährdenden Flüssigkeiten (1995).<br>Von <i>Michael Aufrecht</i> . vergriffen  | 460: Fließverhalten von Flüssigkeiten in durchgehend gerissenen Betonkonstruktionen (1996).<br>Von <i>Christiane Imhof-Zeitler</i> . 32,20 EUR  | 471: Zum Bruchverhalten von hochfestem Beton bei einer Zugbeanspruchung durch formschlüssige Verankerungen (1997).<br>Von <i>Ralf Zeitler</i> . 17,20 EUR  |
| 452: Wöhlerlinien für einbetonierte Spanngliedkopplungen.<br>– Dauerschwingversuche an Spanngliedkopplungen des Litzenspannverfahrens D & W.<br>Von <i>Gert König</i> und <i>Roland Sturm</i> .<br>– Dauerschwingversuche an Spanngliedkopplungen des Bündelspanngliedes BBRV-SUSPA II (1995).<br>Von <i>Gert König</i> und <i>Ireneusz Danielewicz</i> . 16,10 EUR  | 461: Grundlagen für den Entwurf, die Berechnung und konstruktive Durchbildung lager- und fugenloser Brücken (1996).<br>Von <i>Michael Pötzl</i> , <i>Jörg Schlaich</i> und <i>Kurt Schäfer</i> . 21,50 EUR  | 472: Segmentbalken mit Vorspannung ohne Verbund unter kombinierter Beanspruchung aus Torsion, Biegung und Querkraft.<br>Von <i>Horst Falkner</i> , <i>Manfred Teutsch</i> und <i>Zhen Huang</i> .<br>Eurocode 8: Tragwerksplanung von Bauten in Erdbebengebieten Grundlagen, Anforderungen. Vergleich mit DIN 4149 (1997).<br>Von <i>Dan Constantinescu</i> . 16,10 EUR  |
| 453: Ein durchgängiges Ingenieurmodell zur Bestimmung der Querkrafttragfähigkeit im Bruchzustand von Bauteilen aus Stahlbeton mit und ohne Vorspannung der Festigkeitsklassen C 12 bis C 115 (1995).<br>Von <i>Manfred Specht</i> und <i>Hans Scholz</i> . 23,60 EUR   | 462: Umweltgerechter Rückbau und Wiederverwertung mineralischer Baustoffe – Sachstandsbericht (1996).<br>Von <i>Peter Grübl</i> u. a. 32,20 EUR   | 473: Zum Verbundtragverhalten laschenverstärkter Betonbauteile unter nicht vorwiegend ruhender Beanspruchung.<br>Von <i>Christoph Hankers</i> .<br>Ingenieurmodelle des Verbunds geklebter Bewehrung für Betonbauteile (1997).<br>Von <i>Peter Holzenkämpfer</i> . 30,00 EUR   |
| 454: Tragverhalten von randfernen Kopfbolzenverankerungen bei Betonbruch (1995).<br>Von <i>Guochen Zhao</i> . 20,40 EUR  | 463: Contec ES – Computer Aided Consulting für Betonoberflächenschäden (1996).<br>Von <i>Gabriele Funk</i> . vergriffen   | 474: Injizierte Risse unter Medien- und Lasteinfluss.<br>Teil I: Grundlagenversuche.<br>Von <i>Horst Falkner</i> , <i>Manfred Teutsch</i> , <i>Thies Claußen</i> , <i>Jürgen Günther</i> und <i>Sabine Rohde</i> .<br>Teil 2: Bauteiluntersuchungen.<br>Von <i>Hans-Wolf Reinhardt</i> , <i>Massimo Sosoro</i> , <i>Friedrich Paul</i> und <i>Xiao-feng Zhu</i> .<br>Oberflächenschutzmaßnahmen zur Erhöhung der chemischen Dichtungswirkung.<br>Von <i>Klaus Littmann</i> .<br>Korrosionsschutz der Bewehrung bei Einwirkung umweltgefährdender Flüssigkeiten (1997).<br>Von <i>Romain Weydert</i> und <i>Peter Schießl</i> . 27,90 EUR |
| 455: Wasserdurchlässigkeit und Selbstheilung von Trennrissen in Beton (1996).<br>Von <i>Carola Katharina Edvardsen</i> . 23,60 EUR   | 464: Sicherheitserhöhung durch Fugenverminderung – Spannbeton im Umweltbereich.<br>Von <i>Jens Schütte</i> , <i>Manfred Teutsch</i> und <i>Horst Falkner</i> .<br>Fugen in chemisch belasteten Betonbauteilen.<br>Von <i>Hans-Werner Nordhues</i> und <i>Johann-Dietrich Wörner</i> .<br>Durchlässigkeit und konstruktive Konzeption von Fugen (Fertigteilverbindungen) (1996).<br>Von <i>Marko Bida</i> und <i>Klaus-Peter Grote</i> . 31,20 EUR | 475: Transport organischer Flüssigkeiten in Betonbauteilen mit Mikro- und Biegerissen.<br>Von <i>Xiao-feng Zhu</i> .<br>Eindring- und Durchströmungsvorgänge umweltgefährdender Stoffe an feinen Trennrissen in Beton (1997).<br>Von <i>Detlef Bick</i> , <i>Heiner Cordes</i> und <i>Heinrich Trost</i> . vergriffen  |
| 456: Zum Schubtragverhalten von Fertigplatten mit Ortbetonergänzung.<br>Von <i>Horst Georg Schäfer</i> und <i>Wolfgang Schmidt-Kehle</i> .<br>Oberflächenrauheit und Haftverbund.<br>Von <i>Horst Georg Schäfer</i> , <i>Klaus Block</i> und <i>Rita Dreil</i> .<br>Zur Oberflächenrauheit von Fertigplatten mit Ortbetonergänzung.<br>Von <i>Horst Georg Schäfer</i> und <i>Wolfgang Schmidt-Kehle</i> .<br>Ortbetonergänzte Fertigteilbalken mit profilierter Anschlussfuge unter hoher Querkraftbeanspruchung (1996).<br>Von <i>Horst Georg Schäfer</i> und <i>Wolfgang Schmidt-Kehle</i> . 30,00 EUR | 465: Dichtschichten aus hochfestem Faserbeton.<br>Von <i>Martina Lemberg</i> .<br>Dichtheit von Faserbetonbauteilen (synthetische Fasern) (1996).<br>Von <i>Johann-Dietrich Wörner</i> , <i>Christiane Imhof-Zeitler</i> und <i>Martina Lemberg</i> . 29,00 EUR   |  |
| 457: Verbesserung der Undurchlässigkeit, Beständigkeit und Verformungsfähigkeit von Beton.<br>Von <i>Udo Wiens</i> , <i>Fritz Grahn</i> und <i>Peter Schießl</i> .   | 466: Grundlagen und Bemessungshilfen für die Rissbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton sowie Kommentare, Hintergrundinformationen und Anwendungsbeispiele zu den Regelungen nach DIN 1045. EC2 und Model Code 90 (1996).<br>Von <i>Gert König</i> und <i>Nguyen Viet Tue</i> . 21,50 EUR   |  |
|  | 467: Verstärken von Betonbauteilen – Sachstandsbericht – (1996).<br>Von <i>Horst Georg Schäfer</i> u. a. 18,30 EUR  |  |

Heft	Heft	Heft
476: Zuverlässigkeit des Verpressens von Spannkämen unter Berücksichtigung der Unsicherheiten auf der Baustelle (1997). Von <i>Ferdinand S. Rostásy</i> und <i>Alex-W. Gutsch</i> . 25,70 EUR	489: Mindestbewehrung für verformungsbehinderte Betonbauteile im jungen Alter (1998). Von <i>Udo Paas</i> . 23,60 EUR	503: Untersuchungen zum Einfluss der bezogenen Rippenfläche von Bewehrungsstäben auf das Tragverhalten von Stahlbetonbauteilen im Gebrauchs- und Bruchzustand (2000). Von <i>Rolf Elgehausen</i> und <i>Utz Mayer</i> . 20,90 EUR
477: Einfluss bruchmechanischer Kenngrößen auf das Biege- und Schubtragverhalten hochfester Betone (1997). Von <i>Rainer Grimm</i> . 27,90 EUR	490: Beschichtete Bewehrung. Ergebnisse sechsjähriger Auslagerungsversuche. Von <i>Klaus Menzel</i> , <i>Frank Schulze</i> und <i>Hans-Wolf Reinhardt</i> . Kontinuierliche Ultraschallmessung während des Erstarrens und Erhärtens von Beton als Werkzeug des Qualitätsmanagements (1998). Von <i>Hans-Wolf Reinhardt</i> , <i>Christian U. Große</i> und <i>Alexander Herb</i> . 18,30 EUR	504: Schubtragverhalten von Stahlbetonbauteilen mit rezyklierten Zuschlägen (2000). Von <i>Sufang Lü</i> . 24,70 EUR
478: Tragfähigkeit von Druckstreben und Knoten in D-Bereichen (1997). Von <i>Wolfgang Sundermann</i> und <i>Kurt Schäfer</i> . 29,00 EUR	491: Der Einfluss der freien Schwingungen auf ausgewählte dynamische Parameter von Stahlbetonbiegeträgern (1999). Von <i>Manfred Specht</i> und <i>Michael Kramp</i> . 31,20 EUR	505: Biegetragverhalten von Stahlbetonbauteilen mit rezyklierten Zuschlägen (2000). Von <i>Matthias Meißner</i> . 29,00 EUR
479: Über das Brandverhalten punktgestützter Stahlbetonplatten (1997). Von <i>Karl Kordina</i> . 25,70 EUR	492: Nichtlineares Last-Verformungs-Verhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen, Verformungsvermögen und Schnittgrößenermittlung (1999). Von <i>Gert König</i> , <i>Dieter Pommerening</i> und <i>Nguyen Viet Tue</i> . 26,90 EUR	506: Verwertung von Brechsand aus Bauschutt (2000). Von <i>Christoph Müller</i> und <i>Bernd Dora</i> . 24,70 EUR
480: Versagensmodell für schubschlanke Balken (1997). Von <i>Jürgen Fischer</i> . 19,30 EUR	493: Leitfaden für die Erfassung und Bewertung der Materialien eines Abbruchobjektes (1999). Von <i>Theo Rommel</i> , <i>Wolfgang Katzer</i> , <i>Gerhard Tauchert</i> und <i>Jie Huang</i> . 18,80 EUR	507: Betonkennwerte für die Bemessung und Verbundverhalten von Beton mit rezykliertem Zuschlag (2000). Von <i>Konrad Zilch</i> und <i>Frank Roos</i> . 19,30 EUR
481: Sicherheitskonzept für Bauten des Umweltschutzes. Von <i>Daniela Kiefer</i> . Erfahrungen mit Bauten des Umweltschutzes. Von <i>Johann-Dietrich Wörner</i> , <i>Daniela Kiefer</i> und <i>Hans-Werner Nordhues</i> . Qualitätskontrollmaßnahmen bei Betonkonstruktionen (1997). Von <i>Otto Kroggel</i> . 21,50 EUR	494: Tragverhalten von Stahlfaserbeton (1999). Von <i>Yong-zhi Lin</i> . 23,60 EUR	508: Zulässige Toleranzen für die Abweichungen der mechanischen Kennwerte von Beton mit rezykliertem Zuschlag (2000). Von <i>Johann-Dietrich Wörner</i> , <i>Pieter Moerland</i> , <i>Sabine Giebenhain</i> , <i>Harald Kloft</i> und <i>Klaus Leiblein</i> . 16,70 EUR
482: Rissbreitenbeschränkung zwangbeanspruchter Bauteile aus hochfestem Normalbeton (1997). Von <i>Harald Bergner</i> . 25,70 EUR	495: Stoffeigenschaften jungen Betons; Versuche und Modelle (1999). Von <i>Alex-W. Gutsch</i> . 29,50 EUR	509: Bruchmechanisches Verhalten jungen Betons (2000). Von <i>Karim Hariri</i> . 24,70 EUR
483: Durchlässigkeitsgesetze für Flüssigkeiten mit Feinstoffanteilen bei Betonbunkern von Abfallbehandlungsanlagen. Von <i>Klaus-Peter Grote</i> . Einfluss von Stahlfasern auf die Durchlässigkeit von Beton (1997). Von <i>Ralf Winterberg</i> . 22,60 EUR	496: Entwerfen und Bemessen von Betonbrücken ohne Fugen und Lager (1999). Von <i>Stephan Engelsmann</i> , <i>Jörg Schlaich</i> und <i>Kurt Schäfer</i> . 25,70 EUR	510: Probabilistische Lebensdauerbemessung von Stahlbetonbauwerken – Zuverlässigkeitsbetrachtungen zur wirksamen Vermeidung von Bewehrungskorrosion (2000). Von <i>Christoph Gehlen</i> . 24,20 EUR
484: Grenzen der Anwendung nichtlinearer Rechenverfahren bei Stabtragwerken und einachsiger gespannten Platten. Von <i>Rolf Elgehausen</i> und <i>Eckhart Fabritius</i> . Rotationsfähigkeit von plastischen Gelenken im Stahl- und Spannbetonbau. Von <i>Longfei Li</i> . Verdrehfähigkeit plastizierter Tragwerksbereiche im Stahlbetonbau (1998). Von <i>Peter Langer</i> . 37,60 EUR	497: Entwicklung von Verfahren zur Beurteilung der Kontamination der Baustoffe vor dem Abbruch (Schnellprüfverfahren) (2000). Von <i>Jochen Stark</i> und <i>Peter Nobst</i> . 20,90 EUR	511: Hydroabrasionsverschleiß von Betonoberflächen. Beton und Mörtel für die Instandsetzung verschleißgeschädigter Betonbauteile im Wasserbau (2000). Von <i>Gesa Haroske</i> , <i>Jan Vala</i> und <i>Ulrich Diederichs</i> . 27,40 EUR
485: Verwendung von Bitumen als Gleitschicht im Massivbau. Von <i>Manfred Curbach</i> und <i>Thomas Bösche</i> . Versuche zur Eignung industriell gefertigter Bitumenbahnen als Bitumengleitschicht (1998). Von <i>Manfred Curbach</i> und <i>Thomas Bösche</i> . 21,50 EUR	498: Kriechen von Beton unter Zugbeanspruchung (2000). Von <i>Karl Kordina</i> , <i>Lothar Schubert</i> und <i>Uwe Troitzsch</i> . 16,70 EUR	512: Zwang und Rissbildung infolge Hydratationswärme – Grundlagen Berechnungsmodelle und Tragverhalten (2000). Von <i>Benno Eierle</i> und <i>Karl Schikora</i> . 27,40 EUR
486: Trag- und Verformungsverhalten von Rahmenknoten (1998). Von <i>Karl Kordina</i> , <i>Manfred Teutsch</i> und <i>Erhard Wegener</i> . 34,30 EUR	499: Tragverhalten von stumpf gestoßenen Fertigteilstützen aus hochfestem Beton (2000). Von <i>Jens Minnert</i> . 29,00 EUR	513: Beton als kreislaufgerechter Baustoff (2001). Von <i>Christoph Müller</i> . 65,50 EUR
487: Dauerhaftigkeit hochfester Betone (1998). Von <i>Ulf Guse</i> und <i>Hubert K. Hilsdorf</i> . 19,30 EUR	500: BiM-Online – Das interaktive Informationssystem zu „Baustoffkreislauf im Massivbau“ (2000). Von <i>Hans-Wolf Reinhardt</i> , <i>Marcus Schreyer</i> und <i>Joachim Schwarte</i> . 21,50 EUR	514: Einfluss von rezykliertem Zuschlag aus Betonbruch auf die Dauerhaftigkeit von Beton. Von <i>Beatrix Kerkhoff</i> und <i>Eberhard Siebel</i> . Einfluss von Feinstoffen aus Betonbruch auf den Hydratationsfortschritt. Von <i>Walter Wassing</i> . Recycling von Beton, der durch eine Alkali-reaktion gefährdet oder bereits geschädigt ist. Von <i>Wolfgang Aue</i> . Frostwiderstand von rezykliertem Zuschlag aus Altbeton und mineralischen Baustoffgemischen (Bauschutt) (2001). Von <i>Stefan Wies</i> und <i>Wilhelm Manns</i> . 48,60 EUR
488: Sachstandsbericht zum Einsatz von Textilien im Massivbau (1998). Von <i>Manfred Curbach</i> u. a. 22,60 EUR	501: Tragverhalten und Sicherheit betonstahlbewehrter Stahlfaserbetonbauteile (2000). Von <i>Ulrich Gossla</i> . 20,40 EUR	
	502: Witterungsbeständigkeit von Beton. 3. Bericht (2000). Von <i>Wilhelm Manns</i> und <i>Kurt Zeus</i> . 17,80 EUR	

Heft	Heft	Heft
515: Analytische und numerische Untersuchungen des Durchstanzverhaltens punktgestützter Stahlbetonplatten (2001). Von <i>Markus Anton Staller</i> . 43,50 EUR	523: Beständigkeit verschiedener Betonarten im Meerwasser und in sulfathaltigem Wasser (2003). Von <i>Ottokar Hallauer</i> . 96,10 EUR	537: Zum Einfluss der Oberflächengestalt von Rippenstählen auf das Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonbauteilen (2003). Von <i>Utz Mayer</i> . 44,20 EUR
516: Sachstandbericht Selbstverdichtender Beton (SVB) (2001). Von <i>Hans-Wolf Reinhardt, Wolfgang Brameshuber, Geraldine Buchenau, Frank Dehn, Horst Grube, Peter Grübl, Bernd Hillemeier, Martin Jooß, Bert Kilanowski, Thomas Krüger, Christoph Lemmer, Viktor Mechterine, Harald Müller, Thomas Müller, Markus Planer, Andreas Rogge, Andreas Schaab, Angelika Schießl und Stephan Uebachs</i> . 33,80 EUR	524: Mehraxiale Festigkeit von duktilem Hochleistungsbeton (2002). Von <i>Manfred Curbach und Kerstin Speck</i> . 68,30 EUR	538: Analyse der Transportmechanismen für wassergefährdende Flüssigkeiten in Beton zur Berechnung des Medien-transportes in ungerissene und gerissene Betondruckzonen (2002). Von <i>Norbert Brauer</i> . 45,40 EUR
517: Verformungsverhalten und Tragfähigkeit dünner Stege von Stahlbeton- und Spannbetonträgern mit hoher Betongüte (2001). Von <i>Karl-Heinz Reineck, Rolf Wohlfahrt und Harianto Hardjasaputra</i> . 54,20 EUR	525: Erläuterungen zu DIN 1045-1; 2. überarbeitete Auflage (2010) 64,30 EUR	539: Alkalireaktion im Bauwerksbeton. Ein Erfahrungsbericht (2003). Von <i>Wilfried Bödeker</i> . 26,30 EUR
518: Schubtragfähigkeit längsbewehrter Porenbetonbauteile ohne Schubbewehrung. Thermische Vorspannung bewehrter Porenbetonbauteile. Kriechen von unbewehrtem Porenbeton. Kriechen des Porenbetons im Bereich der zur Verankerung der Längsbewehrung dienenden Querstäbe und Tragfähigkeit der Verankerung (2001). Von <i>Ferdinand Daschner und Konrad Zilch</i> . 55,90 EUR	526: Erläuterungen zu den Normen DIN EN 206-1, DIN 1045-2, DIN 1045-3, DIN 1045-4 und DIN EN 12620; 2. überarbeitete Auflage (2011). 88,40 EUR	540: Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetontragwerken unter Betriebsbelastung (2003). Von <i>Thomas M. Sippel</i> . 27,30 EUR
519: Betonbau beim Umgang mit wassergefährdenden Stoffen. Zweiter Sachstandsbericht mit Beispielsammlung (2001). Von <i>Rolf Breitenbücher, Franz-Josef Frey, Horst Grube, Wilhelm Kanning, Klaus Lehmann, Hans-Wolf Reinhardt, Bernd Schnütgen, Manfred Teutsch, Günter Timm und Johann-Dietrich Wörner</i> . 52,10 EUR	527: Füllen von Rissen und Hohlräumen in Betonbauteilen (2006). Von <i>Angelika Eßer</i> . 58,40 EUR	541: Das Ermüdungsverhalten von Dübelbefestigungen (2003). Von <i>Klaus Block und Friedrich Dreier</i> . 38,80 EUR
520: Frühe Risse in massigen Betonbauteilen – Ingenieurmodelle für die Planung von Gegenmaßnahmen (2001). Von <i>Ferdinand S. Rostásy und Matias Krauß</i> . 39,20 EUR	528: Schubtragfähigkeit von Betonergränzungen an nachträglich aufgerauten Betonoberflächen bei Sanierungs- und Ertüchtigungsmaßnahmen (2002). Von <i>Konrad Zilch und Jürgen Mainz</i> . 20,80 EUR	542: Charakterisierung, Modellierung und Bewertung des Auslaugverhaltens umweltrelevanter, anorganischer Stoffe aus zementgebundenen Baustoffen (2003). Von <i>Inga Hohberg</i> . 52,40 EUR
521: Sachstandbericht Nachhaltig Bauen mit Beton (2001). Von <i>Hans-Wolf Reinhardt, Wolfgang Brameshuber, Carl-Alexander Graubner, Peter Grübl, Bruno Hauer, Katja Hüske, Julian Kümmel, Hans-Ulrich Litzner, Heiko Lünser, Dieter Rußwurm</i> . 31,10 EUR	529: Betonwaren mit Recyclingzuschlägen. Von <i>Christoph Müller und Peter Schießl</i> . Rezyklieren von Leichtbeton (2002). Von <i>Hans-Wolf Reinhardt und Julian Kümmel</i> . 32,20 EUR	543: Mikrostrukturuntersuchungen zum Sulfatangriff bei Beton (2003). Von <i>Winfried Malorny</i> . 19,60 EUR
522: Anwendung von hochfestem Beton im Brückenbau. Von <i>Konrad Zilch und Markus Hennecke</i> . Erfahrungen mit Entwurf, Ausschreibung, Vergabe und Tragwerksplanung. Von <i>André Müller, Hans Pfisterer, Jürgen Weber und Konrad Zilch</i> . Erfahrungen mit der Bauausführung und Maßnahmen zur Gewährleistung der geforderten Qualität. Von <i>Markus Hennecke, Gert Leonhardt und Rolf Stahl</i> . Betontechnologie (2002). Von <i>Volker Hartmann und Werner Schrub</i> . 37,60 EUR	530: Nachweise zur Sicherheit beim Abbruch von Stahlbetonbauwerken durch Sprengen. Von <i>Josef Eibl, Andreas Plotzitz, Nico Herrmann</i> . Sprengtechnischer Abbruch, Erprobung und Optimierung (2000). Von <i>Hans-Ulrich Freund, Gerhard Duseberg, Steffen Schumann, Helmut Roller, Walter Werner</i> . 36,50 EUR	544: Hochfester Beton unter Dauerzuglast (2003). Von <i>Tassilo Rinder</i> . 37,70 EUR
	531: Großtechnische Versuche zur Nassaufbereitung von Recycling-Baustoffen mit der Setzmaschine. Von <i>Harald Kurkowski und Klaus Mesters</i> . Einflüsse der Aufbereitung von Bauschutt für eine Verwendung als Betonzuschlag (2003). Von <i>Werner Reichel und Petra Heldt</i> . 42,80 EUR	545: Gebrauchsverhalten von Bodenplatten aus Beton unter Einwirkungen infolge Last und Zwang (2004). Von <i>Peter Niemann</i> . 65,00 EUR
	532: Die Bemessung und Konstruktion von Rahmenknoten. Grundlagen und Beispiele gemäß DIN 1045-1(2002). Von <i>Josef Hegger und Wolfgang Roeser</i> . 62,80 EUR	546: Zu Deckenscheiben zusammengespannte Stahlbetonfertigteile für demontable Gebäude (2003). Von <i>Georg Christian Weiß</i> . 39,90 EUR
	533: Rechnerische Untersuchung der Durchbiegung von Stahlbetonplatten unter Ansatz wirklichkeitsnaher Steifigkeiten und Lagerungsbedingungen und unter Berücksichtigung zeitabhängiger Verformungen (2006). Von <i>Konrad Zilch und Uli Donaubauer</i> . Zum Trag- und Verformungsverhalten bewehrter Betonquerschnitte im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit. Von <i>Wolfgang Krüger und Olaf Mertzsch</i> . 67,70 EUR	547: Durchstanzen von Bodenplatten unter rotationssymmetrischer Belastung (2004). Von <i>Maike Timm</i> . 49,10 EUR
	534: Sicherheitskonzept für nichtlineare Traglastverfahren im Betonbau (2003). Von <i>Michael Six</i> . 51,90 EUR	548: Die Druckfestigkeit von gerissenen Scheiben aus Hochleistungsbeton und selbstverdichtendem Beton unter Berücksichtigung des Einflusses der Rissneigung (2005). Von <i>Angelika Schießl</i> . 56,30 EUR
	535: Rotationsfähigkeit von Rahmenecken (2002). Von <i>Jan Akkermann und Josef Eibl</i> . 43,70 EUR	549: Zum Gebrauchs- und Tragverhalten von Tunnelschalen aus Stahlfaserbeton und stahlfaserverstärktem Stahlbeton (2004). Von <i>Olaf Hemmy</i> . 74,20 EUR
		550: Zur Querkrafttragfähigkeit von Balken aus stahlfaserverstärktem Stahlbeton (2004). Von <i>Joachim Rosenbusch</i> . 47,60 EUR
		551: Zur Wirkung von Steinkohlenflugasche auf die chloridinduzierte Korrosion von Stahl in Beton (2005). Von <i>Udo Wiens</i> . 63,30 EUR
		552: Randbedingungen bei der Instandsetzung nach dem Schutzprinzip W bei Bewehrungskorrosion im karbonatisierten Beton (2005). Von <i>Romain Weydert</i> . 38,50 EUR

Heft	Heft	Heft
553: Traglast unbewehrter Beton- und Mauerwerkswände – Nichtlineares Berechnungsmodell und konsistentes Bemessungskonzept für schlanke Wände unter Druckbeanspruchung (2005). Von <i>Christian Glock</i> . 67,70 EUR	566: Untersuchung des Trag- und Verformungsverhaltens von Stahlbetonbalken mit großen Öffnungen (2007). Von <i>Martina Schnellenbach-Held, Stefan Ehmann, Carina Neff</i> . 36,20 EUR	579: Modellierung des Feuchte- und Salztransports unter Berücksichtigung der Selbstabdichtung in zementgebundenen Baustoffen (2010). Von <i>Petra Rucker-Gramm</i> . 69,00 EUR
554: Sachstandbericht Sulfatangriff auf Beton (2006). Von <i>R. Breitenbücher, D. Heinz, K. Lipus, J. Paschke, G. Thielen, L. Urbanos, F. Wisotzky</i> . 50,80 EUR	567: Sachstandbericht Frischbetondruck fließfähiger Betone (2006). Von <i>C.-A. Graubner, H. Beitzel, M. Beitzel, W. Brameshuber, M. Brunner, F. Dehn, S. Glowienka, R. Hertle, J. Huth, O. Leitzbach, L. Meyer, Ch. Motzko, H. S. Müller, H. Schuon, T. Proske, M. Rathfelder, S. Uebachs</i> . 24,60 EUR	580: Zur Korrosion von Stahlschalungen in Fertigteilwerken (2011). Von <i>Till F. Mayer</i> . 51,90 EUR
555: Erläuterungen zur DAfStb-Richtlinie „Wasserundurchlässige Bauwerke aus Beton“ (2006). 18,10 EUR	568: Abschätzung der Wahrscheinlichkeit tausalzinduzierter Bewehrungskorrosion – Baustein eines Systems zum Lebenszyklusmanagement von Stahlbetonbauwerken (2007). Von <i>Sascha Lay</i> . 47,30 EUR	581: Verwendung von Steinkohlenflugasche zur Vermeidung einer schädigenden Alkali-Kieselsäure-Reaktion im Beton (2010). Von <i>Karl Schmidt</i> . 65,00 EUR
556: Probabilistischer Nachweis der Wirksamkeit von Maßnahmen gegen frühe Trennrisse in massigen Betonbauteilen (2006). Von <i>Matias Krauß</i> . 52,40 EUR	569: Sachstandbericht Hüttensandmehl als Betonzusatzstoff – Sachstand und Szenarien für die Anwendung in Deutschland (2007). Von <i>O. Aßbrock, W. Brameshuber, A. Ehrenberg, D. Heinz, E. Lang, Ch. Müller, R. Pierkes, E. Siebel</i> . 33,30 EUR	582: Betonbauteile mit Bewehrung aus Faserverbundkunststoff (FVK) (2010). Von <i>Jörg Niewels, Josef Hegger</i> . 64,30 EUR
557: Querkrafttragfähigkeit von Stahlbeton- und Spannbetonbalken aus Normal- und Hochleistungsbeton (2007). Von <i>Josef Hegger, Stephan Götz</i> . 35,50 EUR	570: Einfluss der Mischungszusammensetzung auf die frühen autogenen Verformungen der Bindemittelmatrix von Hochleistungsbetonen (2007). Von <i>Patrick Fontana</i> . 38,20 EUR	583: Beitrag zu den Schädigungsmechanismen in Betonen mit langsam reagierender alkaliempfindlicher Gesteinskörnung (2010). Von <i>Oliver Mielich</i> . 65,30 EUR
558: Zur Dauerhaftigkeit von AR-Glasbewehrung in Textilbeton (2005). Von <i>Jeanette Orlowsky</i> . 35,50 EUR	571: Konzentrierte Lasteinleitung in dünnwandige Bauteile aus textiltbewehrtem Beton (2008). Von <i>Manfred Curbach, Kerstin Speck</i> . 36,50 EUR	584: Verbundforschungsvorhaben „Nachhaltig Bauen mit Beton“ Potenziale des Sekundärstoffesatzes im Betonbau – Teilprojekt B. Von <i>Bruno Hauer, Roland Pierkes, Stefan Schäfer, Maik Seidel, Tristan Herbst, Katrin Rübner, Birgit Meng</i> . Effiziente Sicherstellung der Umweltverträglichkeit von Beton – Teilprojekt E (2011). Von <i>Wolfgang Brameshuber, Anya Vollpracht, Joachim Hannawald, Holger Nebel</i> . 87,70 EUR
559: Herstellungszustand verformungsbehinderter Bodenplatten aus Beton (2006). Von <i>Silke Agatz</i> . 36,00 EUR	572: Schlussberichte zur ersten Phase des DAfStb/BMBF-Verbundforschungsvorhabens „Nachhaltig Bauen mit Beton“ (2007). 97,80 EUR	585: Verbundforschungsvorhaben „Nachhaltig Bauen mit Beton“ Ressourcen- und energieeffiziente, adaptive Gebäudekonzepte im Geschossbau – Teilprojekt C (2011). Von <i>Josef Hegger, Tobias Dreßen, Norbert Will, Hartwig N. Schneider, Christian Fensterer, Norbert Hanenberg, Marten F. Brunk, Thorsten Bleyer, Konrad Zilch, Christian Mühlbauer, Roland Niedermeier, André Müller, Andreas Haas, Ingo Heusler, Herbert Sinnesbichler</i> . 69,40 EUR
560: Sachstandbericht Übertragbarkeit von Frost-Laborprüfungen auf Praxisverhältnisse (2005). Von <i>E. Siebel, W. Brameshuber, Ch. Brandes, U. Dahme, F. Dehn, K. Dombrowski, V. Feldrappe, U. Frohburg, U. Guse, A. Huß, E. Lang, L. Lohaus, Ch. Müller, H. S. Müller, S. Palecki, L. Petersen, P. Schröder, M. J. Setzer, F. Weise, A. Westendarp, U. Wiens</i> . 36,00 EUR	573: Korrosionsmonitoring und Bruchortung vorgespannter Zugglieder in Bauwerken (2008). Von <i>Alexander Holst</i> . 66,60 EUR	586: Verbundforschungsvorhaben „Nachhaltig Bauen mit Beton“ Lebenszyklusmanagementsystem zur Nachhaltigkeitsbeurteilung – Teilprojekt D (2011). Von <i>Peter Schießl, Christoph Gehlen, Marc Zintel, Ernst Rank, André Borrmann, Katharina Lukas, Harald Budelmann, Martin Empelmann, Gunnar Heumann, Tilman W. Starck, Sylvia Keßler</i> . 50,00 EUR
561: Sachstandbericht Ultrahochfester Beton (2008). Von <i>M. Schmidt, R. Bornemann, K. Bunje, F. Dehn, K. Droll, E. Fehling, S. Greiner, J. Horvath, E. Kleen, Ch. Müller, K.-H. Reineck, I. Schachinger, T. Teichmann, M. Teutsch, R. Thiel, N. V. Tue</i> . 39,30 EUR	574: Zur Validierung quantitativer zerstörungsfreier Prüfverfahren im Stahlbetonbau am Beispiel der Laufzeitmessung (2008). Von <i>Alexander Taffe</i> . 52,90 EUR	587: Verbundforschungsvorhaben „Nachhaltig Bauen mit Beton“ Informationssystem „NBB-Info“ – Teilprojekt F (2011). Von <i>Hans-Wolf Reinhardt, Joachim Schwarte, Christian Piehl</i> . 38,80 EUR
562: Eigenschaften von wärmebehandeltem Selbstverdichtendem Beton (2006). Von <i>Michael Stegmaier</i> . 54,60 EUR	575: Verbundverhalten von Klebebewehrung unter Betriebsbedingungen (2009). Von <i>Kurt Borchert</i> . 60,10 EUR	
563: Zur wasserstoffinduzierten Spannungsrissskorrosion von hochfesten Spannstählen – Untersuchungen zur Dauerhaftigkeit von Spannbetonbauteilen (2005). Von <i>Jörg Moersch</i> . 38,80 EUR	576: Mechanismen der Blasenbildung bei Reaktionssharbeschichtungen auf Beton (2009). Von <i>Lars Wolff</i> . 52,50 EUR	
564: Experimentelle und theoretische Untersuchungen der Frischbetoneigenschaften von Selbstverdichtendem Beton (2006). Von <i>Timo Wüstholtz</i> . 45,40 EUR	577: Zusammenfassender Bericht zum Verbundforschungsvorhaben „Übertragbarkeit von Frost-Laborprüfungen auf Praxisverhältnisse“ (2010). Von <i>Harald S. Müller, Ulf Guse</i> . 27,40 EUR	
565: Zerstörungsfreie Prüfverfahren und Bauwerksdiagnose im Betonbau – Beiträge zur Fachtagung des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton in Zusammenarbeit mit der Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung, 11.03.2005 Berlin (2006). 27,80 EUR	578: Experimentelle Analyse des Tragverhaltens von Hochleistungsbeton unter mehraxialer Beanspruchung (2011). Von <i>Manfred Curbach, Silke Scheerer, Kerstin Speck, Torsten Hampel</i> . 126,00 EUR	

Heft	Heft	Heft
588: Der Stadtbaustein im DAfStb/BMBF-Verbundforschungsvorhaben „Nachhaltig Bauen mit Beton“ – Dossier zu Nachhaltigkeitsuntersuchungen – Teilprojekt A. Von <i>Carl-Alexander Graubner, Thorsten Bleyer, Marten F. Brunk, Tobias Dreßen, Christian Fensterer, Christoph Gehlen, Andreas Haas, Norbert Hanenberg, Bruno Hauer, Josef Hegger, Ingo Heusler, Sylvia Keßler, Torsten Mielecke, Christian Piehl, Hans-Wolf Reinhardt, Carolin Roth, Peter Schießl, Hartwig N. Schneider, Joachim Schwarte, Herbert Sinnesbichler, Udo Wiens, Konrad Zilch.</i> 56,20 EUR	597: Erweiterte Datenbanken zur Überprüfung der Querkraftbemessung für Konstruktionsbetonbauteile mit und ohne Bügel (2012). Von <i>Karl-Heinz Reineck, Daniel A. Kuchma, Birol Fitik.</i> 192,40 EUR	609: Untersuchungen zum Verbundverhalten von Bewehrungsstäben mittels vereinfachter Versuchskörper (2013). Von <i>Anke Wildermuth.</i> 132,60 EUR
589: Zerstörungsfreie Ortung von Gefügestörungen in Betonbodenplatten (2010). Von <i>Harald S. Müller, Martin Fenchel, Herbert Wiggerhauser, Christiane Maierhofer, Martin Krause, Andre Gardei, Frank Mielentz, Boris Milman, Mathias Röllig, Jens Wöstmann.</i> 84,60 EUR	598: Mischungsentwurf und Fließeigenschaften von Selbstverdichtendem Beton (SVB) vom Mehlkorntyp unter Berücksichtigung der granulometrischen Eigenschaften der Gesteinskörnung (2012). Von <i>Andreas Huß.</i> 57,30 EUR	610: Einfluss der Bauteilgeometrie auf die Korrosionsgeschwindigkeit von Stahl in Beton bei Makroelementbildung (2014). Von <i>Jürgen Warkus.</i> 113,60 EUR
590: Materialverhalten von hochfestem Beton unter thermomechanischer Beanspruchung (2010). Von <i>Sven Huismann.</i> 65,00 EUR	599: Bewehren nach Eurocode 2 (2013). Von <i>Josef Hegger, Martin Empelmann, Jürgen Schnell, Jörg Moersch, Christian Albrecht, Guido Bertram, Norbert Brauer, Thomas Sippel, Marco Wichers.</i> 98,80 EUR	611: Sedimentationsverhalten und Robustheit Selbstverdichtender Betone (2014). Von <i>Dirk Lowke.</i> 93,60 EUR
591: Sachstandbericht Verstärken von Betonbauteilen mit geklebter Bewehrung (2011). Von <i>Konrad Zilch, Roland Niedermeier, Wolfgang Finckh.</i> 77,50 EUR	600: Erläuterungen zu DIN EN 1992-1-1 und DIN EN 1992-1-1/NA (Eurocode 2) (2012). 98,80 EUR	612: Bestimmung und Bewertung des elektrischen Widerstands von Beton mit geophysikalischen Verfahren (2014). Von <i>Kenji Reichling.</i> 94,00 EUR
592: Praxisgerechte Bemessungsansätze für das wirtschaftliche Verstärken von Betonbauteilen mit geklebter Bewehrung – Verbundtragfähigkeit unter statischer Belastung Von <i>Konrad Zilch, Roland Niedermeier, Wolfgang Finckh.</i> 71,20 EUR	601: Dauerhaftigkeitsbemessung von Stahlbetonbauteilen auf Bewehrungskorrosion – Teil 1: Systemparameter der Bewehrungskorrosion (2012). Von <i>Peter Schießl, Kai Osterminski, Bernd Isecke, Matthias Beck, Andreas Burkert, Jens Lehmann, Armin Faulhaber, Michael Raupach, Jörg Harnisch, Jürgen Warkus, Wei Tian, Christoph Gehlen.</i> 50,80 EUR	613: Untersuchungen zur Leistungsfähigkeit von nationalen und europäischen Instandsetzungsmörteln (2015). Von <i>Wolfgang Breit, Joachim Schulze und Delphine Schwab</i> 49,30 EUR
593: Praxisgerechte Bemessungsansätze für das wirtschaftliche Verstärken von Betonbauteilen mit geklebter Bewehrung – Verbundtragfähigkeit unter nicht ruhender Belastung (2013) Von <i>Harald Budelmann, Thorsten Leusmann.</i> 44,50 EUR	602: Dauerhaftigkeitsbemessung von Stahlbetonbauteilen auf Bewehrungskorrosion – Teil 2: Dauerhaftigkeitsbemessung (2012). Von <i>Harald S. Müller, Edgar Bohner, Christian Fischer, Joško Ožbolt, Christoph Gehlen, Kai Osterminski, Peter Schießl, Stefanie von Greve-Dierfeld.</i> 68,60 EUR	614: Erläuterungen zur DAfStb-Richtlinie Stahlfaserbeton (2015). 38,30 EUR
594: Praxisgerechte Bemessungsansätze für das wirtschaftliche Verstärken von Betonbauteilen mit geklebter Bewehrung – Querkrafttragfähigkeit Von <i>Konrad Zilch, Roland Niedermeier, Wolfgang Finckh.</i> 50,40 EUR	603: Gütebewertung qualitativer Prüfaufgaben in der zerstörungsfreien Prüfung im Bauwesen am Beispiel des Impulsradarverfahrens (2012). Von <i>Sascha Feistkorn.</i> 70,80 EUR	614 (en): Commentary on the DAfStb Guideline "Steel Fibre Reinforced Concrete" (2015) 47,90 EUR
595: Erläuterungen und Beispiele zur DAfStb-Richtlinie „Verstärken von Betonbauteilen mit geklebter Bewehrung“ (2013) Von <i>Konrad Zilch.</i> 50,80 EUR	604: Frostbeanspruchung und Feuchtehaushalt in Betonbauwerken (2013). Von <i>Frank Spörel.</i> 158,40 EUR	616: Sachstandbericht Bauen im Bestand – Teil I: Mechanische Kennwerte historischer Betone, Betonstähle und Spannstähle für die Nachrechnung von bestehenden Bauwerken. Von <i>Jürgen Schnell, Konrad Zilch, Daniel Dunkelberg und Michael Weber.</i> 98,80 EUR
595 (en): Commentary on the DAfStb Guideline "Strengthening of concrete members with adhesively bonded reinforcement" with Examples (2014) 63,50 EUR	605: Zur Rheologie und den physikalischen Wechselwirkungen bei Zementsuspensionen (2012). Von <i>Michael Haist.</i> 78,50 EUR	617 (en): ACI-DAfStb databases 2015 with shear tests for evaluating relationships for the shear design of structural concrete members without and with stirrups. Von <i>Karl-Heinz Reineck, Daniel Dunkelberg.</i> 292,90 EUR
596: Vereinfachtes Rechenverfahren zum Nachweis des konstruktiven Brandschutzes bei Stahlbeton-Kragstützen (2013). Von <i>Dietmar Hosser, Ekkehard Richter.</i> 25,60 EUR	606: Unbewehrte Betonfahrbahnplatten unter witterungsbedingten Beanspruchungen (2014). Von <i>Sam Foos.</i> 111,40 EUR	619: Sachstandsbericht Bauen im Bestand – Teil II: Bestimmung charakteristischer Betondruckfestigkeiten und abgeleiteter Kenngrößen im Bestand Von <i>Jürgen Schnell, Konrad Zilch, Daniel Dunkelberg und Michael Weber.</i> 61,65 EUR
	607: Modell zur Beschreibung des Eindringens von Chlorid in Beton von Verkehrsbauten (2013). Von <i>Gesa Kapteina.</i> 63,90 EUR	620: Sachstandbericht Verfahren zur Prüfung des Säurewiderstands von Beton. Von <i>Jesko Gerlach und Ludger Lohaus.</i> 51,60 EUR
	608: Auswirkungen der Bewehrungskorrosion auf den Verbund zwischen Stahl und Beton (2013). Von <i>Christian Fischer.</i> 58,20 EUR	621: Zur Verwertbarkeit von Potentialfeldmessungen für die Zustandserfassung und -prognose von Stahlbetonbauteilen – Validierung und Einsatz im Lebensdauermanagement. Von <i>Sylvia Keßler.</i> 82,40 EUR
		622: Bemessungsregeln zur Sicherstellung der Dauerhaftigkeit XC-exponierter Stahlbetonbauteile. Von <i>Stefanie Marilies von Greve-Dierfeld.</i> 113,40 EUR

Hinweis auf überarbeitete und ergänzte Hefte der Schriftenreihe des DAfStb:

Heft 220: 2. überarbeitete Auflage 1991

Heft 240: 3. überarbeitete Auflage 1991 (vergriffen)

Heft 400: 4. Auflage 1994 (3. berichtigter Nachdruck) vergriffen

Heft 425: 3. ergänzte Auflage 1997

## Heft

- 623: Untersuchungen an 43 Jahre im Nordseeklima ausgelagerten Betonbalken.  
Von *Kai Osterminski und Christoph Gehlen*.  
Bemessung auf Dauerhaftigkeit mit Teilsicherheitsbeiwerten und mit qualifiziert abgesicherten deskriptiven Regeln.  
Von *Stefanie Marilies von Greve-Dierfeld und Christoph Gehlen*. 74,85 EUR
- 624: Stoffgesetz zur Beschreibung des Kriech- und Relaxationsverhaltens junger normal- und hochfester Betone.  
Von *Isabel Anders*. 81,70 EUR
- 626: Semiprobabilistisches Nachweiskonzept zur Dauerhaftigkeitsbemessung und -bewertung von Stahlbetonbauteilen unter Chlorideinwirkung.  
Von *Amir Rahimi*. 116,20 EUR
- 627 (en): Shear Strength Models for Reinforced and Prestressed Concrete Members.  
Von *Martin Herbrand* 72,30 EUR
- 630: Bemessung nach DIN EN 1992 in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit.  
98,80 EUR

**(Leerseite)**



9 783410 657880

ISSN 0171-7197

ISBN 978-3-410-65788-0